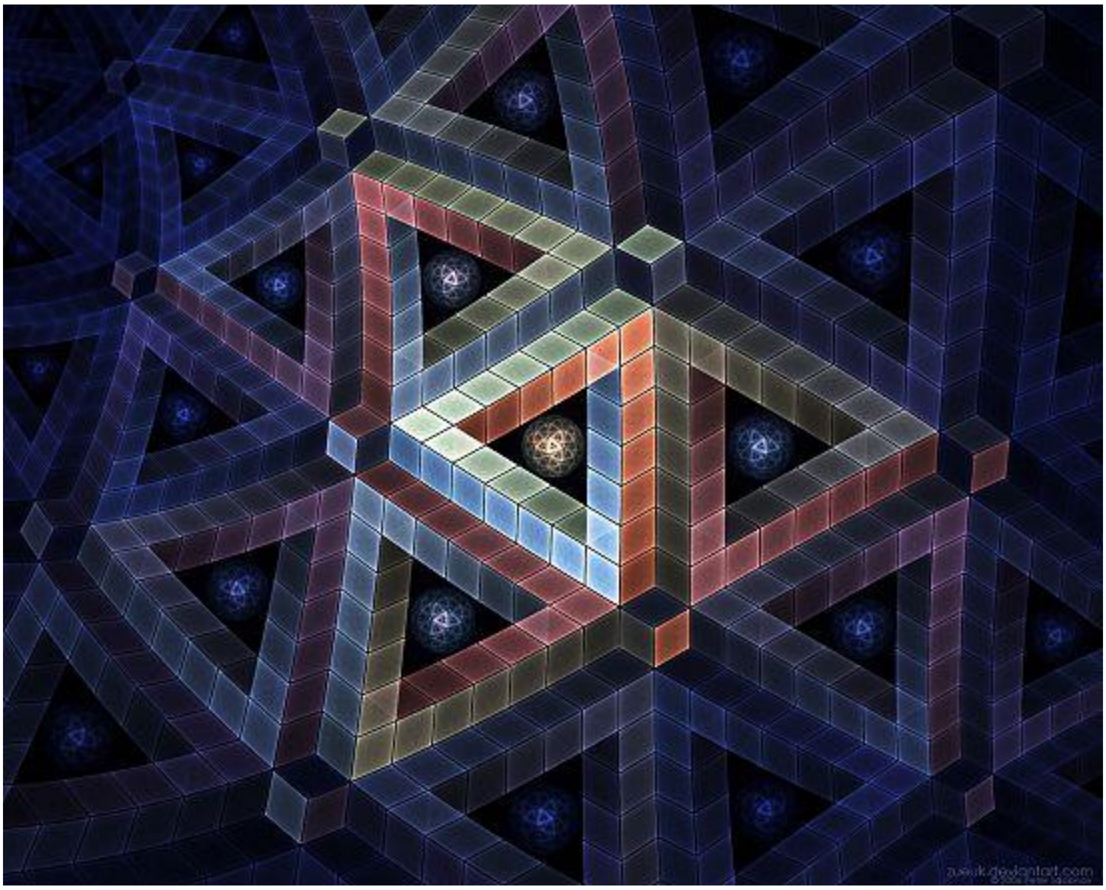
O‘ZBEKISTON RESRUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI



MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARINI O‘RGANISH

Uslubiy qo‘llanma

SamDU o‘quv-uslubiy kengashining
2020 yil_________da bo‘lib
o‘tgan yig‘ilishi qarori bilan
(____bayyonnoma) nashrga tavsiya etilgan.

Samarqand – 2020

Xalikulov S.I., Quljonov O‘., Ostonov Q. Matematik mantiq elementlarini o‘rganish. (5130100– o‘zbek filologiasi ta’lim yo‘nalishi talabalari uchun). Uslubiy qo‘llanma. Samarqand: SamDU. 2020, 172 b.

Matematik mantiq fanidan uslubiy qo‘llanma Samarqand davlat universitetining ehtimollar nazariyasi va matematik statistika kafedrasida tayyorlangan. Uslubiy qo‘llanma matematik mantiq fanini o‘rganish jarayonida talabaning mustaqil ishlashini ta’minlovchi o‘quv-uslubiy materiallarni o‘z ichiga oladi hamda talaba olgan bilimining sifatini doimo nazorat qilishni ta’minlaydi.

Ushbu uslubiy qo‘llanmamatematik mantiq fani o‘quv rejasiga kiritilgan barcha mutaxassisliklar uchun mo‘ljallangan.

Mas’ul muharrir:

SamDU «Ehtimollar nazariyasi va matematika o‘qitish metodikasi» kafedrasi dotsenti Mardonov E.M.

Taqrizchilar:

SamDU «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» kafedrasi dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi Qurbonov H.

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi Yaxshiboyev M.U.

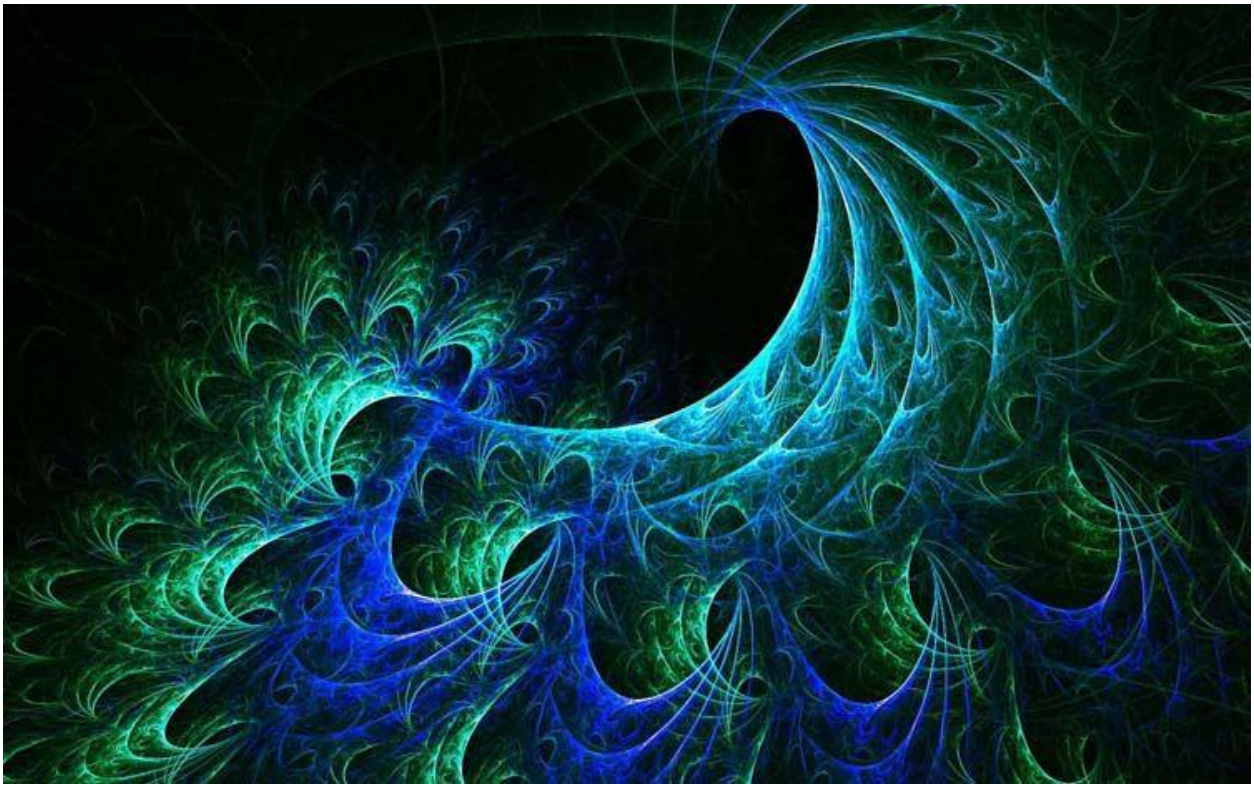
MUNDARIJA

KIRISH

Oliy ta’limning Davlat ta’lim standartiga ko‘ra o‘qitiladigan matematik mantiq fanida matematikaning ahamiyati katta. Barcha gumanitar fanlar biror ob'ektlar umumiyligi, ularning xossalari va ular orasidagi munosabatlarga ega. Shunday qilib, matematik mantiq o‘zining qo‘llanilish sohasini kengaytiradi. Matematik mantiq asosan gumanitar fanlarni tartiblanishiga xizmat qiladi. Gumanitar fanlar sohalarida mavjud bo‘lgan va ommaviy xarakterga ega bo‘lgan voqeliklarga oid qonuniyatlarni o‘rganish va uni amaliyotda qo‘llashda zarur bo‘ladigan: to‘plamlar nazariyasi, binar munosabatlar, mulohazalar va ular ustida amallar, formullar, matematik induksiya, algoritmlar, graflar nazarisiga doir tushunchalarini o‘z ichiga olgan bo‘limlaridan tashkil topgan.

Fanni kiritishdan maqsad talabalarga umumta’lim maktablarida,akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida matematik mantiq fanini o‘qitish dolzarb muammolari, ta’lim jarayonida zamonaviy usllarni qo‘llashga o‘rgatish, o‘qitishda yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanish imkoniyatlari va amaliy xususiyatlarini bayon etish hamda ularda kelgusi faoliyatlarida nazariy va amaliy jihatdan pedagogik faoliyatda foydalana oladigan matematik mantiq ko‘nikma va malakalarni shakllantirish hisoblanadi.

Matematik mantiq fanini o‘qitish jarayonida pedagogika, axborot va yangi pedagogik texnologiyalar kabi usullar hamda matematikaning turli tarmoqlari tadqiqot metodlari va natijalaridan keng foydalaniladi.



1-MAVZU. TO‘PLAMLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

Reja:

1. To‘plam haqida tushuncha. To‘plam elementlari.
2. To‘plamlarning berilish usullari.
3. To‘plamlar orasidagi munosabatlar.
4. To‘plamlar kesishmasi amali va uning xossalari.
5. To‘plamlar birlashmasi amali va uning xossalari.
6. To‘ldiruvchi to‘plam. To‘plamlar ayirmasi amali va uning xossalari.

Tayanch so‘zlar: to‘plam, elementlar, munosabatlar,qism to‘plamlar to‘plamlar kesishmasi, to‘plamlar birlashmasi, to‘ldiruvchi to‘plam, to‘plamlar ayirmasi.

1. To‘plam haqida tushuncha. To‘plam elementlari. To‘plam tushunchasi matematikaning ta’riflanmaydigan asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, u biror ob’yektlar guruhlarini yagona butun deb qarash natijasida yuzaga keladi. Masalan, 1 dan 10 gacha bo‘lgan sonlar, uchburchaklar, kvadratlar, $x+2>4$ tengsizlikning yechimlar to‘plami va boshqalar to‘plamlarga misol bo‘ladi. Hayotda to‘plam so‘zi o‘rnida “nabor”, “yig‘ilish”, “kolleksiya”, “suruv”, “yilqi” va boshqa terminlar ham ishlatiladi va ular to‘plam so‘zining matematik ma’nosidan farq qiladi.

Har xil tabiatga ega bo‘lib (odamlar, uylar, kitoblar, geometrik figuralar, sonlar, hayvonlar) to‘plamni tashkil etuvchi ob’yektlar, ya’ni uning ***elementlari*** deyiladi. To‘plamlar lotin alifbosining bosh harflari $A,B,C,\dots,X,Y,Z$ lar orqali, uning elementlari esa lotin alifbosining kichik harflari $a,b,c,\dots,x,y,z$ lar orqali belgilanadi. Agar a element A to‘plamga tegishli (yoki unda yotsa) buni $a\in A$ simvol orqali, unga tegishli bo‘lmasa $a\notin A$ kabi belgilanadi. Masalan, 5 natural sonlar to‘plamiga tegishli, ya’ni $5\in N$, -3 esa bu to‘plamga tegishli emas, $-3\notin N$.

Ba’zi sonlar to‘plami uchun maxsus belgilar mavjud. Masalan, natural sonlar to‘plami N harfi bilan, butun sonlar to‘plami Z harfi bilan, nomanfiy butun sonlar to‘plami Z_0 harfi bilan, ratsional sonlar to‘plami Q harfi bilan, haqiqiy sonlar to‘plami R harfi bilan, kompleks sonlar to‘plami C harfi bilan belgilanadi.

To‘plamlar chekli va cheksiz sondagi elementlarni saqlashi mumkin. Masalan, lotin alifbosidagi harflar to‘plami chekli, to‘g‘ri chiziq ustidagi nuqtalar to‘plami cheksiz sondagi elementlarni saqlaydi.

To‘plam bittagina elementga ega bo‘lishi mumkin. Masalan, $x+2=5$ tenglama yechimi to‘plami bitta elementga ega. Matematikada bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam ham qaraladi. Bunday to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi va $\varnothing$ simvol bilan belgilanadi. Masalan, Quyoshdagi odamlar to‘plami, son o‘qida 1 dan chap tomonda joylashgan natural sonlar to‘plami, $2x+1=5x+6,$ tenglamaning natural yechimlari to‘plami bo‘sh to‘plamlarga misol bo‘ladi. To‘plamlarning elementlari to‘plamalardan iborat bo‘lishi ham mumkin. Masalan, fakultetdagi kurslar to‘plamini qarasak, kurslar fakultetning elementlari to‘plami bo‘ladi.

2. To‘plamlarning berilish usullari. Agar biror ob’yektning to‘plamga tegishli yoki tegishli emasligi haqida gapirish mumkin bo‘lsa to‘plam berilgan deb hisoblanadi.

1. To‘plamni uning elementlarini sanab ko‘rsatish orqali berish mumkin. Masalan, A to‘plamning elementlari a,b,c,d elementlardan tashkil topgan bo‘lsa, u $A=\{a,b,c,d\}$ ko‘rinishda yoziladi. Bu usul to‘plam elementlari soni chekli bo‘lgan yoki uncha ko‘p bo‘lmagan hollarda qo‘llaniladi.

2. To‘plam elementlarining xarakteristik xossalarini ko‘rsatish orqali ham to‘plamni berish mumkin. Masalan, 100 dan kichik natural sonlar to‘plamini quyidagicha berish mumkin:

$$M = \{x : x \in N,\ x < 100\}.$$

Bu aytilgan usulda elementlari soni cheksiz ko‘p to‘plamlarni ham berish mumkin. Masalan, [0;1(kesmadagi haqiqiy sonlar to‘plamini quyidagicha berish mumkin:

$$A = \{x : x \in R,\ 0 \le x \le 1\}.$$

Natural sonlar to‘plamini $N = \{1,2,3,\dots,n,\dots\}$ ko‘rinishda berish mumkin.

3. To‘plamlar orasidagi munosabatlar. Ikkita A va B to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Agar biror ob’yekt (lar) A ga ham B ga ham tegishli bo‘lsa, bu to‘plam uchun u (lar) umumiy element (lar) hisoblanadi. A va B lar o‘zaro kesishuvchi to‘plamlar deyiladi. Masalan, $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$ to‘plamlar uchun 3 va 4 lar umumiy elementlar bo‘ladi.

Umumiy elementlarga ega bo‘lmagan to‘plamlar *o‘zaro kesishmaydigan to‘plamlar* deyiladi.

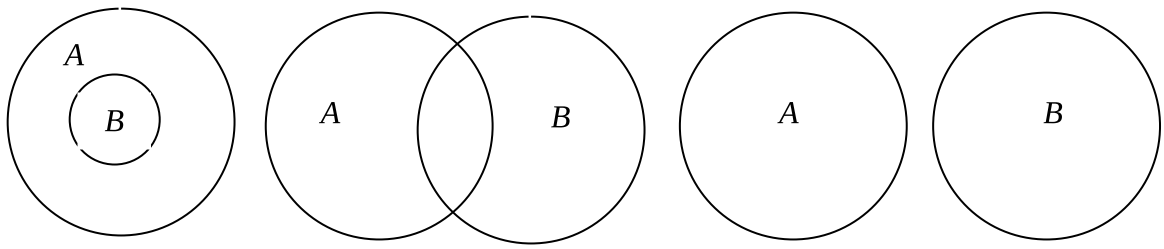
Ta’rif. *Agar B to‘plamning har bir elementi A to‘plamning ham elementi bo‘lsa, B to‘plam A to‘plamning qism to‘plami deyiladi va bu holat* $B \subset A$ *simvol bilan yoziladi.*

Bo‘sh to‘plam har qanday to‘plamning qism to‘plami bo‘ladi: $\varnothing \subset A.$ Har qanday A to‘plam o‘z-o‘zining qism to‘plami bo‘ladi: $A \subset A.$ A to‘plamning o‘zi A va $\varnothing$ to‘plamlar A ning xosmas qism to‘plamlari deyiladi, qolgan qism to‘plamlari (agar ular mavjud bo‘lsa) A to‘plamning xos qism to‘plamlari deyiladi. Masalan,

$A=\{m,n,p\}$ to‘plam 6 ta xos qism to‘plamlarga, ya’ni $\{m\}$, $\{n\}$, $\{p\}$, $\{m,n\}$, $\{m,p\}$, $\{n,p\}$ va 2 ta $\varnothing$, $\{m,n,p\}$ xosmas qism to‘plamlarga ega.

Ta’rif. *Agar $A\subset B$ va $B\subset A$ bo‘lsa, A va B to‘plamlar teng deyiladi va A=B deb yoziladi.*

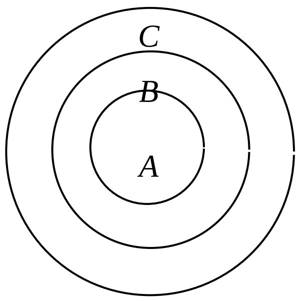
Masalan, $A=\{a,b,c,d\}$ va $B=\{b,d,a,c\}$ to‘plamlar o‘zaro teng, chunki ular kesishadi va *A* ning har bir elementi *B* ning ham elementi va aksincha. Xuddi shuningdek, $A=\{1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ 4^2\}$ va $B=\{\sqrt{1},\sqrt{16},\sqrt{81},\sqrt{256}\}$ to‘plamlar ham o‘zaro teng. Oxirgi ta’rifdan to‘plamlar tengligini isbotlashning usullaridan biri kelib chiqadi.



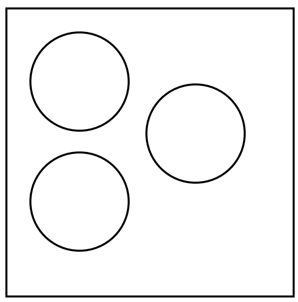
1-rasm

Eyler-Venn diagrammalari deb ataluvchi doiralar, ovallar yoki biror boshqa geometrik figuralar ko‘rinishida tasvirlanadi. Bunda to‘plamlar qancha elementga ega bo‘lishining ahamiyati bo‘lmaydi. Masalan, $B\subset A$ munosabat, *A* va *B* lar kesishadi hamda *A* va *B* lar kesishmaydi kabi munosabatlar 1-rasmda tasvirlangan.

Quyidagi tasdiq o‘rinli: agar $A\subset B$, $B\subset C$ o‘rinli bo‘lsa, bulardan $A\subset C$ ekanligi kelib chiqadi (2-rasm).



2-rasm



3-rasm

Ko‘p hollarda bitta *I* to‘plamning qism to‘plamlarini qarashga to‘g‘ri keladi. Bunday *I* to‘plam *universal* to‘plam deyiladi. *I* to‘plam kvadrat ko‘rinishida, uning qism to‘plamlari doira ko‘rinishida tasvirlanadi (3-rasm).

To‘plam va qism to‘plam tushunchalari matematikaning ko‘pgina tusunchalarini ta’riflashda foydalaniladi. Masalan, nuqtalarning har qanday to‘plami geometrik figura deyiladi. Demak, kesma, nur, to‘g‘ri chiziq, shar, kub va b.q. geometrik figuralardir. Agar F_1figura F_2 figuraning xos qism to‘plami bo‘lsa, F_1 figura F_2 ning qismi deyiladi. Masalan, *AB* kesma *AB* to‘g‘ri chiziqning qismi bo‘ladi.

4. To‘plamlar kesishmasi amali va uning xossalari. Ikki va undan ortiq to‘plam elementlaridan yangi to‘plamlar tuzish *to‘plamlar ustida amallar* deyiladi.

Ta’rif. *A va B to‘plamlarning kesishmasi deb shunday to‘plamga aytiladiki, u faqat A va B to‘plamga tegishli elementlarnigina o‘z ichiga oladi.*

A va *B* to‘plamlarning kesishmasi $A\cap B$ kabi yoziladi, bunda $\cap$ to‘plamlar kesishmasi belgisi. Eyler-Venn diagrammalari yordamida *A* va *B* to‘plamlar kesishmasi 1-rasmdagi shtrixlangan soha kabi tasvirlanadi.

Ta’rifga ko‘ra, $x\in A\cap B \Leftrightarrow x\in A$ va $x\in B$.*A* va *B* to‘plamlar umumiy elementlarga ega bo‘lmasa, ularning kesishmasi bo‘sh to‘plam bo‘ladi va $A\cap B=\varnothing$ kabi yoziladi.

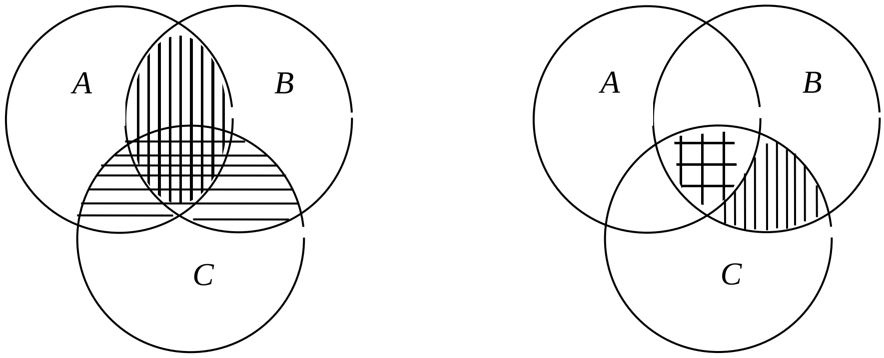
Misol. *A*={*a*, *b*, *c*, *d*}, *B*={*d*, *b*, *c*, *e*} to‘plamlarning kesishmasi $A\cap B=\{b,c\}$ bo‘ladi.

To‘plamlar kesishmasi quyidagi xossalarga ega:

1^0. Har qanday *A* va *B* to‘plamlar uchun$A\cap B=B\cap A$ (kommutativlik xossa) o‘rinli.

2^0. Har qanday *A*, *B*, *C* to‘plamlar uchun$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ (assotsiativlik xossa) o‘rinli.

2-xossaning isbotini Eyler-Venn diagrammalari yordamida ko‘rsatish mumkin



4-rasm.

Ko‘rinib turibdiki, har ikkala rasmda ikki marta shtrixlangan sohalar bir xil.

3⁰. Agar $A \subset B$ bo‘lsa, u holda $A \cap B = A$ bo‘ladi.

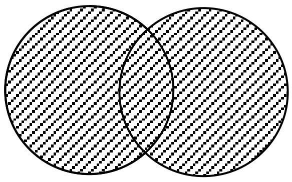
4⁰. $A \cap A = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$, $A \cap I = A$.

Bu xossalarning isbotlari Eyler-Venn diagrammalari yordamida ko‘rgazmali tasvirlanadi.

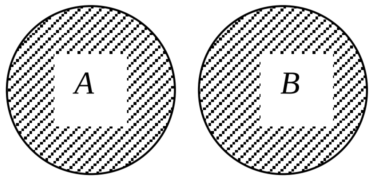
5. To‘plamlarning birlashmasi amali va uning xossalari.

Ta’rif. *A va B to‘plamlarning birlashmasi deb shunday to‘plamga aytiladiki, u A yoki B to‘plamrning elementlaridan iborat, to‘plamlar birlashmasi* $A \cup B$ *kabi belgilanadi, bunda* $\cup$ *– to‘plamlarning birlashmasi belgisi.*

A va *B* to‘plamlarning birlashmasi Eyler-Venn diagrammasi orqali 3-rasmdagi shtrixlangan soha bilan tasvirlanadi. Agar *A* va *B* to‘plamlar kesishmasa, ularning birlashmasi 4-rasmdagi kabi tasvirlanadi.



5-rasm



6-rasm

Ta’rifga ko‘ra: $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ yoki $x \in B$.

Misol. A={1,2,3,4,5}, B={3,4,5,6} to‘plamlarning birlashmasi $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$ bo‘ladi. Har ikkala to‘plamda ham qatnashgan elementlar bir marta olinadi.

To‘plamlar birlashmasi amali quyidagi xossalarga ega:

1⁰. Har qanday A va B to‘plamlar uchun

$A \cup B = B \cup A$ (kommunikativlik xossa) o‘rinli.

2⁰. Har qanday A, B, C to‘plamlar uchun

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (assotsiativlik xossa) o‘rinli.

3⁰. Agar $B \subset A$ bo‘lsa, u holda $A \cup B = A$.

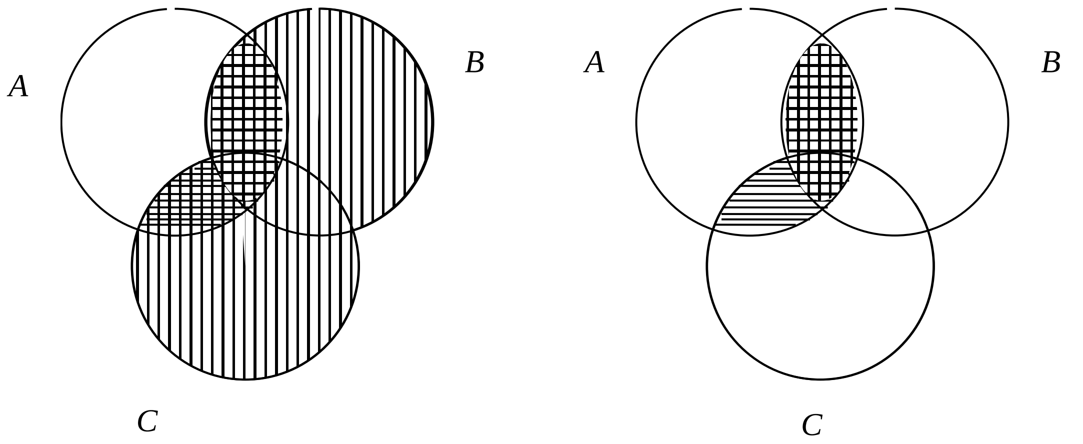
4⁰. Ixtiyoriy A to‘plam uchun

$A \cup A = A,\ A \cup \varnothing = A,\ A \cup I = I.$

5⁰. Har qanday A, B, C to‘plamlar uchun

a) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; b) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

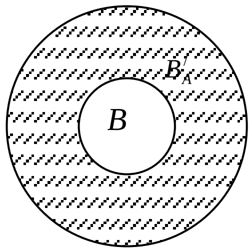
Bu xossalarning isbotlari Eyler-Venn diagrammalari yordamida ko‘rsatiladi. Masalan, 5^0 dagi a) tenglikning isbotini 7-rasmdan osongina anglab olish mumkin.



7-rasm.

6. Qism to‘plamning to‘ldiruvchisi. To‘plamlar ayirmasi.

Ta’rif. *$B \subset A$ bo‘lsin. A to‘plamning B to‘plamga tegishli bo‘lmagan elementlarinigina o‘z ichiga olgan to‘plam B to‘plamning A to‘plamgacha to‘ldiruvchisi deyiladi va $B_A^{/}$ deb belgilanadi.*



8-rasm.

B to‘plamni universal to‘plamgacha to‘ldiruvchi to‘plam B' deb belgilanadi.

Ixtiyoriy A va B va universal to‘plam I uchun quyidagi tengliklar o‘rinli:

a) $(A\cap B)' = A' \cup B'$; b) $(A\cup B)' = A' \cap B'$.

Haqiqatdan a) $x \in (A\cap B)' \Leftrightarrow x \notin A\cap B \Leftrightarrow x \notin A$ yoki $x \notin A$ yoki $x \notin B \Rightarrow x \in A^1$ yoki $x \in B' \Leftrightarrow x \in A^1 \cup B'$.

Bu esa a) tenglikning to‘g‘riligini tasdiqlaydi.

Ta’rif. *$B \subset A$ bo‘lsin. A to‘plamning B to‘plamda yotmagan elementlaridan tashkil topgan to‘plam A va B to‘plamlarning ayirmasi deyiladi va $A \setminus B$ kabi belgilanadi.*

Misol. $A = \{a,b,c,d,e\}$; $B = \{b,d,e,k,f,n\}$ to‘plamlar berilgan. $A \setminus B = \{a,c\}$ bo‘ladi. Bu yerda ko‘rinadiki, $A \setminus B = A \setminus (A\cap B)$.

To‘plamlar ayirmasi ta’rifini $x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A$ va $x \bar{\in} CB$ ko‘rinishda yozish mumkin.

To‘plamlar birlashmasi, kesishmasi va ayirmasi amallari quyidagi xossalarga ega:

a) $A \setminus (B\cap C) = (A \setminus B)\cup(A \setminus C)$

b) $A \setminus (B\cup C) = (A \setminus B)\cap(A \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$

Bu tengliklarni mustaqil isbotlashga qoldiramiz.

Savol va topshiriqlar

1. Ushbu to‘plamlarning uchta elementini toping: 1) Pedagogika bilim yurtida o‘rganiladigan fanlar to‘plami; 2) O‘zbek alfavitidagi jarangli undosh tovushlar to‘plami; 3) Natural sonlar to‘plami.

2. Ushbu to‘plamlarni turlicha usullar bilan o‘qing: 1) $12 \in X$; ; 2) $-3 \notin X$.

3. Quyidagi fikrlarni o‘qing va ular orasidan rostlarini ko‘rsating:

1) $100 \in N$; 2) $-8 \in Z$; 3) $-8 \in N$; 4) $5{,}36 \in Q$; 5) $102 \notin R$; 6) $\sqrt{2} \in Q$;

7) $-7 \in R$; 8) $\frac{3}{4} \in N$; 9) $0 \in Z$.

4. *D* – butun manfiy sonlar to‘plami. Shu to‘plamga tegishli bo‘lgan beshta son ayting. $-1 \in D$, $0 \notin D$, $-3{,}2 \in D$ ekani to‘g‘rimi?

5. 3, 25; 0; –17; –3,8; 7 sonlari berilgan. Bu sonlardan qaysilari: 1) natural sonlar to‘plamiga; 2) butun sonlar to‘plamiga; 3) ratsional sonlar to‘plamiga; 4) haqiqiy sonlar to‘plamiga tegishli bo‘lishini aniqlang.

6. $a=\{a, b, c, d\}$, $B=\{k, l, m\}$ bo‘lsa, $A\times B$ ni toping va uni jadval ko‘rinishida tasvirlang.

7. *A* to‘plamda 8 ta element bor. Agar $A\times B$ da: 1) 56 ta; 2) 8 ta; 3) 0 ta; 4) 24 ta element bo‘lsa, *B* to‘plamda nechta element bor?

8. Natural sonlar to‘plamini qanday sinflarga ajratish mumkin? Misollar keltiring.

9. Universitet kutubxonasidagi kitoblar to‘plamini qanday sinflarga ajratish mumkin?

10. Quyidagi to‘plamlarning xarakteristik xossasini toping: a) barcha musbat butun sonlar to‘plami; b) barcha manfiy butun sonlar to‘plami.

11. 20; $\sqrt{15}$; 3; $\sqrt{2}$; 0; –20; 45; 7/8; –2 sonlari berilgan. Ulardan qaysilari:

a) butun sonlar; b) manfiy butun sonlar; d) ratsional sonlar; e) haqiqiy sonlar to‘plamiga tegishli.

12. Agar $A=\{a,o,e,u,i,o‘\}$, $B=\{11,22,33,44,55,66,77,88,99\}$, $C=\{1,3,5,7,9\}$ to‘plamlar berilgan bo‘lsa, ular elementlarining xarakteristik xossasini aniqlang.

13. Koordinata to‘g‘ri chizig‘ida quyidagi to‘plamlarni ko‘rsating: a) 3 dan kichik sonlar; b) 3 dan katta bo‘lmagan sonlar; d) 3 dan katta bo‘lgan sonlar;

e) 3 dan kichik bo‘lmagan sonlar.

14. Quyidagilardan rostini ko‘rsating:

a) $2 \in (2;21$; b) $-0{,}7 \in [-0{,}1;2]$; d) $0 \in (-\infty;0]$;

e) $7 \in (8;+\infty]$; f) $21 \in Q$; g) $5{,}3 \in Z$;

h) $-3 \in N$.

15. Agar A={27,32,36,54,232,108,324} bo‘lsa, A to‘plamning quyidagi sonlardan tuzilgan qism to‘plamlarni toping: a) 4 ga bo‘linadi; b) 9 ga bo‘linadi; d) 5 ga bo‘linadi; e) 10 ga bo‘linadi.

16. $B=\{a,b,c,d\}$ to‘plamlarning barcha qism to‘plamini yozing va ular sonini aniqlang.

17. Agar $A = \{x : x \in N,\ x \leq 24\}$ bo‘lsa, shu to‘plamning a) 6 ga karrali; b) 2 ga karrali; d) 5 ga karrali bo‘lmagan; e) 2 ga va 3 ga karrali sonlardan tuzilgan qism to‘plamlarini aniqlang.

18. Agar $A = \{a : a \in N, 17 \leq a \leq 23\}$, $B = \{b : b \in N,\ 7 \leq b \leq 21\}$ bo‘lsa, bu to‘plamlar kesishmasi va birlashmasini aniqlang.

19. “Mustaqillik” va “Istiqlol” so‘zlarini tashkil qilgan harflar to‘plamining birlashmasi va kesishmasini toping.

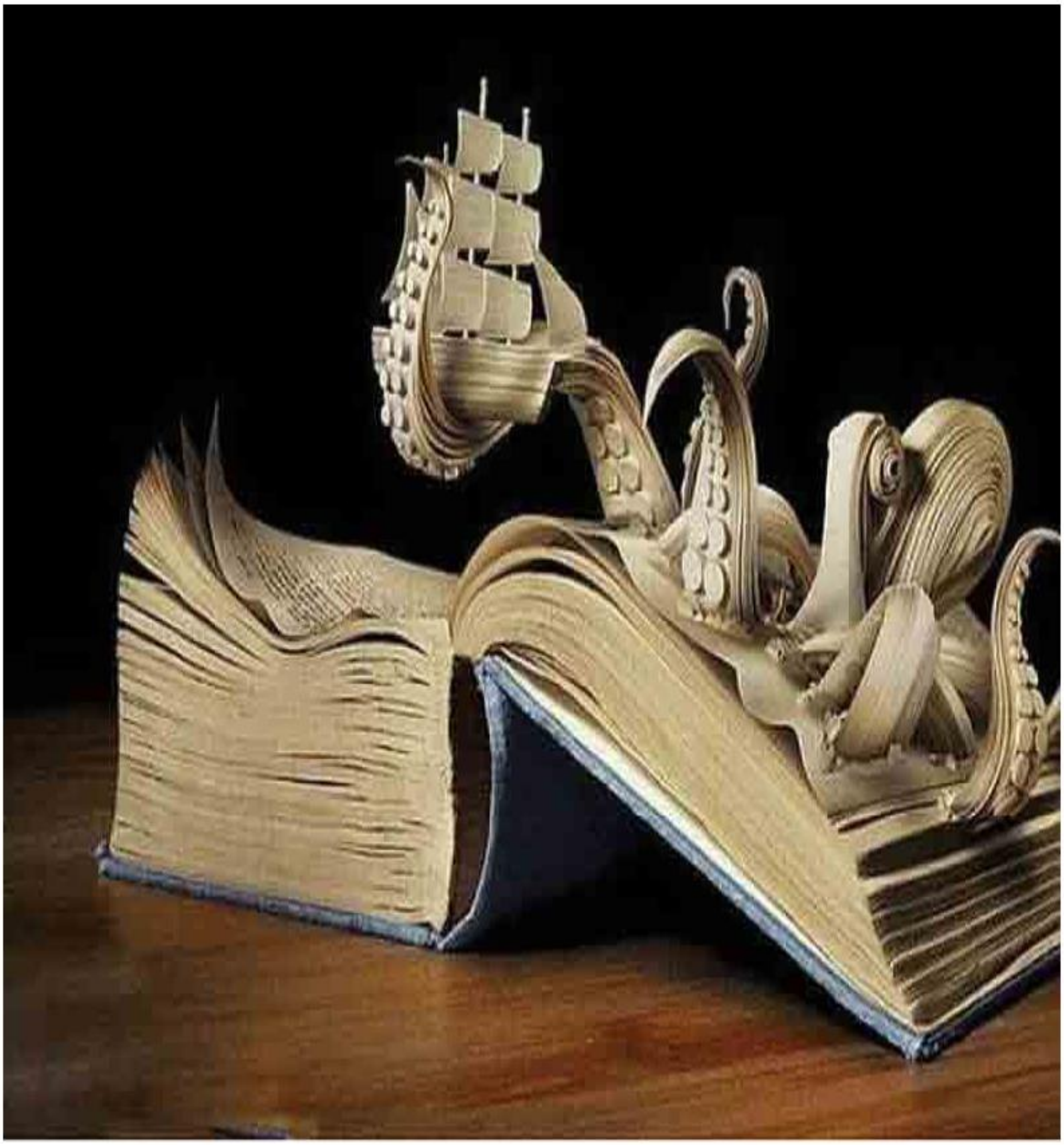
20. Agar C – ikki xonali juft sonlar to‘plami; B – 10 ga karrali ikki xonali sonlar to‘plami bo‘lsa, ularning kesishmasi va birlashmasini toping.

21. Agar A=(–2;4), B=[–3;6), C=[–3;+∞) bo‘lsa, a) $A \cup B \cup C$ va $A \cup B \cap C$ larni koordinata o‘qida tasvirlang.

22. Har qanday A va B to‘plamlar uchun $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ ekanligini isbotlang.

23. O‘zbek alifbosidagi harflar to‘plamini qanday sinflarga ajratish mumkin?

24. Natural sonlar to‘plamini qanday sinflarga ajratish mumkin. misollar keltiring.



2-MAVZU. BINAR MUNOSABATLAR

Reja:

1. Munosabat tushunchasi. Graflar.
2. Munosabatlarning berilish usullari.
3. Munosabatlarning xossalari.
4. Ekvivalentlik munosabati.
5. Tartib munosabati.

Tayanch so‘zlar: binar munosabat,dekart ko’paytma, graflar, berilish usullari, xossalari, refleksivlik, simmetriklik, antisimmetriklik, tranzitivlik, ekvivalentlik munosabati, sinflarga ajratish, tartib munosabati.

1. Munosabat tushunchasi. Graflar. Ma'lumki, to'plam tushunchasi matematika fanining asosiy tusunchalaridan biri bo'lib, bu fan taraqqiyotida muhim o'rin egallaydi. Natural sonlar to'plamini o'rganish boshlang'ich sinflardanoq boshlanadi. Bu ish sonlar orasidagi turli-tuman o'zaro bog'lanishlarni o'rganish bilan amalga oshiriladi. Masalan, 10 soni 7 sonidan katta (ortiq), 8 soni 5 sonidan 3 ta ko'p, 6 soni 5 sonidan keyin keladi.

Natural sonlar to'plami elementlari orasida yana ko'plab munosabatlarni o'rganish mumkin. To'g'ri chiziqlar to'plamida "parallel bo'lishlik", "perpendikulyar bo'lishlik", "o'zaro kesishish" va h.k.

Endi ixtiyoriy *X* to'plam elementlari orasidagi munosabat tushunchasini keltiramiz.

Ta'rif. *X to'plam elementlari orasidagi munosabat yoki X to'plamda munosabat deb,* $X \times X$ *Dekart ko'paytmasining har qanday qism to'plamiga aytiladi.*

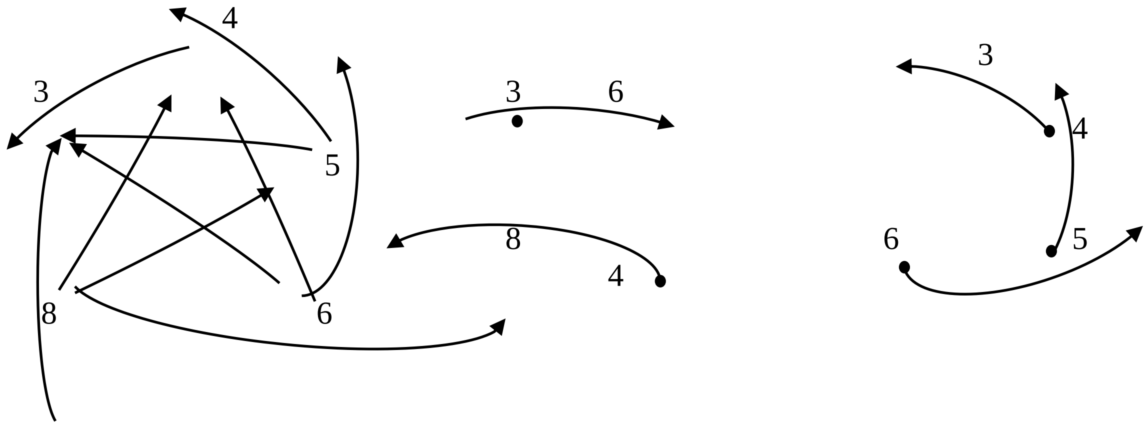
Munosabat. R, S, Q va hokazo harflar bilan belgilanadi.

Misol. *X*={3,4,5,6,8} sonlar to'plamini qaraylik. Bu to'plamda quyidagi munosabatlar mavjud:

1. *R:* "*x* son *y* sondan katta", ya'ni 8>6, 8>5, 8>4, 8>3, 6>5, 6>4, 6>3, 5>4, 5>3, 4>3.

Bu munosabat quyidagi juftliklar to'plami bilan aniqlanadi: {(8,6), (8,7), (8,6), (8,5), (8,4), (8,3), (6,5), (6,4), (6,3), (5,4), (5,3), (4,3)}. Ko'rinib turibdiki, bu juftliklar $X \times X$ Dekart ko'paytmasining qism to'plami bo'ladi. Buni to'plam ma'nosida $R \subset X \times X$ deb yozish mumkin. Endi *X* to'plamda *S:* "Ikki marta kichik" munosabatni qaraymiz. Bu munosabat quyidagi juftliklar to'plamidan iborat bo'ladi: {(3,6), (4,8)}. Bu yerda ham $S \subset X \times X$ bo'ladi. *X* to'plamda *Q:* "1 ta ko'p" munosabatni ham qarash mumkin. Bu munosabat quyidagi juftliklar to'plamidan iborat bo'ladi: {(4,5), (3,4), (6,5)}. Ravshanki, $Q \subset X \times X$. Yuqorida qaralgan *R, S, Q* munosabatlarning har biri ham $X \times X$ Dekart ko'paytmaning qism to'plamlaridan iborat.

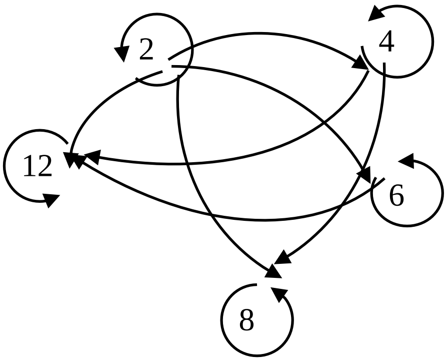
X to‘plamdagi munosabatni ko‘rgazmali tasvirlash uchun nuqtalar strelkalar yordamida tutashtiriladi va chizma hosil qilinadi. Bunday chizma ***graf*** deb ataladi. Masalan, *X*={3,4,5,6,8} to‘plamda qaralgan *R*, *S* va *Q* munosabatlarning graflarini 1-, 2-, 3-chizmada tasvirlaymiz.



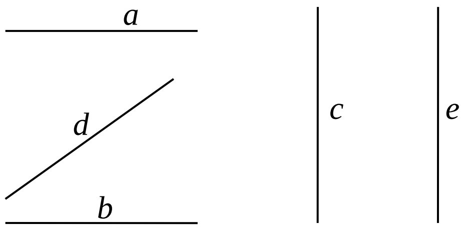
1-chizma 2-chizma 3-chizma

X={2,4,6,8,12} to‘plamda *P:* “*x* soni *y* sonining bo‘luvchisi” degan munosabatni qaraymiz va grafini chizamiz. *X* to‘plam elementlarini nuqtalar bilan tasvirlab, *x* dan *y* ga strelkalar chiqaramiz. Masalan, 2 dan 4 ga strelka chiqaramiz, chunki 2 soni 4 ning bo‘luvchisi. Lekin har bir son o‘zi o‘zining bo‘luvchisi. Shuning uchun har bir *x* nuqtadan chiqqan strelka yana o‘ziga qaytadi. Grafda boshi va oxiri ustma-ust tushgan strelkalar ***sirtmoqlar*** deyiladi (4-chizma).

X to‘plam to‘g‘ri chiziqlar to‘plamidan iborat bo‘lsin. Bu to‘plamda parallellik munosabatini qaraymiz (5-chizma). Ko‘rinib turibdiki, *a//b, c//e, b//a, e//c, a//a, b//b, c//c, e//e, d//d.* Bu munosabatning grafi *G*={*(a,b), (b,a), (c,e), (e,c), (a,a), (b,b), (c,c), (e,e), (d,d)*} to‘plamdan iborat. Uning grafi 6-chizmadagidek bo‘ladi.



4-chizma



5-chizma

6-chizma

2. Munosabatlarning berilish usullari. *X* to‘plam elementlari orasidagi *R* munosabat $X \times X$ Dekart ko‘paytmaning har qanday qism to‘plami, ya’ni elementlari tartiblangan juftliklar to‘plami bo‘lganligi uchun munosabatlarning berilish usullari to‘plamlarning berilish usullari bilan bir xil bo‘ladi.

1. *X* to‘plamdan olingan va shu munosabat bilan bog‘langan barcha elementlar juftliklarini sanab ko‘rsatish bilan berish mumkin. Masalan, *X*={4,5,6,8} to‘plamdagi biror munosabatni quyidagi juftliklar to‘plamini yechish bilan berish mumkin: {(5,4), (6,5)}. Shu munosabatning o‘zini yana graflar bilan berish mumkin.

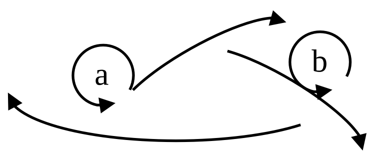
2. Ko‘pincha *X* to‘plamdagi *R* munosabat shu *R* munosabatda bo‘lgan barcha elementlar juftliklarining xarakteristik xossasini ko‘rsatish bilan beriladi. Masalan, “*x* soni *y* sonidan katta”, “*x* soni *y* sonidan 10 marta kichik” va h.k. Sonlar uchun “katta” munosabati $x>y$, *x* soni *y* sonidan 10 marta kichik munosabati $y=10x$ ko‘rinishda, parallellik va perpendikulyarlik munosabatlari $x/\!/y$, $x \perp y$ ko‘rinishda yoziladi.

Boshlang‘ich matematikada katta e’tibor sonlar orasidagi munosabatlarga qaratiladi. Ular turlicha beriladi: qisqa shaklga ega (“katta”, “…marta katta”, “…ta kam”) bo‘lgan ikki o‘zgaruvchili jumlalar yordamida beriladi.

3. Munosabatlarning xossalari.

1. Ekvivalentlik munosabati.
2. To‘plamlarni juft-jufti bilan sinflarga ajratish.
3. Tartib munosabati.

Refleksivlik. Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa, X to‘plamdagi munosabat refleksiv munosabat deyiladi va xRx ko‘rinishda yoziladi. Masalan, parallellik va tenglik munosabatli refleksivlik xossasiga ega: $a /\!/ b$ bo‘lsa, $b /\!/ a$ bo‘ladi, $a=b$ bo‘lsa, $b=a$ bo‘ladi. Ularning graflarida sirtmoqlar bo‘ladi.



Simmetriklik. Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, x to‘plamdagi R munosabat simmetrik munosabat deyiladi. Buni qisqacha $xRy \Rightarrow yRx$ ko‘rinishda yoziladi. Masalan, parallellik, perpendikulyarlik va tenglik munosabatlari simmetriklik xossasiga ega simmetriklik munosabatning grafida x dan y ga boruvchi har bir strelka bilan birga, graf y dan x ga boruvchi strelkaga ham ega bo‘ladi.

Antisimmetriklik. Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabtda bo‘lmasligi kelib chiqsa, x to‘plamdagi R munosabat ***antisimmetrik munosabat*** deyiladi. Bu qisqacha xRy va $x \neq y \Rightarrow \overline{yRx}$ ko‘rinishda yoziladi. Masalan, “uzunroq” munosabati antisimmetrik munosbat bo‘ladi. Masalan, a kesma b kesmadan uzunroq bo‘lishidan b kesma ham a dan uzunroq bo‘lishi kelib chiqmaydi.

Antisimmetrik munosabat grafining ikkita uchi strelka bilan tutashtirilgan bo‘lsa, bu strelka yagona bo‘ladi.

Tranzitivlik. Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv munosabat deyiladi. Buni qisqacha xRy va $yRz \Rightarrow xRz$ ko‘rinishda yoziladi.

Tranzitiv munosabatning grafi x dan y ga va y dan z ga boruvchi har bir strelkalar juftligi bilan birga x dan z ga boruvchi strelkaga ham ega. Masalan, “x kesma y kesmadan uzunroq” munosabat tranzitivdir. Chunki, agar x kesma y kesmadan uzunroq, y kesma z kesmadan uzunroq bo‘lsa, x kesma z kesmadan uzunroq bo‘ladi.

3. Munosabatlarning xossalari.

4. To‘plamlarni juft-jufti bilan sinflarga ajratish.

Ta’rif. *Agar bir vaqtning o‘zida quyidagi shartlar bajarilsa, X to‘plam juft-jufti bilan kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratiladi deyiladi:*

1. Bo‘linish hosil qilgan qism to‘plamlar bo‘sh emas.

2. Bunday qism to‘plamlarning hech biri o‘zaro kesishmaydi.

3. Barcha qism to‘plamlarning birlashmasi berilgan to‘plam bilan ustma-ust tushadi. Masalan, N natural sonlar to‘plamini uchta o‘zaro kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratish mumkin: 1) tub sonlar to‘plami; 2) murakkab sonlar to‘plami; 3) 1 dan tashkil topgan to‘plam. N to‘plamni ikkita sinfga ham ajratish mumkin – juft sonlar to‘plami va toq sonlar to‘plami.

To‘plamni sinflarga ajratish, mumkin bo‘lgan barcha klassifikatsiyalashlarning asosida yotadi. Masalan, biologiyada barcha tirik organizmlarni tiplarga ajratish, qishloq xo‘jaligida mevalarni o‘lchamlarga yoki og‘irliklariga qarab navlarga ajratish, lug‘atlarda so‘zlarni alifbo bo‘yicha joylashtirish va h.k.

To‘plamni juft-jufti bilan kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratish har xil qiymatlar qabul qilishi mumkin bo‘lgan biror xossa yordamida amalga oshirilishi mumkin. Masalan, ranglarga ko‘ra sinflashda har bir sinfga bir xil rangli predmetlarni joylashtirish mumkin. Buni “*x* bilan *y* bir xil rangli” munosabat orqali hosil qilish mumkin.

Xuddi shunga o‘xshash “*x* talaba *y* talaba bilan bir kursda o‘qiydi” degan munosabat bilan universitet talabalari to‘rtta kursga ajratiladi. Lekin har qanday *R* munosabat to‘plamni sinflarga ajratish imkonini bermaydi. Qanday xususiyatga ega bo‘lgan munosabat to‘plamni juft-jufti bilan o‘zaro kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratishi quyidagi teorema yordamida aniqlanadi.

Teorema. *R munosabat X to‘plamni sinflarga ajratishi uchun uning ekvivalentlik munosabati bo‘lishi zarur va yetarli.*

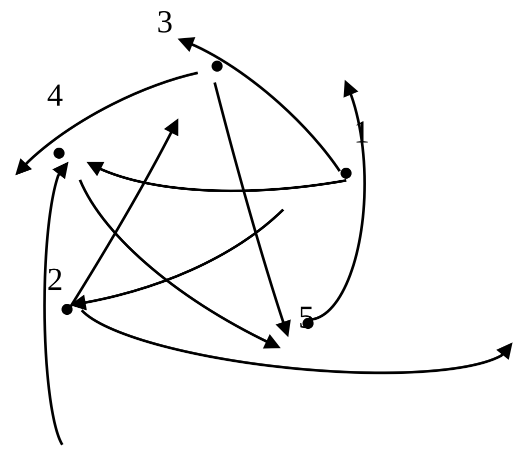
Agar ekvivalentlik munosabati nomga ega bo‘lsa, u holda sinflarga ham unga mos nom beriladi. Masalan, agar kesmalar to‘plamida tenglik munosabati berilsa (bu ekvivalentlik munosabati bo‘ladi), u holda kesmalar to‘plami teng kesmalar sinfiga ajraladi. Uchburchaklar to‘plami o‘xshashlik munosabati bilan o‘xshash uchburchaklar sinfiga ajraladi va h.k.

Ekvivalentlik sinfini uning bitta vakili bilan aniqlash mumkin. Masalan, teng kasrlarning ixtiyoriy sinfini shu sinfga tegishli ixtiyoriy kasrni ko‘rsatish bilan berish mumkin. Bu vaziyat ekvivalentlik sinfining alohida vakillari to‘plamini o‘rganishga imkon beradi.

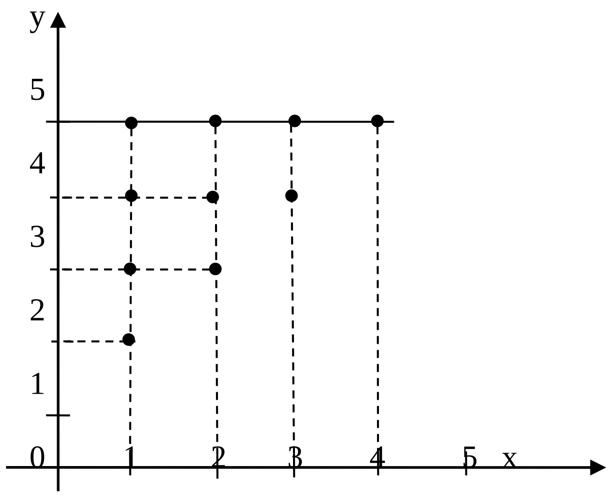
5. Tartib munosabati. Tartib tushunchasi matematikada va umuman hayotda ko‘p uchraydi. Bu tushuncha biror *X* to‘plamda “*x y* dan keyin keladi” munosabat orqali beriladi. Bu munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘ladi: agar *x y* dan keyin, *y* esa *z* dan keyin kelsa, *x z* dan keyin keladi va *x y* dan keyin kelishidan *y x* dan keyin kelishi kelib chiqmaydi. Tartib munosabatiga matematikada amallarni bajarish, auditoriyadagi talabalarni bo‘ylari bo‘yicha safga tortish, o‘zbek alifbosida harflarning kelish tartibi va hokazolar misol bo‘ladi.

Ta’rif. *Agar X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘lsa, u holda bu munosabat tartib munosabati deyiladi. X to‘plam, unda berilgan tartib munosabat bilan birga tartiblangan to‘plam deb ataladi.*

Tranzitivlik va antisimmetriklik xossasiga ega bo‘lgan munosabatlar natural sonlar to‘plamida “katta”, kishilar to‘plamida “baland”, “keyin turadi” kabilar bo‘lib, ular qat’iy tartib munosabatlari deyiladi. Ular *R: “x>y”* yoki *S: “x<y”* ko‘rinishda qisqacha yoziladi. *X* to‘plamdagi qat’iy tartib munosabati *“x<y”* ning grafini aniqlaymiz. Misol sifatida X={3,1,5,2,4}to‘plamni olaylik. Ko‘ramizki, berilgan munosabatning grafida sirtmoqlar bo‘lmaydi va $x<y$ shartni qanoatlantiruvchi (x, y) nuqtalarni x dan y ga yo‘nalgan bitta strelka birlashtiradi (7-chizma). Natijada X to‘plam quyidagicha tartiblanadi: X={1,2,3,4,5}. *“x < y”* munosabatning grafigi quyidagidan iborat bo‘ladi: G={(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5),(4,5)}.Uni 8-chizmada tasvirlaymiz.



7-chizma



8-chizma

X to‘plamda *“x ≤ y”, “x ≥ y”* munosabatlarham qaraladi. Ular noqat’iy tartib munosabatlari deyiladi. Umuman, agar R munosabat X to‘plamda refleksivlik, antisimmetriklik va tranzitivlik xossalariga ega bo‘lsa, y noqat’iy tartib munosabati deyiladi. Agar yuqoridagi X to‘plamda *“x ≤ y”* munosabat qaralsa, 7-chizmadagi har bir nuqtada sirtmoqlar ham bo‘ladi. 8-chizmada tasvirlangan grafikka (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) nuqtalar ham qo‘shiladi.

Savol va topshiqirlar

1. Quyidagi to‘plamlardan qaysilari A={0,3,6,9,12,15} to‘plam elementlari orasidagi munosabat bo‘ladi:

1) G_1={(6,3), (9,3), (12,3), (12,6), (15,3), (3,3), (6,6), (9,9), (12,12), (15,15)};

2) G_2={(0, 3), (3, 6), (6, 9), (9, 12), (12, 15)};

3) G_3={(3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (3, 15), (6, 6), (9, 9), (12, 12), (15, 15)};

4) G_4={(3, 6), (6, 12), (9, 18)}.

2. {0, 3, 5, 7} to‘plamda berilgan “kichik yoki teng” munosabati grafigini yasang.

3. X={1,2,4,8,12,16}to‘plamda “x soni y sonning bo‘luvchisi” munosabati berilgan. Bu munosabat grafigini yasang va xossalarini aniqlang.

4. C={7, 14, 28, 25} to‘plamda aniqlang: “karrali” munosabati refleksivlik xossasiga egami? Bu munosabat uchun simmetriklik xossasi o‘rinlimi? Javobingizni asoslang.

5. Natural sonlar to‘plamida “x son bevosita y sonidan keyin keladi” munosabati o‘rnatilgan bo‘lsa, u tartib munosabati bo‘ladimi? Javobingizni asoslang.

6. Natural sonlar to‘plamida “5 ga bo‘lganda bir xil qoldiq chiqadi” munosabati o‘rnatilgan bo‘lsa, u ekvivalentlik munosabati bo‘ladimi? Javobingizni asoslang.

7. X tekislikdagi to‘g‘ri chiziqlar to‘plami. Q uyidagi munosabatlardan qaysi shu to‘plamdagi ekvivalentlik munosabati bo‘ladi:

1) “x y ga parallel”

2) “x y ga perpendikulyar”

3) “x y bilan kesishadi”

8. X = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ to‘plamda “3 ga bo‘lganda aynan bir xil qoldiqqa ega” munosabat berilgan. Berilgan munosabat ekvivalrntlik munosabati ekanligini ko‘rsating va X to‘plam bo‘linadigan barcha ekvivalentlik sinflarni yozing, nechta shunday sinf hosil bo‘ladi?

9. “Aynan bir xil raqam bilan tugaydi” munosabati N to‘plamda nechta ekvivalentlik sinfini aniqlaydi? Har bir sinfning bittadan vakilini ayting?

10. X kesmalar to‘plami. Quyidagi munosabatlardan qaysilari bu to‘plamda tartib munosabati bo‘ladi:

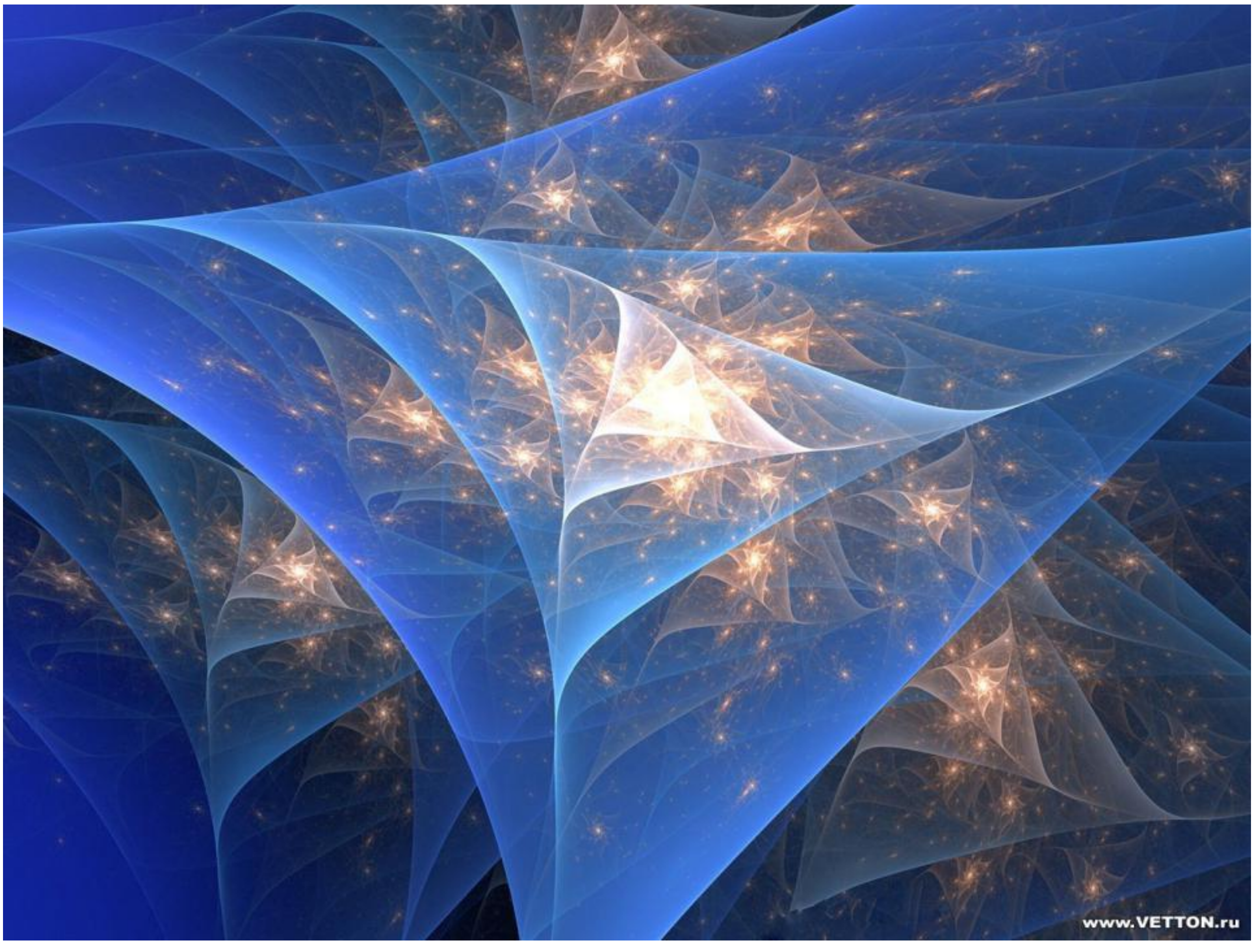
1) “x y ga teng”

2) “x y dan uzun”

3) “x y dan 2 sm qisqa”

4) “x y dan 3 marta uzun”

11. X=$\{3,6,9,12,15\}$ to‘plamda “x y ning bo‘luvchisi” munosabati berilgan. Bu munosabat X to‘plamni tartiblashtirishini ko‘rsating?



3-MAVZU. MAXSUS BINAR MUNOSABATLAR

REJA

1. Dekart koʻpaytma.

2. Ekvivalentlik munosabati.

Tayanch soʻzlar: Dekart koʻpaytma, tartiblangan toʻplamlar, juftlik, ekvivalentlik munosabati, kortejlar, komponenta.

1. Dekart koʻpaytma. Avvalo tartiblangan juftlik tushunchasi bilan tanishamiz. Bizga 35 soni berilgan boʻlsa, 3 va 5 sonlaridan (3,5) juftlik tuzish mumkin, lekin undagi sonlardan (5,3) juftlikni ham tuzish mumkin boʻlib, u 53 soniga mos keladi. (3,5) ni tartiblangan juftligi (*x*,*y*)koʻrinishda yoziladi. Bunda *x* va *y* lar uning komponentalari yoki koordinatalari deyiladi. Tartiblangan juftlikda *x*=*y* boʻlishi ham mumkin. Masalan, 55 sonida ikkita bir xil son bor. Ular (5,5) tartiblangan juftlikni hosil qiladi. Agar $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ boʻlsa, $(x_1 = y_1)$ va $x_2 = y_2$ juftliklar oʻzaro teng deyiladi. Demak, $x = y$ boʻlsa, (*x*, *y*) va (*y*, *x*) juftliklar har xil boʻladi.

Misol. *A*={*a*,*b*,*d*} to‘plam elementlaridan 9 ta tartiblangan juftliklar tuzish mumkin. Ular quyidagilardan iborat: *(a,a), (a,b), (a,d), (b,b), (b,a), (b,d), (d,a), (d,b), (d, d).*

Tartiblangan juftliklarni ikkita to‘plam elementlaridan ham tuzish mumkin. Masalan, *x* komponentani *X* to‘plamdan, *y* komponentani esa *Y* to‘plamdan olish mumkin. Masalan, *X*={*a*, *b*, *c*}, *Y*={1, 2}. Bu to‘plamlardan birinchi komponentasi *X* dan ikkinchi komponentasini *Y* dan olingan juftliklarni hosil qilamiz: {(*a*,1), (*a*,2), (*b*,1), (*b*,2), (*c*,1), (*c*,2)}.

Hosil qilingan juftliklar to‘plami *X* va *Y* to‘plamlarning Dekart ko‘paytmasi deyiladi.

Ta’rif. *X va Y to‘plamlarning Dekart ko‘paytmasi deb, birinchi komponentasi A to‘plamga, ikkinchi komponentasi B to‘plamga tegishli bo‘lgan juftliklar to‘plamiga aytiladi. Dekart ko‘paytmasini topishda qo‘llaniladigan amal* ***to‘plamlarni Dekart ko‘paytirish*** *deyiladi.*

Dekart ko‘paytmasi amali kommutativlik va assotsiativlik xossalariga ega emas, ya’ni 1) agar $X \neq Y$ bo‘lsa, $X \times Y \neq Y \times X$; 2) agar *X,Y,Z* to‘plamlarning hech biri bo‘sh bo‘lmasa, $X \times (Y \times Z) \neq (X \times Y) \times Z$.

Bularning to‘g‘riligini osongina isbotlash mumkin. Misol keltiramiz: *X*={*a*,*b*,*c*}, *Y*={1,2} to‘plamlar uchun $X \times Y = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,1),(c,2)\} \neq$ $\neq \{(1,\grave{a}),(2,\grave{a}),(1,b),(2,b),(1,c),(2,c)\} = Y \times X$ ekani ravshan. Demak, $X \times Y$ va $Y \times X$ lar har xil. Lekin, Dekart ko‘paytma uchun quyidagi tengli ko‘rinli:

$$(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z).$$

Buning to‘g‘riligini tekshirishni o’quvchiga havola etamiz.

Matematikada *n* ta to‘plamning Dekart ko‘paytmasi amali ham (kiritiladi) qaraladi. Bu amalni ta’riflash uchun kortej tushunchasini kiritamiz.

Biz yuqorida tartiblangan juftliklarnigina qaradik. Endi tartiblangan uchliklar, to‘rtliklar va *n* liklarni qaraymiz. Bunday tartiblangan naborlar ***kortejlar*** deyiladi. Masalan, (1,2,3) tartiblangan uchlik, (4,2,3,4,5) tartiblangan beshlik.

Faraz qilaylik, $X_1,X_2,\ldots,X_n$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. X_1 to‘plamdan qandaydir x_1 element, X_2 to‘plamdan x_2 element, …, X_n to‘plamdan x_n element olib, ularni tartib bilan joylashtirib $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ ni hosil qilamiz. Bu tartiblangan n yoki kortej deb ataladi. n soni kortejning uzunligi, $x_1,x_2,\ldots,x_n$ lar uning komponentlari deyiladi.

Kortejning komponentalari kortejlardan iborat bo‘lishi ham mumkin. Masalan, $((a_1,a_2),\ (a_3,a_4))$ uzunligi 2 ga teng kortejdan iborat. Komponentalari to‘plamlardan iborat kortejlar ham tuzish mumkin. Masalan, *(a,b), (c,d), (c,f)*.

Matematikada raqamlar nabori kortejga misol bo‘ladi. Bu kortej 0,1,2,3,4,5, 6,7,8,9 raqamlardan tuziladi. Masalan, 120751 soni uchun (1,2,0,7,5,1) uzunligi 6 ga teng bo‘lgan kortejlar bo‘ladi.

Ta’rif. $x_1,x_2,\ldots,x_n$ *to‘plamlarning Dekart ko‘paytmasi deb, uzunligi n ga teng bo‘lgan shunday kortejlar to‘plamiga aytiladiki, bunda kortejning birinchi komponentasi* x_1 *to‘plamga, ikkinchi komponentasi* x_2 *to‘plamga,…, n komponentasi* x_n *to‘plamga tegishli bo‘ladi va quyidagicha belgilanadi:* $x_1\times x_2\times \ldots\times x_n$.

Misol. $x_1=\{1,2\},\ x_2=\{3,4,5\},\ x_3=\{6,7\}$ to‘plamlarning Dekart ko‘patmasini topamiz.

Yechish. $x_1\times x_2\times x_3=\{$(1,2,6), (1,3,7), (1,4,6), (1,4,7), (1,5,6), (1,5,7), (2,3,6), (2,3,7), (2,4,6), (2,4,7), (2,5,6), (2,5,7)$\}$.

2. Ekvivalentlik munosabati.

Ta’rif. *Agar X to‘plamda berilgan R munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo‘lsa, u holda y* ekvivalentlik *deyiladi.*

Masalan, to‘g‘ri chiziqlarning parallelligi munosabati, figuralarning tenglik munosabati, biror universitetdagi “kursdoshlik”, so‘zlar to‘plamida “o‘zakdoshlik” kabi munosabatlar refleksiv, simmetrik va tranzitiv munosabatlardan iborat, ya’ni ular ekvivalentlik munosabatlardir.

Ekvivalentlik munosabatiga yana bir qancha misollar qaraymiz:

1. *R:* “Sonli ifodalar to‘plamida *x* va *y* bir xil son qiymatga ega” munosabatni qaraymiz. Bu munosabat:

a) refleksiv, chunki *x* ifodaning son qiymati *x* ifodaning son qiymatiga teng;

b) simmetrik, chunki *x* ifodaning qiymati *y* ifodaning qiymatiga teng bo‘lsa, *y* ifodaning qiymati ham *x* ifodaning qiymatiga teng;

d) tranzitiv, chunki *x* ifodaning qiymati *y* ifodaning qiymatiga, *y* ifodaning qiymati esa *z* ifodaning qiymatiga teng bo‘lsa, *x* ifodaning qiymati *z* ifodaning qiymatiga teng. Demak, *R* ekvivalentlik munosabati bo‘ladi.

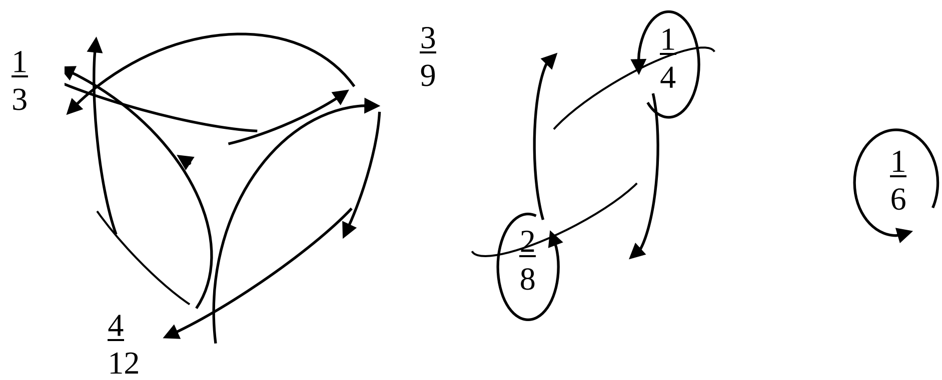
Bu munosabat yordamida barcha sonli ifodalar sinflarga ajraladi, bunda har bir sinfda son qiymatlari bir xil bo‘lgan ifodalar joylashadi, masalan, $5+3, 2^3, 2+2+2+2$ va h.k. ifodalar bitta sinfga tegishli bo‘ladi, $7–3, 2^2, 16:4$ lar boshqa sinfda joylashadi.

2. $X=\{\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\frac{2}{8},\frac{1}{6}\}$ kasrlar to‘plamida *S:* “kasrlar tengligi” munosabatini qaraymiz. Bu munosabat:

1. Refleksiv, chunki ixtiyoriy kasr o‘zi-o‘ziga teng.

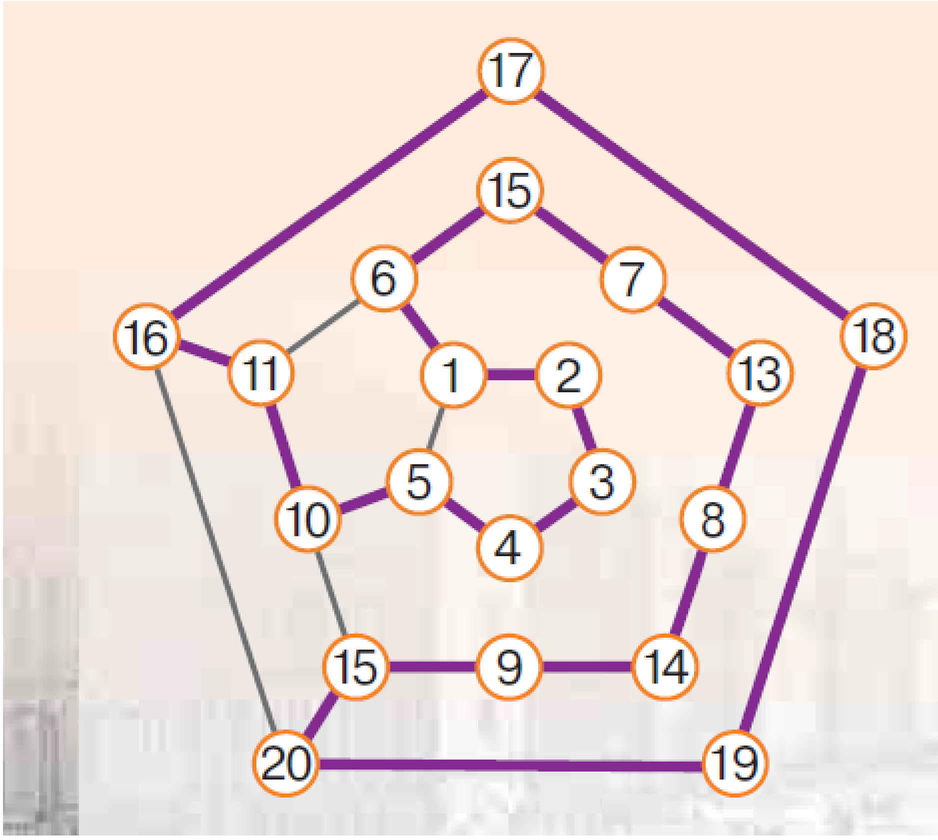
2. Simmetrik, chunki *x* kasrning *y* kasrga tengligidan *y* kasrning *x* kasrga tengligi kelib chiqadi.

3. Tranzitiv, chunki *x* kasrning *y* kasrga, *y* kasrning *z* kasrga tengligidan *x* kasrning *z* kasrga tengligi kelib chiqadi. Bu munosabatning grafi *1-chizma*da tasvirlangan.



1-chizma

Demak, *S* munosabat ekvivalentlik munosabat bo‘ladi. Yuqorida ko‘rilgan misollarda mavjud bo‘lgan umumiylik shundan iboratki, ularda munosabati berilgan to‘plam bir nechta qism to‘plamlarga ajraladi. Masalan, kasrlarning tengligi munosabatida X to‘plam uchta $\{\frac{1}{3}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}\}, \{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}\}, \{\frac{1}{6}\}$ kasrlar o‘zaro kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratiladi, ularning birlashmasi X to‘plam bilan ustma-ust tushadi. Biz yuqorida ko‘rilgan munosabatlar uchun ham shunga o‘xshash hodisaga ega bo‘lamiz.



4-MAVZU. MULOHAZA. MULOHAZALAR USTIDA AMALLAR

Reja:

1. Sodda va murakkab mulohazalar.
2. Chin va yolg’on mulohazalar.
3. Mulohazalar ustida amallar.

Tayanch so‘zlar: mulohaza, sodda va murakkab mulohazalar, chin va yolg‘on mulohazalar, chinlik jadvali, mulohazalar inkori, mulohazalarning konyunksiyasi, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalensiya amali.

1. Sodda va murakkab jumlalar. Matematik obyektlar orasidagi turli o‘zaro bog‘lanishlar tushunchalardan tashkil topgan jumlalar(gaplar) yordamida ifodalanadi.Masalan «Kvadratning hamma tomonlari teng», «10 soni 5 ga bo‘linadi» va h.k.

Har bir matematik jumla mazmuni va mantiqiy strukturasi bilan xarakterlanadi. Matematikada sodda va murakkab jumlalar farq qilinadi. Masalan «15 toq son» sodda jumla, quyidagilar esa murakkab jumlalardir.

1. 50 soni 7 ga bo‘linmaydi

2. 96 juft son va 4 ga bo‘linadi

3. x soni 10 dan kichik yoki 10 ga teng

4. Agar uchburchak to‘g‘ri burchakli bo‘lsa, u holda gippotenuza uzunligining kvadrati katetlar uzunliklari kvadratlarining yig‘indisiga teng.

5. 129 soni 3 ga bo‘linadi faqat va faqat uning raqamlari yig‘indisi 3 ga bo‘linsa.

Murakkab jumla sodda jumladan «emas» (maydi) «va», «yoki», «Agar *x* bo‘lsa, *y* bo‘ladi», «*x* o‘rinli faqat va faqat *y* o‘rinli bo‘lsa» kabilar bilan hosil qilinadi. Bu so‘zlar matematikada mantiqiy bog‘lovchilar deb ataladi.

2. Chin va yolg‘on mulohazalar. Agar jumlaga nisbatan u chinmi yoki yolg‘on savoli ma’noga ega bo‘lsa, u holda bu jumla mulohaza deyiladi.

So‘roq gaplar, undov gaplar mulohaza bo‘la olmaydi. Chunki bular uchun chin yoki yolg‘onligi haqida savol qo‘yish ma’noga ega emas.

Masalan, «10 juft son» jumla chin mulohaza, «5+7=10» jumla yolg‘on mulohaza, «Soat necha?» va «Yashasin quyosh» lar mulohaza bo‘lmaydi.

Mulohazalarni almashtirish qoidalari xuddi algebraik ifodalarni almashtirishga o‘xshab ketadi. Mulohazalarni almashtirish qoidalari matematik mantiqning bir bo‘lagi hisoblanadi.

Bundan keyin mulohazalarni lotin alifbosining bosh harflari $A,B,C,\ldots$lar bilan belgilaymiz va faqat ularning chin yoki yolg‘onligi bilan qiziqamiz.

Har bir mulohazaga, agar u chin bo‘lsa Ch (chin) va agar yolg‘on bo‘lsa Yo (yolg‘on) qiymatlardan biri beriladi. Agar mulohaza sodda bo‘lsa, u holda uning chinlik qiymati mazmuniga qarab aniqlanadi. Bizning birinchi vazifamiz murakkab mulohazalarning mazmunini aniqlash, ya’ni A va B sodda mulohazalar qanday bo‘lganda murakkab mulohazalarning chin yoki yolg‘onligini aniqlash kelajakda bizning asosiy vazifamiz bo‘ladi.

3. Mulohazalar ustida amallar. Endi sodda A va B mulohazalardan tashkiltopgan murakkab mulohazalarning chinlik qiymatini aniqlash bilan shu g‘ullanamiz. Sodda mulohazalardan murakkab mulohaza tuzish va uning chinlik qiymatini topish mulohazalar ustida amallar deyiladi.

Mulohazalar inkori. Agar A qandaydir mulohaza bo‘lsa, uni yolg‘on deb tasdiqlash natijasida yangi mulohaza hosil bo‘ladi. A mulohazaning inkori deb A mulohaza chin bo‘lganda yolg‘on, A mulohaza yolg‘on bo‘lganda chin bo‘luvchi $\overline{A}$ mulohazaga aytiladi, $\overline{A}$ «belgisi bunday o‘qiladi*:* A emas (maydi)» yoki «A ekani yolg‘on».

Misol. 1) A («132 soni 9 ga bo‘linadi») mulohazasining inkori $\overline{A}$ («132 soni 9 ga bo‘linmaydi») dan iborat bo‘lib, A yolg‘on $\overline{A}$ esa chin bo‘ladi.

2. A («Toshkent O‘zbekiston Respublikasining poytaxti») mulohazaning inkori $\overline{A}$ («Toshkent O‘zbekiston Respublikasining poytaxti emas») bo‘ladi Bu yerda A chin $\overline{A}$ esa yolg‘on mulohazadir.

Faraz qiliylik A biror mulohaza bo‘lsin. Uning inkori $\overline{A}$ ham mulohaza bo‘ladi. Shuninig uchun uning inkorini ham tuzish mumkin. $\overline{A}$ ning inkori $\overline{\overline{A}}$ deb belgilanadi va u qo‘sh inkor deb aytiladi. Masalan, A («15 tub son»), $\overline{A}$ («15 tub son emas») bo‘lib $\overline{\overline{A}}$ («15 tub son»)

Umuman, har qanday A mulohaza $\overline{\overline{A}}$ ga teng kuchli bo‘ladi. $\overline{A}$ va $\overline{\overline{A}}$ mulohazalarning chinlik jadvali quydagicha bo‘ladi:

A	$\overline{A}$	$\overline{\overline{A}}$
Ch	*Yo*	*Ch*
Yo	*Ch*	*Yo*

Mulohazalarning konyunksiyasi. A va B lar sodda mulohazalar bo‘lsin. Ularni «va» bog‘lovchisi bilan birlashtirib «A va B» murakkab mulohazaga ega bo‘lamiz. Bu mulohaza A va B sodda mulohazalarning kon’yunksiyasi deyiladi va $A \wedge B$ kabi belgilanadi.

Ta’rifga ko‘ra agar ikkala *A* va *B* mulohaza chin bo‘lsa, u holda «*A* va B» ko‘rinishdagi mulohaza (kon’yunksiya) chin hisoblanadi. Agar mulohazalardan bittasi yolg‘on yoki ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa u holda «*A* va *B*» ko‘rinishdagi mulohaza (kon’yunksiya) yolg‘on hisoblanadi.

Misollar. 1. *A* («10-5=5»), *B* («5 toq son») mulohazalarni qaraymiz. Bulardan «va» bog‘lovchisi yordamida *C* mulohaza ham chin bo‘ladi.

2. Endi *A* («12 tub son»), *B* («12 soni 3 ga bo‘linadi») mulohazalaridan C («12 tub son va 12 soni 3 ga bo‘linadi») murakkab mulohazani tuzamiz. Bu mulohaza yolg‘on, chunki *A* yolg‘on *B* esa chin mulohazalardir.

Kon’yunksiya ta’rifini Quyidagi chinlik jadvali orqali yozish mumkin.

A	B	$A\wedge B$
Ch	*Ch*	*Ch*
Ch	*Yo*	*Yo*
Yo	*Ch*	*Yo*
Yo	*Yo*	*Yo*

Agar $A\wedge B$ kon’yunksiyada *A* va *B* larning o‘rinlarini almashtirsak $B\wedge A$ kon’yunksiya hosil bo‘ladi. Bunda $A\wedge B$ va $B\wedge A$ lar bir vaqtda yolg‘on bo‘ladi. Demak, ular teng kuchli, ya’ni $A\wedge B=B\wedge A$.

Bu tenglik kon’yunksiyaning kommutativlik xossasi deyiladi.

Chinlik jadvalini tuzish yordamida

$$(A\wedge B)\wedge C=A\wedge (B\wedge C)$$

tenglikning to‘g‘riligini ham ko‘rsatish mumkin. Bu tenglik kon’yunksiyaning assosiativlik xossasi deyiladi.

Agar *A* va $\overline{A}$ larning kon’yunksiyasi $A\wedge\overline{A}$ ni qaraydigan bo‘lsak, u hamma vaqt yolg‘on mulohazadan iborat bo‘ladi.Masalan, $A\wedge\overline{A}$ (5 tub son va 5 tub son emas) yolg‘on mulohazadan iborat. $A\wedge\overline{A}=Yo$ deb yozish mumkin.

Dizyunksiya amali. Ikkita sodda *A* va *B* mulohazalarni «yoki» bog‘lovchisi bilan birlashtirib ya’ni «*A* yoki *B*» murakkab mulohazaga ega bo‘lamiz. Bu mulohaza A va B mulohazalarning diz’yunksiyasi deyiladi va $A \cup B$ kabi belgilanadi.

A va B mulohazalardan aqalli bittasi chin bo‘lsa, u holda «A yoki B» ko‘rinishdagi mulohaza (diz’yunksiya) chin hisoblanadi. A va B mulohazalarning ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa, u holda «A yoki B» mulohaza (diz’yunksiya) yolg‘on hisoblanadi. Misol. 1. A(«12>9») va B(«12=9») mulohazalarning diz’yunksiyasi $A \vee B$ («12>9 yoki 12=9») dan iborat bo‘lib uni C(«$12 \geq 9$») ko‘rinishida yozish mumkin.Bu chin mulohaza hisoblanadi.

2. A («12 tub son»), B(«12 soni 5ga bo‘linadi») mulohazalar dizyunksiyasi $A \vee B$ («12 tub son yoki 12 soni 5ga bo‘linadi») mulohaza yolg‘on bo‘ladi ,chunki A va B larning ikkalasi ham yolg‘on .

Dizyunksiyaning chinlik jadvali quyidagicha bo‘ladi.

A	B	$A \vee B$
Ch	*Ch*	*Ch*
Ch	*Yo*	*Ch*
Yo	*Ch*	*Ch*
Yo	*Yo*	*Yo*

Dizyunksiya amali quyidagi xossalarga ega:

1° $A \vee B = B \vee A$ (kommutativlik)

2° $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$ (assosiativlik)

3° $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

4° $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Bu tengliklarni chinlik jadvalini tuzish orqali isbotlash mumkin.

Osongina ko‘rsatish mumkinki A va $\overline{A}$ fikirlarning dizyunksiyasi hamma vaqt chin bo‘ladi.

$$A \vee \overline{A} = Ch$$

Konyunksiya, dizyunksiya va inkor amallari De Morgan formulalari deb ataluvchi quyidagi formulalar orqali bog‘langan:

a) $A \wedge B = \overline{A} \vee B$,

b) $\overline{A \vee B} = \overline{A \wedge B}$

Bu formulalarni chinlik jadvali yordamida isbotlash mumkin

Mulohazalar implikatsiyasi. Ikkita sodda *A* va *B* mulohazalar berilgan bo‘lsin. Ulardan «Agar *A* bo‘lsa, u holda *B* bo‘ladi» degan murakkab mulohaza tuzamiz.

Bu mulohaza *A* va *B* mulohazalarning implikatsiyasi deyiladi va $A \Rightarrow B$ kabi belgilanadi. Bu *A* dan *B* kelib chiqadi deb o‘qiladi. $A \Rightarrow B$ implikatsiyada *A*-implikatsiyaning sharti, *B* esa xulosasi deyiladi.

«Agar *A* bo‘lsa , u holda *B* bo‘ladi» implikatsiya faqat bitta holda ya’ni *A* chin, *B* esa yolg‘on bo‘lgandagina yolg‘on, qolgan barcha hollarda chin bo‘ladi deb hisoblanadi. Shuning uchun uning chinlik jadvali quyidagicha bo‘ladi

A	*B*	$A \Leftrightarrow B$
Ch	*Ch*	*Ch*
Ch	*Yo*	*Yo*
Yo	*Ch*	*Ch*
Yo	*Yo*	*Ch*

1-misol. *A* (*x* son 4ga karrali), *B* (*x* son 2 ga karrali) mulohazalar implikatsiyasi quyidagicha bo‘ladi.$A \Rightarrow B$ (Agar *x* son 4ga karrali bo‘lsa, u holda 2 ga ham karrali bo‘ladi).

Agar $A \Rightarrow B$ implikatsiyada *A* va *B* larning o‘rinlari almashtirilsa $B \Rightarrow A$ implikatsiyaga ega bo‘lamiz. Bu berilgan implikatsiyaga teskari implikatsiya deyiladi.

2-misol. *A* (*x* uchburchak teng yonli), *B* (*x* uchburchakning asosidagi burchaklari teng). Bu yerda $A \Rightarrow B = B \Rightarrow A$ ekanligi ravshan.

Ekvivalensiya amali *A* va *B* sodda mulohazalardan quyidagi mulohazani tuzish mumkin: «*A* bo‘ladi, faqat va faqat *B* bo‘lsa». Bu mulohaza *A* va *B* mulohazalarning ekvilensiyasi deyiladi va $A \Leftrightarrow B$ kabi belgilanadi. Ekvivalensiyasining ma’nosi shundan iboratki, agar *A* mulohazadan *B* mulohaza kelib chiqsa, B mulohazadan esa A mulohaza kelib chiqsa u holda A va B mulohazalar ekvivalent (teng kuchli) bo‘ladi.

Agar A va B mulohazalarning ikkalasi ham chin yoki ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa $A \Leftrightarrow B$ ekvivalensiya chin, qolgan hollarda (ya’ni ularning biri chin ikkinchisi yolg‘on) yolg‘on bo‘ladi deb hisoblanadi. Shunday qilib ekvivalensiyaning chinlik jadvali quydagicha bo‘ladi:

A	B	$A \Rightarrow B$
Ch	*Ch*	*Ch*
Ch	*Yo*	*Yo*
Yo	*Ch*	*Yo*
Yo	*Yo*	*Yo*

3-misol. A («129 soni 3 ga bo‘linadi»), B («129 sonning raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi») mulohazalar ekvivalensiyasi $A \Leftrightarrow B$ («129 soni 3 ga bo‘linadi faqat va faqat uning raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi») dan iborat bo‘lib u chin mulohazani ifodalaydi.

Osongina ko‘rish mumkinki. $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A = Ch$. Bu yerda A va B lar bir vaqtda chin yoki yolg‘on mulohazalardan iborat. Xuddi shunga o‘xshash $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A = Ch$ bo‘ladi. Umuman olganda A va B mulohazalar ekvivalent (teng kuchli) bo‘lsa, u holda $A \Leftrightarrow B$ chin bo‘ladi va aksincha sodda mulohazalar qanday bo‘lganda ham ulardan tashkil topgan murakkab mulohaza chin bo‘lsa, bunday mulohaza tavtalogiya deyiladi.

Masalan, $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$ va $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$ lar tavtalogiyalardir.$((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$ ham tavtalogiya bo‘ladi/

Implikatsiya bilan «zaruriy shart» va «yetarli shart» tushunchalari bog‘liq. 1-jadvalda turli implikatsiya turlari, ularning yozilishi va o‘qilishi keltirilgan.

1-jadval

Implikatsiya turi	Belgilanishi	Ta’rifi	O‘qilishi
Implikatsiya	$P \rightarrow Q$	P shart Q uchun	Agar P o‘rinli bo‘lsa,

		yetarli shart	u holda Q ham o‘rinli bo‘ladi
Implikatsiya konversiyasi	$Q \to P$	P shart Q uchun zaruriy shart	Agar Q o‘rinli bo‘lsa, u holda P ham o‘rinli bo‘ladi
Ikkilangan implikatsiya (ekvivalentlik)	$P \leftrightarrow Q =$ $= (P \to Q) \wedge$ $\wedge (Q \to P)$	P shart Q uchun zarur va yetarli shart	P o‘rinli bo‘ladi faqat va faqat Q o‘rinli bo‘lsagina

Asosiy amallar bilan birga asosilardan “ inkor” amali orqali olinadigan qo‘shimcha amallardan ham foydalaniladi: Sheffer shtrixi, Pirs strelkasi, ikki modul bo‘yicha yig‘indi.

SHeffer shtrixi. P va Q mulohazalarning Sheffer shtrixi deb faqat va faqat ikkala mulohaza chin bo‘lgandagina yolg‘on bo‘ladigan mulohazaga aytiladi va $P|Q$ kabi belgilanadi. Ta’rifga ko‘ra $P|Q=\overline{P \wedge Q}$ – P va Q mulohazalarning anti kon’yunksiyasi chinlik jadvali quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

P	*Q*	*P/Q*
CH	*CH*	*YO*
CH	*YO*	*CH*
YO	*CH*	*CH*
YO	*YO*	*CH*

Pirs strelkasi. P va Q mulohazalarning Pirs strelkasi deb deb faqat va faqat ikkala mulohaza yolg‘on bo‘lgandagina chin bo‘ladigan mulohazaga aytiladi va $P \downarrow Q$ kabi belgilanadi. Ta’rifga ko‘ra $P \downarrow Q = \overline{P \vee Q}$ – P va Q mulohazalarning anti diz’yunksiyasi chinlik jadvali quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

P	*Q*	$P \downarrow Q$
CH	*CH*	*YO*

CH	*YO*	*YO*
YO	*CH*	*YO*
YO	*YO*	*CH*

Ikki modul bo‘yicha yig‘indi. P va Q mulohazalarning ikki modul bo‘yicha yig‘indisi deb deb faqat va faqat ikkala mulohazadan biri chin bo‘lgandagina chin bo‘ladigan mulohazaga aytiladi hamda $P \oplus Q$ kabi belgilanadi. Ta’rifga ko‘ra $P \oplus Q = \overline{P \sim Q}$ – P va Q mulohazalarning anti ekvivalentligi chinlik jadvali quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

P	Q	$P \oplus Q$
I	*I*	*L*
I	*L*	*I*
L	*I*	*I*
L	*L*	*L*

1-misol. Agar $K \wedge (2 \cdot 2 = 4)$ mulohaza yolg‘on bo‘lsa, K mulohazaning chinlik qiymatini toping.

Yechish. Mulohazalar kon’yunksiyasi unga kiruvchi mulohazalardan hech bo‘lmaganda bittasi yolg‘on bo‘lgandagina yolg‘on bo‘ladi. Bizning holda ikkinchi tashkil etuvchi mulohaza «$2 \cdot 2 = 4$» chin, ikkala mulohaza kon’yunksiyasi yolg‘on. Shuning uchun K yolg‘on.

2-misol. «$\frac{a}{b} = 0$» (a,b – haqiqiy sonlar) mulohazaning chinlik shartini kon’yunksiya yoki diz’yunksiya ko‘rinishida bayon qiling va yozing.

Yechish. Kasr nolga teng bo‘ladi faqat surat nolga teng bo‘lib, maxraji noldan farqli bo‘lsa, ya’ni. $(a = 0) \wedge (b \neq 0)$.

Tavtologiyalar mantiqda muhim ahamiyatga ega, ularning ba'zilariga mantiqiy xulosalar chiqarish usullari asoslangan. Ikkinchi tomondan, mantiqiy amallar xossalari ham tavtologiyalar orqali ifodalanadi.

Teorema (kon'yunksiyava diz'yunksiya amali xossalari). *Quyidagi formulalar tavtologiyalar hisoblanadi:*

1) *idempotentlik qonunlari:*

$$(X \wedge X) \leftrightarrow X; \quad (X \vee X) \leftrightarrow X;$$

2) *kommutativlik qonunlari:*

$$(X \vee Y) \leftrightarrow (Y \vee X); \quad (X \wedge Y) \leftrightarrow (Y \wedge X);$$

3) *assotsiativlik qonunlari:*

$$(X \wedge (Y \wedge Z)) \leftrightarrow ((X \wedge Y) \wedge Z);$$

$$(X \vee (Y \vee Z)) \leftrightarrow ((X \vee Y) \vee Z);$$

4) *yutilish qonunlari:*

$$(X \wedge (X \vee Y)) \leftrightarrow X; (X \vee (X \wedge Y)) \leftrightarrow X;$$

5) *de Morgan qonunlari:*

$$\neg(X \vee Y) \leftrightarrow (\neg X \wedge \neg Y); \quad \neg(X \wedge Y) \leftrightarrow (\neg X \vee \neg Y).$$

Isbot. Idempotentlik qonunlari tavtologiyalar bo'lishini isbotlaymiz

X	$X \vee X$	$X \wedge X$	$(X \vee X) \leftrightarrow X$	$(X \wedge X) \leftrightarrow X$
CH	*CH*	*CH*	*CH*	*CH*
YO	*YO*	*YO*	*CH*	*CH*

Oxirgi ikkita ustundan ko'rinadiki bu formulalar o'zgaruvchining barcha qiymatlarida chin mulohazaga aylanadi, ya'ni tavtologiyalardan iborat.

X va *Y* formulalar teng kuchli yoki ekvivalent deyiladi ($X = Y$ belgilash), agar o'zgaruvchilarning ixtiyoriy qiymatlarida *X* va *Y* formulalardan olinadigan mulohazalarning mantiqiy qiymatlari ustma –ust tushadi

Masalan, chinlik jadvali bo‘yicha $(X \wedge X) = X; (X \vee X) = X$ tengliklarni oson tekshirib ko‘rish mumkin.

Savol va topshiriqlar

1. Mulohazalarga misollar keltiring. Ularning rost yoki yolg‘onligini aniqlang.

2. Quyidagi jumlalar orasidan mulohazalarni ajrating va ularning rostlik qiymatini toping.

a) 9-butun son, b) 48 ni 5 ga bo‘lganda 4 qoldiq qoladi, d) so‘roq gap mulohaza bo‘ladi e) $x \leq 7$, f) 17·2-21=13, g) x+4=13, k) 24-tub son.

3. Quyidagi mulohazalar inkorini tuzing va ularning rostlik qiymatini toping 225 soni 9ga bo‘linadi, b) 7,6-natural son, d) 7<3, e) 21 soni 7 ga bo‘linadi, f) Praga-Bolgariyaning poytaxti, g) 27:3+2·3-18 ifodaning qiymati 0.

4. *A*: «4<7», *B*: «Toshkent O‘zbekistoning poytaxti» mulohazalari berilgan bo‘lsin, ularning kon’yunksiyasini tuzing va rostlik qiymatini toping shuningdek, $A \wedge B$, $A \vee B$ mulohazalarini so‘z orqali ifodalang.

5. *A*: «26:2+11=28», : «*B* 3 tub son» mulohazalari berilgan bo‘lsin $A \vee B$, $B \vee A$ larni so‘z orqali ifodalang va ularning rostlik qiymatini toping.

6. *A*: 3 toq son, *B*: 7 soni 28 sonining bo‘linuvchisi mulohazalari berilgan bo‘lsin, ularning implikatsiyasini ifodaning va rostlik qiymatini toping.

7. *A*: «111201 sonining raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi», *B:* «111201 sonining raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi» mulohazalari berilgan bo‘lsin. Ularning ekvivalensiyasini so‘z yordamida ifodalang va uning rostlik qiymatini toping.

8. *A*: «9-tub son», *B:* «17-toq son», *C:* «18 soni 3ga bo‘linadi», *D*: «27-tub son» sodda mulohazalar berilgan bo‘lsin. Quyidagi murakkab mulohazalarni so‘z yordamida ifodalang va ularning rostlik qiymatini toping a) $A \vee B$; b) $A \cap B$; d) $A \vee \overline{A}$; e) $A \Rightarrow B$; f) $C \Leftrightarrow D$; g) $A \wedge C \Rightarrow D$; k) $A \wedge D \Rightarrow C$; i) $A \vee D$; j) $A \wedge B \cap C \vee D$

5-MAVZU. FORMULALAR. TENG KUCHLI FORMULALAR

Reja:

1. Formula.
2. Chinlik jadvali.
3. Teng kuchli formulalar.
4. Ekvivalentlik bilan teng kuchlilik orasidagi farq. Ayniyat.
5. Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar.

Tayanch so‘zlar: formula, chinlik jadvali, teng kuchli formulalar, ekvivalentlik, teng kuchlilik, farq, ayniyat, aynan chin, aynan yolg‘on, bajariluvchi formulalar**.**

1. Formula. Biz oldingi paragrafda asosan mantiqiy amallarni o‘rganib chiqdik. Endi bu amallar orasida bog‘lanishlar mavjudligini ko‘rsatamiz. Buning uchun teng kuchli mulohazalar tushunchasini kiritamiz.

Faraz qilaylik

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \qquad (1)$$

n ta mulohaza berilgan bo‘lsin.

1-ta'rif. (1) *mulohazalarni inkor, diz'yunksiya, kon'yunksiya, implikatsiya va ekvivalensiya mantiqiy amallar vositasi bilan ma'lum tartibda birlashtirib hosil etilgan murakkab mulohazaga formula deb aytamiz.*

Masalan: $[x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)] \to x_4$; $[x_1 \wedge (x_2 \to x_3)] \vee (x_4 \leftrightarrow x_5)$; $(x \leftrightarrow y) \wedge (x \vee y)$; $(x \to y) \wedge (y \to z) \to (z \to x)$ murakkab mulohazalar formulalar bo'ladilar. Qavslar mulohazalar ustida mantiqiy amallarning qay tartibda bajarilishini ko'rsatadi.

Endi formula tushunchasiga matematik ta'rif beraylik. Bu tushuncha quyidagicha aniqlanadi.

2-ta'rif. *1) har qanday $x_1, x_2, ..., x_n$ mulohazalarning istalgan biri formuladir;*

2) agar A va B larning har biri formula bo'lsa, u holda ($A \wedge B$), ($A \vee B$), ($A \to B$), ($A \leftrightarrow B$) va $\overline{A}$ lar ham formulalardir.

3) 1 va 2-bandlarda ko'rsatilgan ifodalardan tashqari boshqa hech qanday ifoda formula bo'la olmaydi.

$x_1, x_2, ..., x_n$ *o'zgaruvchilarni elementar formulalar deb ataymiz.*

Keyinchalik formulani lozim bo'lgandagina $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiya shaklida belgilashdan foydalanamiz.

2. Chinlik jadvali. Har qanday formula uchun chinlik jadvali tuzish mumkin. Buning uchun asosiy chinlik jadvallaridan ketma-ket foydalanish kerak.

Masalan, $(x \wedge y) \to (\overline{\overline{x} \vee y})$ formulaning chinlik jadvali quyidagicha bo'ladi:

x	y	$\overline{x}$	$x \wedge y$	$\overline{x} \vee y$	$\overline{\overline{x} \vee y}$	$(x \wedge y) \to (\overline{\overline{x} \vee y})$
ch	ch	yo	ch	ch	Yo	yo
ch	yo	yo	yo	yo	Ch	ch
yo	ch	ch	yo	ch	Yo	ch
yo	yo	ch	yo	ch	Yo	ch

Shunday qilib, har qanday formulaga {ch, yo} to'plamining bir elementi mos qilib qo'yiladi.

3. Teng kuchli formulalar.

3-ta'rif. A *va* B *formulalar berilgan bo'lsin.* (1) *elementar mulohazalarning har bir qiymatlari satri uchun* A *va* B *formulalarning mos qiymatlari bir xil bo'lsa,* A *va* B *formulalarga teng kuchli formulalar deb aytiladi va bu* $A = B$ *kabi belgilanadi.* (1) *qatorning kamida bitta qiyatlari satri uchun* A *va* B *formulalarning mos qiymatlari bir xil bo'lmasa, u holda* A *va* B *formulalarga teng kuchlimas formulalar deb aytiladi va* $A \neq B$ *ko'rinishda belgilanadi.*

A va B formulalarning teng kuchli bo'lish-bo'lmasligi ular uchun tuzilgan chinlik jadvallari yordamida aniqlanadi.

Misollar. 1. $\overline{x} \vee y = A$ va $B = x \to y$ formulalar berilgan bo'lsin.

x	y	$\overline{x}$	$\overline{x} \vee y$	$x \to y$
ch	ch	yo	Ch	ch
ch	yo	yo	Yo	yo
yo	ch	ch	Ch	ch
yo	yo	ch	Ch	ch

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, to'rtala qiymatlar satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil. Demak, ta'rifga asosan $A = B$.

2. $x \vee x = x$ tengligini isbotlang. $A = x \vee x$, $B = x$.

x	$x \vee x$
ch	Ch
yo	Yo

Demak, jadvalga asosan $A = B$.

3. $A = (x \vee \overline{x}) \wedge y$, $B = y$.

x	y	$\overline{x}$	$x \vee \overline{x}$	$(x \vee \overline{x}) \wedge y$
ch	ch	yo	ch	ch
ch	yo	yo	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch
yo	yo	ch	ch	yo

Demak, $(x \vee \overline{x}) \wedge y = y$.

Xuddi shunday quyidagi teng kuchliliklarni isbotlash mumkin:

4. $x \vee \overline{x} = y \vee \overline{y}$, 5. $x \vee (x \wedge y) = x$,

6. $(x \vee \overline{x}) \rightarrow y = (x \wedge \overline{x}) \vee y$, 7. $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$.

4. Ekvivalentlik bilan teng kuchlilik orasidagi farq. Ayniyat. Ekvivalentlik bilan teng kuchlilik orasidagi farqni tushunish uchun ularni algebraik tenglama va ayniyat bilan solishtiramiz. Tenglama (masalan, $2x + y = 10$) deb shunday harflarning ayrim qiymatlari (masalan, $x = 4$, $y = 2$) uchun bajarib, boshqa qiymatlar (masalan, $x = 1$, $y = 2$) uchun bajarilmaydi. Shunga o‘xshash ekvivalentlik $A \leftrightarrow B$ deb, shunday (masalan, $x_1 \leftrightarrow (x_2 \wedge x_3)$) mulohazaga aytiladiki, unga $x_1, x_2, ..., x_n$ harflarning o‘rinlariga bir xil konkret mulohazalar qo‘yganda u chin qiymat qabul qilib, boshqa konkret qiymatlar qo‘yganda yolg‘on qiymatni qabul qiladi. Ayniyat deb, shunday tenglikka (masalan, $a^2 - b^2 = (a - b)\ (a + b)$) aytiladiki, unda qatnashadigan barcha harflar uchun bajariladi. Shunga o‘xshash, $A \equiv B$ mulohazada qatnashadigan barcha $x_1, x_2, ..., x_n$ harflarning o‘rniga ixtiyoriy konkret mulohazalarni qo‘yganda u chin qiymat qabul qilsa, bunday mulohaza teng kuchlilik deyiladi.

Algebrada ayniy ifodalarni bir-biri bilan almashtirish mumkin bo‘lganidek, mantiq algebrasida teng kuchli mulohazalarni (formulalarni) ham bir-biri bilan almashtirish mumkin. Bu esa murakkab formulalarni (mulohazalarni) soddalashtirish imkonini beradi.

Biz tenglama va ayniyat bilan ekvivalentlik va teng kuchlilik orasidagi o‘xshashlikni keltirdik. Endi esa ular orasidagi farqni ko‘rsatamiz. Ma’lumki, algebrada hech qanday almashtirish yordamida tenglikni amallar (qo‘shish, ayirish, darajaga ko‘tarish, bo‘lish va hokazo) bilan almashtirib bo‘lmaydi. Mantiq algebrasida esa ekvivalentlikni implikatsiya $(\rightarrow)$ yoki kon’yunksiya $(\wedge)$, diz’yunksiya $(\vee)$ va inkor $(-)$ amallari orqali ifodalash mumkinligini biz yuqorida ko‘rsatgan edik (1-§ dagi (1) formulaga qarang). (1) formulaning to‘g‘riligini chinlik jadvali orqali ko‘rsatamiz.

x	y	$x \to y$	$y \to x$	$x \leftrightarrow y$	$(x \to y) \wedge (y \to x)$
ch	ch	ch	ch	ch	ch
yo	ch	ch	yo	yo	yo
ch	yo	yo	ch	yo	yo
yo	yo	ch	ch	ch	ch

Jadvaldan ko‘rinadiki, oxirgi ikki ustunning chinlik qiymati ustma-ust tushadi. Shu bilan (1) formula isbotlanadi.

Oddiy algebrada tenglik belgisi «=» quyidagi aksiomalarni qanoatlantiradi: 1) ixtiyoriy a son uchun $a = a$ (refleksivlik); 2) agar $a = b$ bo‘lsa, u holda $b = a$ (simmetriklik); 3) agar $a = b$, $b = c$ bo‘lsa, u holda $a = c$ (tranzitivlik) bo‘ladi.

Shunga o‘xshash, mulohazalar algebrasida, ekvivalentlik ta’rifidan osonlik bilan ko‘rish mumkinki, u refleksiv, simmetrik va tranzitiv, ya’ni

1) ixtiyoriy x mulohaza uchun $x \equiv x$;

2) ixtiyoriy ikki x va y mulohazalar uchun, agar $x \equiv y$ bo‘lsa, u holda $y \equiv x$;

3) ixtiyoriy x, y, z uchta mulohazalar uchun $x \equiv y$ va $y \equiv z$ bo‘lsa, u holda $x \equiv z$.

5. Aynan chin, aynan yolg‘on va bajariluvchi formulalar.

4-ta’rif. *Elementar mulohazalarning hamma qiymatlar satrlarida faqat chin qiymatni qabul qiluvchi formula aynan chin (doimo chin) formula yoki tavtologiya deb ataladi va* J *bilan belgilanadi.*

A formulaning tavtologiya ekanligi yoki emasligi qiymatlar jadvalini tuzish orqali bilinadi.

Misollar:

1. $J = x \wedge (x \to y) \to y$ formula tavtologiyadir. Haqiqatan:

x	y	$x \to y$	$x \wedge (x \to y)$	$x \wedge (x \to y) \to y$
ch	ch	ch	Ch	ch
ch	yo	yo	Yo	ch

yo	ch	ch	Yo	ch
yo	yo	ch	Yo	ch

2. $J = (\overline{x} \vee y) \rightarrow (x \rightarrow y)$ formula ham tavtalogiyadir:

x	y	$\overline{x}$	$\overline{x} \vee y$	$x \rightarrow y$	$(\overline{x} \vee y) \rightarrow (x \rightarrow y)$
ch	ch	yo	ch	ch	ch
ch	yo	yo	yo	yo	ch
yo	ch	ch	ch	ch	ch
yo	yo	ch	ch	ch	ch

5-ta'rif. *Elementar mulohazalarning hamma qiymatlar satrlarida faqat yolg'on qiymatni qabul qiluvchi formulalar aynan yolg'on (doimo yolg'on) yoki bajarilmaydigan formulalar deyiladi va* $\overline{J}$ *bilan belgilanadi.*

Masalan, $\overline{J} = (\overline{x} \vee y) \wedge (\overline{x \rightarrow y})$ aynan yolg'on formuladir:

x	y	$\overline{x}$	$\overline{x} \vee y$	$x \rightarrow y$	$\overline{x \rightarrow y}$	$(\overline{x} \vee y) \wedge (\overline{x \rightarrow y})$
ch	ch	yo	ch	ch	yo	yo
ch	yo	yo	yo	yo	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch	yo	yo
yo	yo	ch	ch	ch	yo	yo

Ma'lumki, aynan chin formulaning inkori aynan yolg'on formula bo'ladi va aksincha. Aynan chin va aynan yolg'on formulalar unga kiradigan o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lmay, faqat bitta qiymat qabul qiladi.

6-ta'rif. *Agar* $(A \leftrightarrow B)$ *tavtologiya bo'lsa, u holda* A *va* B *lar mantiqiy ekvivalent deb aytiladi. Agar* $(A \rightarrow B)$ *tavtologiya bo'lsa, u holda* B A *ning mantiqiy xulosasi deb aytiladi.*

Endi E.Mendelsonning [39] kitobida bayon etilgan tavtologiyalarga tegishli ayrim teoremalarni keltiramiz:

1-teorema. *Agar* A *va* $A \to B$ *aynan chin formulalar (tavtologiyalar) bo'lsa, u holda* B *formula ham tavtologiya bo'ladi.*

Isbot. A va $A \to B$ tavtalogiyalar bo'lsin. A va B formulalarning tarkibiga kiruvchi o'zgaruvchilarning biror qiymatlar satrida B formula yolg'on qiymat qabul qilsin. A formula tavtologiya bo'lganligi uchun o'zgaruvchilarning o'sha qiymatlar satrida A chin qiymat qabul qiladi. U vaqtda ($A \to B$) formula yolg'on qiymat qabul qiladi. Bu natija ($A \to B$) ning tavtologiya degan farazimizga qarama-qarshidir. Demak, B tavtologiyadir.

2-teorema. *Agar* $x_1, x_2, ..., x_n$ *o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan* A *formula tavtologiya va* B *formula* A *formuladan* $x_1, x_2, ..., x_n$ *o'zgaruvchilar o'rniga mos ravishda* $A_1, A_2, ..., A_n$ *formulalarni qo'yish natijasida hosil etilgan bo'lsa, u holda* B *formula tavtologiya bo'ladi, ya'ni tavtologiyada o'rniga qo'yish yana tavtologiyani keltiradi.*

Isbot. A tavtologiya bo'lsin va B formula tarkibiga kiruvchi o'zgaruvchi mulohazalarning ixtiyoriy qiymatlar satri berilgan bo'lsin. U vaqtda $A_1, A_2, ..., A_n$ formulalar $y_1, y_2, ..., y_n$ (har biri x_i **ch** yoki **yo** qiymat qabul qiladi) qiymatlar qabul qiladi. Agar $x_1, x_2, ..., x_n$ larga mos ravishda $y_1, y_2, ..., y_n$ qiymatlarni bersak, u holda A ning natijaviy qiymati B ning chinlik qiymatiga mos keladi. A tavtologiya bo'lganligi uchun B formula tarkibiga kirgan o'zgaruvchilarning berilgan ixtiyoriy qiymatlar satrida **ch** qiymat qabul qiladi. Shunday qilib, B doimo **ch** qiymat qabul qiladi va u tavtologiya bo'ladi.

3-teorema. *Agar* A_1 *formula tarkibiga bir yoki ko'p marta kirgan* A *formula o'rniga* B *formulani qo'yish natijasida* B_1 *formula hosil etilsa, u holda* $((A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1))$ *tavtologiya bo'ladi. Demak,* A *va* B *lar mantiqiy ekvivalent bo'lsa, u holda* A_1 *va* B_1 *ham mantiqiy ekvivalent bo'ladi.*

Isbot. Agar A va B formulalar o'zgaruvchilarning ixtiyoriy qiymatlar satrida qarama-qarshi chinlik qiymatlariga ega bo'lsa, u holda $(A \leftrightarrow B)$ ning chinlik qiymati **yo** bo'ladi va natijada $((A \leftrightarrow B) \to (A_1 \leftrightarrow B_1))$ formula **ch** qiymat qabul qiladi. Agar A va B lar o'zgaruvchilarning ixtiyoriy qiymatlar satrida bir xil chinlik qiymati qabul qilsalar, u holda A_1 va B_1 formulalar ham bir xil chinlik qiymati qabul qiladilar, chunki teoremaning shartiga asosan B_1 formula A_1 formuladan A ning o‘rniga B ni qo‘yish natijasida hosil etilgan. Demak, bu holda $(A \leftrightarrow B)$ ham, $(A_1 \leftrightarrow B_1)$ ham **ch** qiymat qabul qiladi. Shuning uchun $((A \leftrightarrow B) \rightarrow (A_1 \leftrightarrow B_1))$ formula ham **ch** qiymat qabul qiladi.

Demak, $((A \leftrightarrow B) \rightarrow (A_1 \leftrightarrow B_1))$ formula tavtologiya bo‘ladi.

7-***ta’rif.*** *Elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida chin qiymat qabul qiluvchi va aynan chin bo‘lmagan formulaga bajariluvchi formula deb aytiladi.*

Masalan. 1. $(\overline{x \wedge \overline{y}}) \leftrightarrow (\overline{x} \wedge y)$; 2. $[(x \leftrightarrow y) \wedge (x \vee y)] \rightarrow \overline{z}$; 3. $x \vee y$; 4. $x \rightarrow y \leftrightarrow z$ formulalar bajariluvchi formulalar hisoblanadi.

Aynan chin formulalar katta ahamiyatga ega bo‘lib, ular mantiq qonunlarini ifodalaydi. Shu munosabat bilan quyidagi masala tug‘iladi: shunday metodni topish kerakki, u chekli miqdordagi amallar yordamida mantiq algebrasining ixtiyoriy muayyan formulasini aynan chin yoki aynan chin emasligini aniqlasin. Bunday metod yechiluvchi metod yoki algoritm, yoki yechiluvchi protsedura deyiladi. Qo‘yilgan masalaning o‘zi esa **“yechilish muammosi”** deyiladi. Bu muammo faqatgina mulohazalar algebrasi uchungina emas, balki boshqa mantiqiy sistemalar uchun ham qo‘yiladi. U mulohazalar algebrasi uchun ijobiy ravishda yechiladi. Bu yerda yechiluvchi protsedura sifatida chinlik jadvalini olishimiz mumkin, chunki bunday jadval har bir muayan formula uchun qo‘yilgan savolga javob beradi. Agar berilgan formulaga mos keladigan jadvalning oxirgi ustunida faqat “chin” bo‘lsa, u holda bu formula aynan “chin”, agar oxirgi ustunda hech bo‘lmaganda bitta “yolg‘on” bo‘lsa, u holda formula aynan chin emas bo‘ladi. Tabiiyki, amalda bu usulni har doim bajarib bo‘lmaydi (chunki formulada n ta o‘zgaruvchi qatnashsa, bunday jadval 2^n ta satrga ega bo‘ladi). Lekin har doim chekli miqdordagi amal bajarib, prinsip jihatdan qo‘yilgan savolga javob berish mumkin. Keyingi paragraflarda boshqa bir yechiluvchi protsedurani keltiramiz, u berilgan formulani normal shaklga keltirishga asoslangan. Normal shakllar matematik mantiqning boshqa masalalarida ham ishlatiladi.

Savol va topshiriqlar

1. Quyidagilarning qaysi birlari aynan chin va aynan yolg‘on formula ekanligini aniqlang:

1) $\overline{\overline{x \vee y} \to \overline{x \wedge y}}$;

2) $(x \to y) \to (\overline{y} \to \overline{x})$;

3) $\overline{p_1 \to (p_2 \to p_1)}$;

4) $\overline{p} \to (p_1 \to p_2)$;

5) $((p \wedge q) \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \to p)$;

6) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$;

2. Aynan chin yoki aynan yolg‘on formula ekanligini isbotlang:

1) $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$;

2) $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \overline{y})$;

3) $x \vee \overline{x} \to y \wedge \overline{y}$;

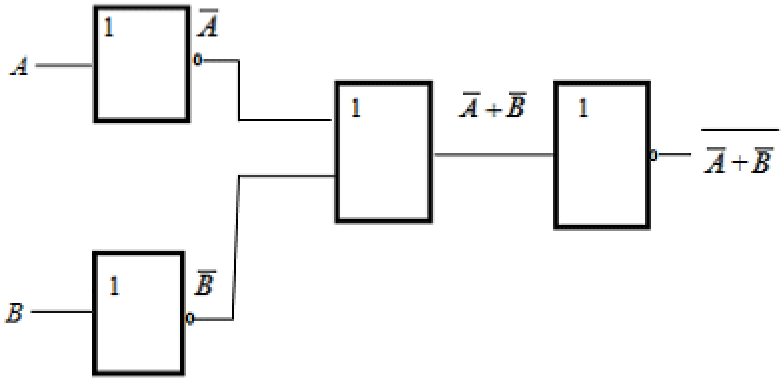
4) $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$;

5) $(z \to x) \to ((z \to y) \to (z \to x \wedge y)$;

6) $(x \to z) \to ((y \to z) \to ((x \vee y) \to z))$;

7) $(x \to (y \to z)) \to (x \wedge y \to z)$;

8) $(x \wedge y \to z) \to (x \to (y \to z))$;



6-MAVZU. FORMULALARNING NORMAL SHAKLLARI

Reja:

1. Elementar kon'yunksiya va diz'yunksiya.
2. KNSH
3. DNSH.
4. Teoremalar.
5. Formulaning doimo chin bo'lishining yetarli va zaruriy sharti.

Tayanch so'zlar: elementar kon'yunksiya, diz'yunksiya, KNSH, DNSH, teorema, formula, doimo chin bo'lishi, yetarli va zaruriy shart.

1. Elementar kon'yunksiya va diz'yunksiya. Teng kuchli almashtirishlar bajarib, mulohazalar algebrasining formulalarini har xil ko'rinishlarda yozish mumkin. Masalan, $\overline{A} \to BS$ formulani $A \vee BC$ yoki $(A \vee B)\,(A \vee C)$ ko'rinishlarda yoza olamiz.

Mantiq algebrasining kontakt va rele-kontaktli sxemalar, diskret texnikadagi tatbiqlarida va matematik mantiqning boshqa masalalarida formulalarning normal shakllari katta ahamiyatga ega.

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$x^{\sigma} = \begin{cases} x, & агар \quad \sigma = ч, \\ \overline{x}, & агар \quad \sigma = ё. \end{cases}$$

σ^{σ} =ch ekanligi aniq.

1-ta'rif.

$$x_1^{\sigma_1} \cdot x_2^{\sigma_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{\sigma_n} \qquad (1)$$

ko'rinishdagi formulaga elementar kon'yunksiya deb aytamiz. Bu erda $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n\}$ *ixtiyoriy qiymatlar satri va* x_i *o'zgaruvchilar orasida bir xillari bo'lishi mumkin.*

2-ta'rif.

$$x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee \cdots \vee x_n^{\sigma_n} \tag{2}$$

ko'rinishdagi formulaga elementar diz'yunksiya deb aytamiz. Bu erda ham $\sigma_1 = \{\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n\}$ *ixtiyoriy qiymatlar satri va* x_i *o'zgaruvchilar orasida bir xillari bo'lishi mumkin.*

3-ta'rif. *Elementar diz'yunksiyalarning kon'yunksiyasiga formulaning kon'yunktiv normal shakli (KNSH) va elementar kon'yunksiyalarning diz'yunksiyasiga formulaning diz'yunktiv normal shakli (DNSH) deb aytiladi.*

KNSHga $(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z)$ formula va DNSHga $xy \vee \bar{x}z \vee x\bar{y}z$ formula misol bo'la oladi.

1-teorema. *Elementar mulohazalarning har bir* P *formulasiga teng kuchli kon'yunktiv normal shakldagi* Q *formula mavjud.*

Izoh. P *formulani konyunktiv normal shaklga keltirish jarayonida*

$$A \wedge A = A, \quad A \vee A = A, \quad A \wedge J = A, \quad A \wedge J = J,$$

$$A \wedge \bar{J} = \bar{J}, \quad , A \vee \bar{J} = A, \quad A \vee \bar{A} = J \tag{4}$$

teng kuchliliklardan foydalanib, uni soddalashtirish mumkin.

Misollar. 1. $P = [(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})] \vee [x \wedge (\bar{x} \vee y)]$

$$P = \{[(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})] \vee x\} \wedge \{[(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})] \vee (\bar{x} \vee y)\} =$$

$$= [(x \vee y) \vee x] \wedge [(\bar{x} \vee \bar{y}) \vee x] \wedge [(x \vee y) \vee (\bar{x} \vee y)] \wedge [(\bar{x} \vee \bar{y}) \vee (\bar{x} \vee y)] =$$

$$= (x \vee y) \wedge [J \vee \bar{y}] \wedge (J \vee y) \wedge (\bar{x} \vee J) = (x \vee y) \wedge J \wedge J \wedge J = x \vee y;$$

$$P = x \vee y.$$

Shunday qilib, P formulaning KNSH bittagina diz'yunktiv $(x \vee y)$ haddan iborat ekan.

$P = \overline{x \vee y} \leftrightarrow x \wedge y$

$$P = \bar{x} \wedge \bar{y} \leftrightarrow x \wedge y = \overline{x \vee y} \leftrightarrow (x \wedge y) =$$

$$=[\overline{\overline{x\vee y}}\vee(x\wedge y)]\wedge[\overline{(x\vee y)}\vee\overline{(x\wedge y)}]=$$

$$=[(x\vee y)\vee(x\wedge y)]\wedge[(\bar{x}\wedge\bar{y})\vee(\bar{x}\vee\bar{y})]=$$

$$=[(x\vee y)\vee(x\wedge y)]\wedge[(\bar{x}\wedge\bar{y})\vee(\bar{x}\vee\bar{y})]=$$

$$=[(x\vee y\vee x)\wedge(x\vee y\vee y)]\wedge[(\bar{x}\vee\bar{y}\vee\bar{x})\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}\wedge\bar{y})]=$$

$$=(x\vee y)\wedge\ (x\vee y)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y})\wedge(\bar{x}\vee\bar{y})=(x\vee y)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}):$$

$$P=(x\vee y)\wedge(\bar{x}\vee\bar{y}).$$

P formulasi tavtologiya ekanligini chinlik jadvaliga murojaat qilmay turib aniqlash mumkinmi degan savolga quyidagi **chinlik alomati** deb atalgan teorema ijobiy javob beradi.

2-teorema. P *formula doimo chin bo‘lishi uchun uning KNSH dagi har bir elementar diz’yunktiv hadida kamida bitta elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham mavjud bo‘lishi zarur va etarli.*

Misol. 1. $P=x\wedge\bar{x}\to\overline{y\wedge\bar{y}}=\overline{x\wedge\bar{x}}\vee\overline{y\wedge\bar{y}}=\bar{x}\vee x\vee\bar{y}\vee y$.

$P=\bar{x}\vee x\vee\bar{y}\vee y$ - aynan chindir.

2. $\overline{x\wedge\bar{x}}\wedge(y\wedge\bar{y}\to z)=(\bar{x}\vee x)\wedge(\bar{y}\vee y)\vee z=P(\bar{x}\vee x)\wedge(\bar{y}\vee y\vee z)$ - aynan chin formuladir.

3. Diz’yunktiv normal shakl

Eslatib o‘tamizki, elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasiga formulaning diz’yunktiv normal shakli (DNSH) deb aytiladi.

3-teorema. *Elementar mulohazalarning istalgan* P *formulasini DNSHga keltirish mumkin.*

4-teorema. P *formula aynan yolg‘on bo‘lishi uchun, uning diz’yunktiv normal shaklidagi har bir elementar kon’yunksiya ifodasida kamida bitta elementar mulohaza bilan birga bu mulohazaning inkori ham mavjud bo‘lishi zarur va yetarli.*

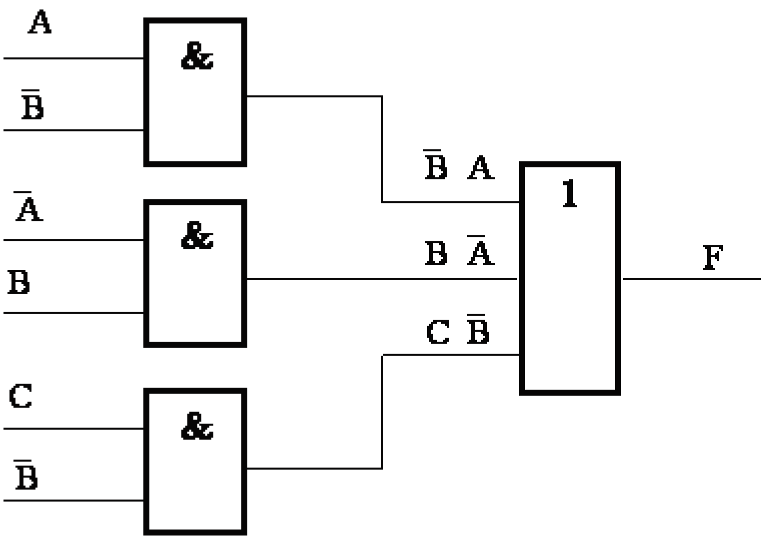
Misol. $P=\overline{\overline{(\bar{x}\wedge x)}\to\overline{\bar{y}\wedge y}}=\overline{(\bar{x}\wedge x)}\vee\overline{\bar{y}\wedge y}=(\bar{\bar{x}}\vee\bar{x})\vee\bar{\bar{y}}\vee\bar{y}=(x\vee\bar{x})\vee(y\vee\bar{y})$

$\overline{P}=(x\vee\bar{x})\vee(y\vee\bar{y})$ - aynan chin.

$P=(\bar{x}\wedge x)\wedge(\bar{y}\wedge y)$ - aynan yolg‘on.

5-teorema. *Elementar mulohazalarning har bir* P *formulasi uchun yechilish muammosi yechiladigandir.*

Demak, elementar mulohazalar formulasining aynan chin, aynan yolg‘on yoki bajariluvchi formula bo‘lishini chekli qadamlar protsessida aniqlash mumkin. Shuning uchun yechilish muammosi doimo ijobiy hal bo‘ladi.



7-MAVZU. MULOHAZALAR HISOBI

Reja:

1. Mulohazalar hisobi.
2. Mulohazalar hisobi formulasi tushunchasi.
3. Keltirib chiqarish qoidalari.

Tayanch iboralar: mulohazalar hisobi, aksiomatik mantiqiy sistema, mulohazalar algebrasi, formal va formalmas nazariyalar, formula, kategoriya, qismiy formula, isbotlanuvchi formula, keltirib chiqarish qoidalari

1. Mulohazalar hisobi. Mulohazalar hisobi aksiomatik mantiqiy sistema bo‘lib, mulohazalar algebrasi esa uning interpretatsiyasidir (talqinidir).

Berilgan aksiomalar sistemasi negizida (bazasida) qurilgan aksiomatik nazariya deb shu aksiomalar sistemasiga tayanib isbotlanuvchi hamma teoremalar majmuasiga aytiladi.

Aksiomatik nazariya formal va formalmas nazariyalarga bo‘linadi.

Formalmas aksiomatik nazariya nazariy-to‘plamiy mazmun bilan to‘ldirilgan bo‘lib, keltirib chiqarish tushunchasi aniq berilmagan va bu nazariya asosan fikr mazmuniga suyanadi.

Qaralayotgan aksiomatik nazariya uchun quyidagi shartlar bajarilgan bo‘lsa, ya’ni:

1) nazariyaning tili berilgan;

2) formula tushunchasi aniqlangan;

3) aksiomalar deb ataladigan formulalar to‘plami berilgan;

4) bu nazariyada keltirib chiqarish qoidasi aniqlangan bo‘lsa, formal aksiomatik nazariya aniqlangan deb hisoblanadi.

Quyida mulohazalar hisobining simvollari, formulasi, aksiomalar sistemasi, keltirib chiqarish qoidalari, formulalar majmuasidan formulani keltirib chiqarish qoidasi, deduksiya va umumlashgan deduksiya teoremalari, ayrim mantiq qonunlarining isboti, mulohazalar algebrasi va mulohazalar hisobi o‘rtasidagi munosabatlar, mulohazalar hisobida yechilish, zidsizlik, to‘liqlilik va erkinlik muammolari kabi masalalar bayon etiladi.

2. Mulohazalar hisobi formulasi tushunchasi. Har qanday hisobning tafsili bu hisobning simvollari tafsilidan, formulalar va keltirib chiqarish formulalari ta’rifidan iborat.

Mulohazalar hisobida uch kategoriyali simvollardan iborat alfavit qabul qilinadi:

Birinchi kategoriya simvollari: $x, y, z, ..., x_1, x_2, ...$. Bu simvollarni o‘zgaruvchilar deb ataymiz.

Ikkinchi kategoriya simvollari: $\vee, \wedge \quad \rightarrow, -$. Bular mantiqiy bog‘lovchilardir. Birinchisi–diz’yunksiya yoki mantiqiy qo‘shish belgisi, ikkinchisi–kon’yunksiya yoki mantiqiy ko‘paytma belgisi, uchinchisi–implikatsiya belgisi va to‘rtinchisi – inkor belgisi deb ataladi.

Uchinchi kategoriyaga qavs deb ataladigan (,) simvol kiritiladi.

Mulohazalar hisobida boshqa simvollar yo‘q.

Mulohazalar hisobining formulasi deb mulohazalar hisobi alfaviti simvollarining ma’lum bir ketma-ketligiga aytiladi.

Formulalarni belgilash uchun lotin alfavitining katta harflaridan foydalanamiz. Bu harflar mulohazalar hisobining simvollari qatoriga kirmaydi. Ular faqatgina formulalarning shartli belgilari bo‘lib xizmat qiladi.

Endi formula tushunchasi ta’rifini beraylik. Bu tushuncha quyidagicha aniqlanadi:

1) har qanday $x, y, z, \ldots$ *o‘zgaruvchilarning istalgan biri formuladir;*

2) agar A *va* B *larning har biri formula bo‘lsa, u holda* $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ *va* $\overline{A}$ *lar ham formulalardir.*

3) boshqa hech qanday simvollar satri formula bo‘la olmaydi.

O‘zgaruvchilarni elementar formulalar deb ataymiz.

Misol. Formula ta’rifining 1-bandiga ko‘ra $x, y, z, \ldots$ o‘zgaruvchilar formulalar bo‘ladi. U vaqtda ta’rifning 2-bandiga muvofiq $(x \wedge y)$, $(x \vee y)$, $(x \rightarrow y)$, $\overline{x}$ lar ham formulalardir. Xuddi shu tariqada $(\overline{x \vee y})$, $((x \wedge y) \rightarrow z))$, $((x \wedge y) \rightarrow (y \rightarrow z))$ lar ham formulalar bo‘ladi.

Quyidagilar formula bo‘la olmasligini tushuntiring:

$x\overline{y}$, $\wedge z$, $(x \vee y$, $x \rightarrow y$, $(x \wedge y) \rightarrow \overline{x}$.

Qismiy formula tushunchasini kiritamiz:

1. Elementar formula uchun faqat uning o‘zi qismiy formuladir.

2. Agar $\overline{A}$ formula bo‘lsa, u vaqtda shu formulaning o‘zi, A formula va A formulaning hamma qismiy formulalari uning qismiy formulalari bo‘ladi.

3. Agar formula $A * B$ ko‘rinishda bo‘lsa (bu erda va bundan keyin $*$ o‘rniga $\vee, \wedge, \rightarrow$ simvollarning istalganini tushunamiz), u vaqtda shu formulaning o‘zi, A va B formulalar hamda A va B formulalarning barcha qismiy formulalari $A * B$ formulaning qismiy formulalari bo‘ladi.

Masalan, $\left(\left(x \vee \overline{y}\right) \rightarrow \left(\overline{\overline{z} \rightarrow y}\right)\right)$ formula uchun:

$\left(\left(x \vee \overline{y}\right) \rightarrow \left(\overline{\overline{z} \rightarrow y}\right)\right)$ - nolinchi chuqurlikdagi qismiy formula,

$(x \vee \overline{y})$, $(\overline{\overline{z} \to y})$ - birinchi chuqurlikdagi qismiy formulalar,

x, $\overline{y}$, $(\overline{z} \to y)$ - ikkinchi chuqurlikdagi qismiy formulalar,

y, $\overline{z}$ - uchinchi chuqurlikdagi qismiy formulalar,

z – to‘rtinchi chuqurlikdagi qismiy formula deb ataladi.

Formulalarni yozishda ayrim soddalashtirishlarni qabul qilamiz. Xuddi mulohazalar algebrasidagi kabi formulalar yozuvidagi qavslarni tushirib qoldirishga kelishamiz. Bu kelishuvga binoan $((x \vee y) \wedge z)$, $(\overline{x \wedge y})$, $((x \wedge y) \to (z \wedge t))$ formulalarni mos ravishda $x \vee y \wedge z$, $\overline{x \wedge y}$, $x \wedge y \to z \wedge t$ ko‘rinishda yozamiz.

3. Keltirib chiqarish qoidalari

Endi mulohazalar hisobida isbotlanuvchi formulalar sinfini ajratamiz. Isbotlanuvchi formulalar formulalar ta’rifiga o‘xshash xarakterda ta’riflanadi.

Avval dastlabki isbotlanuvchi formulalar (aksiomalar), undan keyin esa keltirib chiqarish qoidasi aniqlanadi. Keltirib chiqarish qoidasi orqali bor isbotlanuvchi formulalardan yangi isbotlanuvchi formulalar hosil qilinadi.

Dastlabki isbotlanuvchi formulalardan keltirib chiqarish qoidasini qo‘llash yo‘li bilan yangi isbotlanuvchi formulalarni hosil etishga shu formulalarni aksiomalardan keltirib chiqarish deb aytiladi.

Keltirib chiqarish qoidalari quyidagicha bo’ladi:

O‘rniga qo‘yish qoidasi. Agar A mulohazalar hisobining isbotlanuvchi formulasi, x-o‘zgaruvchi, B mulohazalar hisobining ixtiyoriy formulasi bo‘lsa, u holda A formula ifodasidagi hamma x lar o‘rniga B formulani qo‘yish natijasida hosil etilgan formula ham isbotlanuvchi formula bo‘ladi.

A formuladagi x o‘zgaruvchilar o‘rniga B formulani qo‘yish operatsiyasi (jarayoni) ni o‘rniga qo‘yish qoidasi deb aytamiz va uni quyidagi simvol bilan belgilaymiz:

$$\int_x^B (A).$$

Zikr etilgan qoidaga quyidagi aniqliklarni kiritamiz:

a) Agar A faqat x o‘zgaruvchidan iborat bo‘lsa, u holda $\int_x^B (A)$ o‘rniga qo‘yish B formulani beradi;

b) Agar A formula x dan farqli y o‘zgaruvchidan iborat bo‘lsa, u vaqtda $\int_x^B (A)$ o‘rniga qo‘yish A ni beradi;

c) Agar A o‘rniga qo‘yish aniqlangan formula bo‘lsa, u holda $\overline{A}$ formuladagi x o‘rniga B formulani qo‘yish natijasida o‘rniga qo‘yishning inkori kelib chiqadi, ya’ni $\int_x^B (\overline{A})$ o‘rniga qo‘yish $\overline{\int_x^B A}$ ni beradi.

d) Agar A_1 va A_2 formulalarda o‘rniga qo‘yish aniqlangan bo‘lsa, u holda $\int_x^B (A_1 * A_2)$ o‘rniga qo‘yish $\int_x^B (A_1) * \int_x^B (A_2)$ ni beradi.

Agar A isbotlanuvchi formula bo‘lsa, uni $\vdash A$ shaklda yozishga kelishamiz.

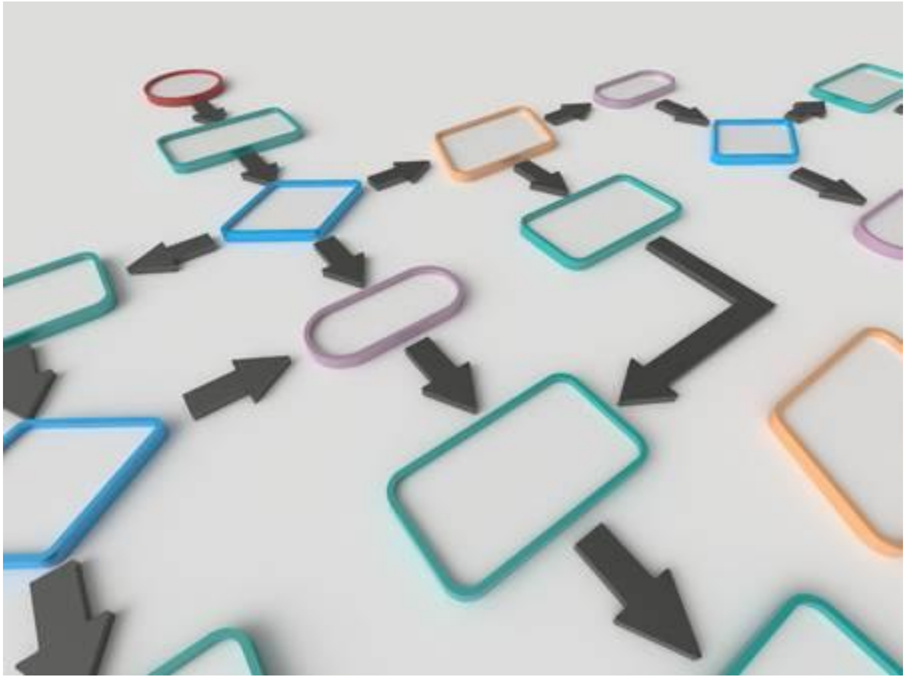
U holda o‘rniga qo‘yish qoidasini quyidagicha sxematik ravishda ifodalash mumkin:

$$\frac{\vdash A}{\vdash \int_x^B (A)}$$

va uni «agar A isbotlanuvchi formula bo‘lsa, u vaqtda $\int_x^B (A)$ ham isbotlanuvchi formula bo‘ladi» deb o‘qiladi.

Xulosa qoidasi. Agar A va $A \to B$ lar mulohazalar hisobining isbotlanuvchi formulalari bo‘lsa, u holda B ham isbotlanuvchi formula bo‘ladi. Bu qoida quyidagicha sxematik ravishda yoziladi:

$$\frac{\vdash A;\ \vdash A \to B}{\vdash B}.$$



8- MAVZU. ISBOT TUSHUNCHASI. ISBOTLANUVCHI FORMULA.

Reja:

1. Isbotlanuvchi formula.
2. Aksiomalar, aksiomatik ta'riflar.
3. Teorema va uning tuzilishi.

Tayanch iboralar: aksioma, teorema, aksiomatik ta'rif, isbotlanuvchi formula, qoida.

1. Isbotlanuvchi formula. Isbotlanuvchi formulaning ta'rifi quyidagicha:

a) Har qanday aksioma isbotlanuvchi formuladir;

b) Isbotlanuvchi formuladagi x o'zgaruvchi o'rniga ixtiyoriy B formulani qo'yish natijasida hosil bo'lgan formula isbotlanuvchi formula bo'ladi.

c) A va $A \to B$ isbotlanuvchi formulalardan xulosa qoidasini qo'llash natijasida olingan B formula isbotlanuvchi formuladir;

d) Mulohazalar hisobining boshqa hech qanday formulasi isbotlanuvchi deb sanalmaydi.

1-ta'rif. *Isbotlanuvchi formulalarni hosil etish protsessi (jarayoni)ga isbot qilish (isbotlash) deb aytiladi.*

1-Misol. $\vdash A \to A$ ekanligi (implikatsiyaning refleksivligi) isbotlansin.

Implikatsiyaning refleksivligini isbotlash uchun ushbu

$$\vdash (x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z)) \text{- } \mathrm{I}_2$$

aksiomadan foydalanamiz. Bu erda $\int_z^x (I_2)$ o‘rniga qo‘yishni bajarish natijasida

$$\vdash (x \to (y \to x)) \to ((x \to y) \to (x \to x)) \tag{1}$$

kelib chiqadi. $\vdash (x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$ - I_2 aksioma va (1) formulaga xulosa qoidasini qo‘llab

$$\vdash (x \to y) \to (x \to x) \tag{2}$$

formulani hosil qilamiz.

(2) formulaga nisbatan quyidagi o‘rniga qo‘yishni

$$\int_y^{\bar{\bar{x}}} (2)$$

bajarish natijasida

$$\vdash (x \to \bar{\bar{x}}) \to (x \to x) \tag{3}$$

isbotlanuvchi formulaga ega bo‘lamiz.

$x \to \bar{\bar{x}}$ - IV_2 aksioma va (3) formulaga nisbatan xulosa qoidasini qo‘llash natijasida

$$\vdash x \to x \tag{4}$$

isbotlanuvchi formulaga kelamiz. Nihoyat (4) formuladagi x o‘zgaruvchi o‘rniga A formulani qo‘ysak

$$\vdash A \to A$$

isbotlanishi kerak bo‘lgan formula hosil bo‘ladi.

2-misol. $\vdash \overline{x \vee y} \to \bar{x} \wedge \bar{y}$ ekanligini isbotlang.

$(z \to x) \to ((z \to y) \to (z \to x \wedge y))$- II_3 aksiomaga nis-batan ketma-ket ikki marta o‘rniga qo‘yish usulini qo‘llaymiz: avval x ni $\bar{x}$ ga va keyin y ni $\bar{y}$ ga almashtiramiz. Natijada quyidagi isbotlanuvchi formulaga ega bo‘lamiz

$$\vdash (z \to \bar{x}) \to ((z \to \bar{y}) \to (z \to \bar{x} \wedge \bar{y})). \tag{5}$$

(5) formulaga nisbatan $\int_{z}^{\overline{x\vee y}}$ (5) o‘rniga qo‘yishni bajarib, quyidagini hosil qilamiz

$$\vdash ((\overline{x\vee y})\to \overline{x})\to ((\overline{x\vee y}\to \overline{y})\to (\overline{x\vee y}\to \overline{x}\wedge \overline{y})).$$

Endi

$$\overline{x\vee y}\to \overline{x} \tag{6}$$

$$\overline{x\vee y}\to \overline{y} \tag{7}$$

formulalarning isbotlanuvchi ekanligini ko‘rsatamiz.

Buning uchun $(x\to y)\to(\overline{y}\to\overline{x})$ - IV_1 aksiomaga nisbatan

$$\int_{y}^{x\vee y}(IV)_1$$

o‘rniga qo‘yishni bajaramiz. Natijada

$$\vdash (x\to x\vee y)\to (\overline{x\vee y}\to \overline{x}) \tag{8}$$

formulaga ega bo‘lamiz. (8) formula va $x\to x\vee y$ - III_1 aksiomaga nisbatan xulosa qoidasini ishlatib, (6) ning isbotlanuvchi formula ekanligiga ishonch hosil qilamiz. Xuddi shunday (7) ning ham isbotlanuvchi formula ekanligini ko‘rsatish mumkin.
(6) va (5) formulalarga xulosa qoidasini qo‘llasak,

$$\vdash (\overline{x\vee y}\to \overline{y})\to (\overline{x\vee y}\to \overline{x}\wedge \overline{y}) \tag{9}$$

isbotlanuvchi formula kelib chiqadi.
(7) va (9) formulalarga xulosa qoidasini qo‘llab,

$$\vdash \overline{x\vee y}\to \overline{x}\wedge \overline{y}$$

dastlabki formulaning isbotlanuvchi ekanligini hosil qilamiz.

2. Aksiomalar, aksiomatik ta’riflar. Bizga ma’lumki, biror obyektning muhim xossalari haqida tushunchalar bu obyekt haqidagi tushunchalar mazmunini tashkil etadi. Bu xossalarning bir qismi tushunchaning ta’rifiga kiritiladi. Obyekt haqida yetarlicha to‘la tasavvurga ega bo‘lish uchun uning boshqa xossalari ham o‘rganiladi. Masalan, obyekt sifatida uchburchak qaralayotgan bo‘lsa, avvalo unga ta’rif beriladi so‘ngra uningboshqa xossalari o‘rganiladi.

Matematikada ko‘plab asosiy boshlang‘ich tushunchalarning xossalari isbotsiz qabul qilinadi. Ular aksiomalar (to‘g‘riligini isbotsiz tan olish) deb ataluvchi jumlalar bilan beriladi. Masalan, geometriyaning «nuqta», «to‘g‘ri chiziq», «tenglik», kabi asosiy tushunchalarining xossalari quyidagi aksiomalarga kiritilgan:

- to‘g‘ri chiziq qanday bo‘lmasin, unga tegishli va tegishli bo‘lmagan nuqtalar mavjud;
- ixtiyoriy ikkita nuqta orqali bitta va faqat bitta to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin;
- to‘g‘ri chiziq tekislikni ikkita yarim tekislikka ajratadi va h.k.

Ixtiyoriy matematik nazariyaning aksiomalar sistemasi asosiy tushunchalarning xossalarini ochish bilan birga, aslini olganda, ularning ta’rifini beradi. Bu ta’riflar **aksiomatik ta’riflar** deyiladi.

3. Teorema va uning tuzilishi. Tushunchaning asosiy bo‘lmagan va ta’riflarga kiritilmagan xossalari odatda isbotlanadi, ya’ni ta’riflardan, aksioma va ilgari isbotlangan xossalardan natijasifatida keltirib chiqariladi. Tushunchalarning isbot qilinadigan xossalari teoremalar, ba’zida natijalar yoki alomatlar deb ataladi. Algebrada – formulalar, ayniyatlar, qoidalar deb ataladi. Har xil aytilishiga qaramay bu jumlalarning tuzilishlari bir xil bo‘ladi. Shuning uchun ularning hammasini teoremalar deb ataymiz.

***2-teorema* –** bu $A(x)$ xossadan $B(x)$ xossaning kelib chiqishi haqidagi predikatdir. Bu predikatning chinligi isbotlash yo‘li bilan aniqlanadi. Teoremani $A(x)\Rightarrow B(x)$ ko‘rinishdagi predikatdan iborat bo‘ladi. Bunda $A(x)$ shart (nima berilgan) va $B(x)$ xulosa (nimani isbotlash kerak) ajratiladi.

$A(x)\Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $B(x)\Rightarrow A(x)$ teorema berilgan teoremaga teskari teorema deyiladi. Masalan, quyidagi teoremani qaraymiz: “Agar sonning yozuvi 0 bilan tugasa, u holda bu son 5 ga bo‘linadi”. Bu yerda $A(x)$ – shart “sonning yozuvi 0 bilan tugasa”, $B(x)$ – xulosa “bu son 5 ga bo‘linadi”. Bu teoremaga teskari teorema bunday bo‘ladi: “Agar son 5 ga bo‘linsa, u holda uning yozuvi 0 bilan tugaydi”. Bu yolg‘on fikr, chunki 15 soni 5 ga bo‘linadi va u 0 bilan tugamaydi.

$(\forall x \in x)$ $A(x) \Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $(\forall x \in x)$ $\overline{A}(x) \Rightarrow \overline{B}(x)$ ko‘rinishdagi teorema berilgan teoremaga ***qarama-qarshi*** teorema deyiladi. Masalan, “Agar sonning yozuvi 0 bilan tugasa, u holda bu son 5 ga bo‘linadi” teoremaga qarama-qarshi teorema quyidagicha bo‘ladi: “Agar sonning yozuvi 0 bilan tugamasa, u holda bu son 5 ga bo‘linmaydi”. Bu yolg‘on fikr bo‘ladi. Chunki 10 soni 5 bilan tugamaydi, lekin 5 ga bo‘linadi.

$(\forall x \in x)$ $A(x) \Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $(\forall x \in x)$ $\overline{B}(x) \Rightarrow \overline{A}(x)$ teorema berilgan teoremaga qarama-qarshisiga teskari teorema deyiladi. Bu teorema qarama-qarshiga teskari teorema quyidagicha bo‘ladi: “Agar son 5 ga bo‘linmasa, u holda sonning yozuvi 0 bilan tugamaydi”. Bu chin fikr bo‘ladi. Shuni ta’kidlaymizki, $A \Rightarrow B$ va $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ teoremalar teng kuchli bo‘ladi: $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \overline{B} \Rightarrow \overline{A}$. Bu ***kontrapozitsiya qonuni*** deyiladi.

$A \Rightarrow B$ ko‘rinishdagi biror bir teorema isbotlangandan keyin unga teskari teoremani tekshirish ma’noga ega. Ammo uni albatta isbotlash kerak, chunki u yolg‘on fikr bo‘lishi ham mumkin. Agar berilgan teorema ham, unga teskari teorema ham to‘g‘ri bo‘lsa, u holda ularni “bo‘lganda va faqat shunday bo‘lganda” yoki “zarur va yetarli” so‘zlari yordamida birlashtirish mumkin. Masalan, “129 sonining 3 ga bo‘linishi uchun uning raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linishi zarur va yetarli”.

To‘liqsiz induksiya bu shunday mulohazalarki bunda obyektlar to‘plamining ba’zi obyekt lari ma’lum xossalarga ega bo‘lishidan bu to‘plamning barcha obyektlari ham shu xossalarga ega deb xulosa chiqarishga asoslanadi.

3-misol. $A(n)=n^2+n+41$ ifodaning qiymati tub son dagan mulohazani qaraylik.

$A(1)=43$ – tub son, $A(2)=47$ – tub son, $A(3)=53$ – tub son

Bularga ko‘ra $A(n)$ tub son degan xulosa chiqarish mumkin.

4-misol. $15 \vdots 5, 25 \vdots 5, 35 \vdots 5, 95 \vdots 5$ larga ko‘ra oxiri 5 bilan tugagan sonlar 5 ga bo‘linadi degan xulosa chiqarish mumkin.

To‘liqsiz induksiya yordamida olingan xulosalar chin ham, yolg‘on ham bo‘lishi mumkin. Masalan, 1-misolda $A(41)=41^2+41+41=41^2+2\quad 41=41(41+2)=41\ 43$ bo‘lib $n=41$ ga $A(n)$ tub son emas. 2-misola olingan xulosa esa chin. To‘liqsiz inuksiya har doim ham to‘g‘ri xulosaga olib kelmasada u fanda katta ahamiyatga ega.

Boshlang‘ich maktabda to‘liqsiz induktiv xulosa tez-tez qo‘llanib turiladi. U yerda barcha umumiy qonuniyatlar induktiv y o‘l bilan keltirib chiqariladi. Masalan, $o+a=o+a;\ 1\cdot a=a\cdot 1;\ a:1=a;\ o\cdot a=o$ va h.k.

To‘la induksiya bu shunday mulohazalarki, bunda obyektlar to‘plamining ba’zi xossalarga ega bo‘lishidan bu to‘plamning barcha obyektlari ham shu xossalarga egaligi matematik induksiya prinsipi asosida ko‘rsatiladi. Bu prinsipga ko‘ra biror $S(k)$ tasdiq $S(i)$ uchun isbotlangan va $S(n)$ uchun to‘g‘ri degan farazda, $S(n+i)$ uchun ham to‘g‘riligi ko‘rsatiladi.

Savol va topshiriqlar

1. Quyidagi teoremalarning har birida shart va xulosani ajrating:

a) agar uchburchakning hamma tomonlari teng bo‘lsa, u holda uning hamma burchaklari ham teng bo‘ladi; b) ikkita juft sonning yig‘indisi juft son; c) agar son 3 va 4 ga karrali bo‘lsa, u 12 ga karrali bo‘ladi; d) ayirma berilgan songa bo‘linishi uchun kamayuvchi va ayriluvchi shu songa bo‘linishi yetarli; e) a va b natural sonlar ayirmasi natural son bo‘lishi uchun $a>b$ bo‘lishi zarur va yetarli.

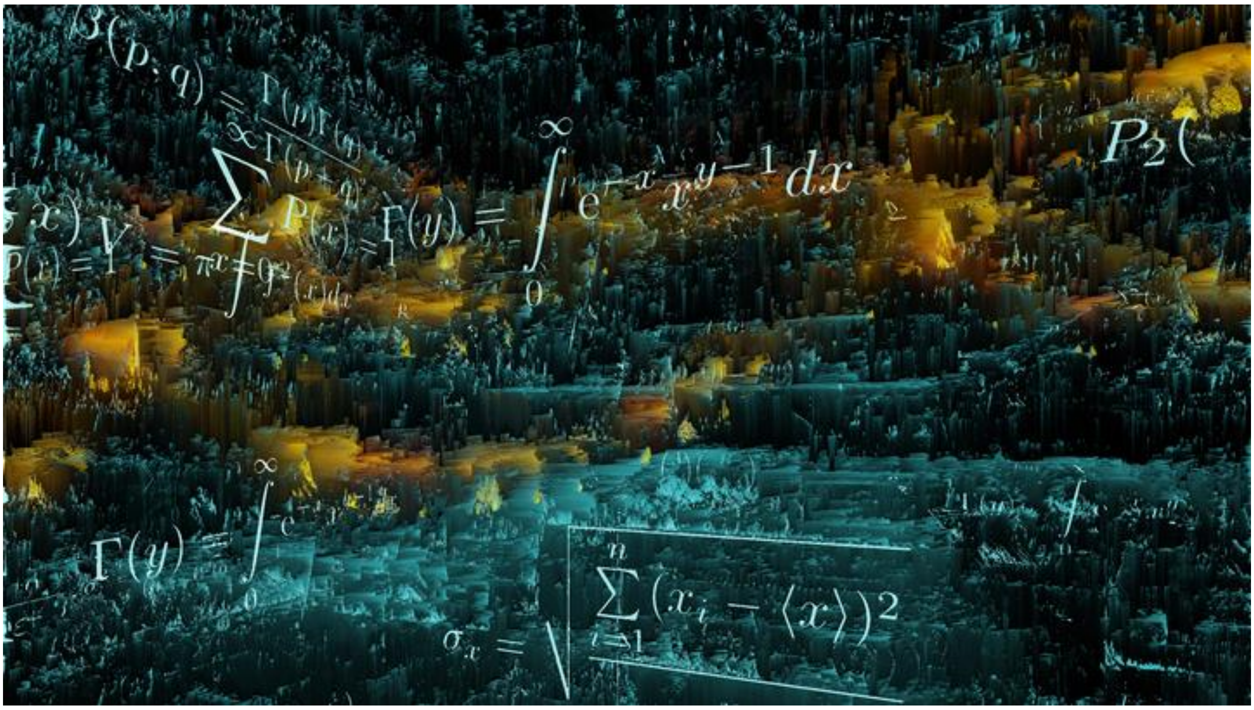
2. Ushbu: “To‘rtburchakning parallelogram bo‘lishi uchun uning qarama-qarshi tomonlari teng bo‘lishi zarur” teorema berilgan. Bu teoremada shart va xulosani ajrating va a) kelib chiqadi; b) har qanday; d) yetarli so‘zlarini qo‘llab, uni qayta ifodalang.

3. Quyidagi teoremalardan qaysilari “har qanday to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘ladi” teoremaga teng kuchli: a) agar to‘rtburchak to‘g‘ri burchakli bo‘lsa, u holda uning diagonallari teng bo‘ladi; b) agar to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lmasa, u holda bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lmaydi; d) agar to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lsa, u holda bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘ladi; e) to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lishi uchun bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lishi yetarli.

4. Quyidagi teoremalar jufti bir-biriga teskari teoremalar bo‘la oladimi: a) agar to‘rtburchak kvadrat bo‘lsa, u holda unda to‘g‘ri burchak bor. To‘rtburchakning kvadrat bo‘lishi uchun unda to‘g‘ri burchakning bo‘lishi yetarli; b) son natural son bo‘lishi uchun uning musbat bo‘lishi zarur. Agar son natural son bo‘lsa, u holda u musbat son bo‘ladi.

5. Berilgan teoremalarga teskari, qarama-qarshi, shuningdek, qarama-qarshisiga teskari teoremalarni yozing, ulardan qaysilari yolg‘on ekanini aniqlang: a) agar sonning yozuvi 0 bilan tugasa, u holda bu son 5 ga bo‘linadi; b) rombning diagonallari o‘zaro perpendikulyar bo‘ladi.

6. Berilgan teoremaga teskari teoremani yozing va berilgan teoremani uning teskarisi bilan bitta teoremaga birlashtirish mumkin yoki mumkin emasligini aniqlang: agar burchaklar qo‘shni burchaklar bo‘lsa, u holda ularning yig‘indisi 180^0 ga teng bo‘ladi; b) agar uchburchakning ikkita burchagi teng bo‘lsa, u holda bu burchaklar qarshisidagi tomonlar ham teng bo‘ladi.



9-MAVZU. MATEMATIK INDUKSIYA.

Reja:

1. To‘liqsiz induksiya.
2. To‘la matematik induksiya.

Tayanch iboralar: to’liqsiz induksiya, to‘la matematik induksiya, tub son, induktiv mulohazalar,

1. Biz 10 soni 5 ga bo‘linadi, 20 soni 5 ga bo‘linadi, 100 soni 5 ga bo’linadi, 1000 soni 5 ga bo’linadi degan mulohazalar yordamida yozuvi 0 raqami bilan tugaydigan ixtiyoriy son 5 ga bo‘linadi deb, shuningdek 15 soni 5 ga bo‘linadi, 25 soni 5 ga bo‘linadi, 35 soni 5 ga bo’linadi degan mulohazalar yordamida yozuvi 5 raqami bilan tugaydigan ixtiyoriy son 5 ga bo‘linadi deb xulosa chiqarishimiz mumkin. Bu mulohazalarni umumlashtirib yozuvi 0 va 5 raqamlari bilan tugaydigan ixtiyoriy son 5 ga b o‘linadi deb xulosa chiqaramiz.

Xuddi shuningdek, n^2+n+41 ifoda n o‘rniga 1,2,3,4 va hakazo sonlar qo‘yilsa, u holda $n=1$ da ifodaning qiymati tub son 43 ga teng, $n=2$ da ifodaning qiymati tub son 47 ga teng, $n=3$ da ifodaning qiymati tub son 53 ga teng ekanligini ko’rish mumkin. N ning $n=4,5$ qiymatlarida ham natija tub son bo‘ladi.

Bu natijalarga suyangan holda n ning ixtiyoriy natural qiymatlarida n^2+n+41 ifodaning qiymati tub son bo‘ladi deb xulosa chiqarish mumkin.

1. To‘liqsiz induksiya. To’liqsiz induksiya - bu shunday mulohazalarki, unda ob’ektlar to’plamining ba’zi ob’ektlari ma’lum xulosalarga ega bo’lishdan bu to’plamning barcha ob’ektlari ham shu xossalarga ega deb xulosa chiqarishga asoslanadi.

To’liqsiz induksiya natijasida olingan xulosalar rost ham, yolg‘on ham bo’lishi mumkin. Masalan, yozuvi 5 raqami bilan tugaydigan sonning 5 ga bo’linishi haqidagi xulosa rost. n ning ixtiyoriy natural qiymatida n^2+n+41 ifodaning qiymati tub son bo’ladi degan xulosa esa yolg‘on. Haqiqatan ham, agar $n=41$ bo‘lsa, biz $41^2+41+41=41^2+2\cdot41=41(41+2)=41\cdot43$ ga ega bo‘lamiz, bu esa n^2+n+41 ifodaning qiymati murakkab son ekanligini ko‘rsatadi.

Induktiv mulohazalar har doim to‘g’ri xulosalarga olib kelavermasa ham, matematika va boshqa fanlarni o’rganishda ularning roli juda katta. Induktiv mulohazalar yuritish davomida konkret xususiy hollarda umumiylikni ko‘ra bilish, o‘z taxminlarini ayta olish malakalari shakllanadi.

Boshlang‘ich sinflarda to‘liqsiz induktiv xulosadan tashqari analogiya bo‘yicha (taqqoslab) xulosa chiqarishdan keng foydalaniladi, bunda bilimlarni o‘rganilgan ob’ektlarga nisbatan kam o‘rganilgan ob’ektlarga ko‘chirish amalga oshiriladi. Ko‘chirish uchun bu ob’ektlarning o‘xshashlik va farq qilish alomatlari haqidagi bilimlar asos bo‘lib xizmat qiladi.

Anologiya bizni taxmin va farazlarga olib keladi, matematik induksiyani rivojlantirish imkonini beradi.

Shuning bilan birga anologiya natijasida hosil qilingan xulosalar rost bo‘lishi ham, yolgo‘n bo‘lishi ham mumkin. Anologiya natijasida hosil qilingan xulosalar deduktiv metod bilan isbot qilinishi lozim.

Fikrlarning rostligini isbotlash usullari.

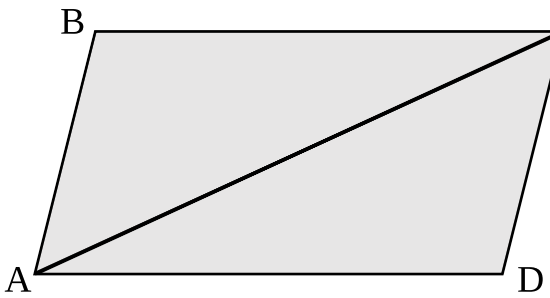
Deduktiv xulosa matematik isbotlashlarning asosiy usulidir. Bunda matematik isbot deduktiv mulohazalarning shunday zanjirini ifodalaydiki, ulardan har birining xulosasi, oxirgisidan tashqari, undan keyin keluvchi mulohazalardan biriga asos bo‘ladi.

6<7 da’voning rostligining isboti bitta qadamni o‘z ichiga olgan bitta mulohazadan tashkil topgan.

Ikki va undan ortiq qadamdan tashkil topgan mulohazaning isbotiga doir misollar ko‘rib chiqamiz.

1-misol. Paralelogrammni har bir diagonali uni ikkita teng uchburchakka ajratishini isbotlang.

Isboti: 1) ixtiyoriy parallelogramning qarama-qarshi tomonlari teng; ABCD – parallelogram (1-rasm), demak AB=CD, BC=AD. Mulohaza xulosa qoidasi asosida olib borildi, demak, olingan xulosa rost.



1-rasm

Agar bir burchakning uchta tomoni mos ravishda ikkinchi uchburchakning uchta tomoniga teng bo‘lsa, u holda bunday uchburchaklar teng bo‘ladi. *AB=CD, BC=AD, AC* tomon umumiy. Demak, *ABC* va *ACD* uchburchaklar teng.

Bu holda ham mulohaza xulosa qonuni asosida olib borildi, demak xulosa rost.Teorema isbotlandi.

Teoremaning isboti hamma asoslarni ko‘rsatish bilan to‘la mantiqiy formada olib borilgan mulohazalarning ikki qadamidan tashkil topganini eslatib o‘tamiz. Biroq bunday isbotlash uzundan-uzoq shuning uchun odatda ularni mulohazalar sxemasidagi alohida asoslarni tushurib qoldirish bilan ixchamlangan qisqartirilgan formada olib boriladi.

Masalan, biz o‘tkazgan isbotning ixchamlangan shakli bunday bo‘lishi mumkin: *ABC* va *ACD* uchburchaklarda *AB* va *CD, AD* va *BC* tomonlar teng, chunki ular *ABCD* parallelogramning qarama-qarshi tomonlari, *AC* tomon ular uchun umumiy, demak, *ABC* va *ACD* uchburchaklar teng.

2. To‘la matematik induksiya. To‘la matematik induksiya prinsipining mohiyati quyidagicha: agar biror tasdiq (formula) $n=1$ da (yoki n ning bu tasdiq ma’noga ega bo‘ladigan boshqa qiymatida) o‘rinli bo‘lsa va uning biror $n=k$ natural qiymatida to‘g‘ri degan farazda navbatdagi natural qiymat $n=k+1$ uchun ham to‘g‘riligi kelib chiqsa, u holda tasdiq n ning barcha natural qiymatlari uchun ham to‘g‘ri bo‘ladi. Isbotlashning matematik induksiya prinsipiga asoslangan metodi matematik induksiya metodi nomi bilan ataladi. Matematik induksiya metodi bilan isbotlash usuli quyidagidan iborat: tasdiq (formula) ning n=1 uchun to‘g‘ri ekani isbotlanadi yoki tekshirib ko‘riladi; tasdiqni birorta natural $n=k$ uchun to‘g‘ri deb faraz qilinadi. Bu farazdan kelib chiqib, tasdiqning $n=k+1$ uchun to‘g‘ri ekani isbotlanadi. Bu metod faqat natural n ga bog‘liq bo‘lgan tasdiqlarni isbot qilishga tadbiq qilinadi va asosan quyidagi ko‘rinishdagi masalalarni yechishda foydalaniladi:

Xususiy kuzatishlardan foydalanib, qandaydir qonuniyat aniqlanadi, so‘ngra uni to‘g‘riligini matematik induksiya yordamida isbotlanadi.

2-misol: Natural qatorning dastlabki n ta toq sonlari yig‘indisini topish formulasini keltirib chiqaring.

Yechish: $S(1)=1$, $S(2)=1+3=4$, $S(3)=1+3+5=9$, $S(4)=16$, $S(5)=25$.

Bulardan, natural qatorning dastlabki n ta toq sonlari yig‘indisi n^2 ga teng ekanligi, ya’ni $S(n)=n^2$ ekani ko‘rinadi. Endi $S(n)=n^2$ ekanini matematik induksiya metodi yordamida isbotlaymiz. $n=1$ uchun $S(n)=n^2$ formula to‘g‘ri, chunki $S(1)=1$, formulani biror natural $n=k$ uchun to‘g‘ri, ya’ni $S(k)=k^2$ deb faraz qilamiz. U holda $n=k+1$ uchun ham to‘g‘ri, ya’ni $S(k+1)=(k+1)^2$ ekanini isbotlaymiz:

$$S(k+1)=1+3+5+\ldots+(2k-1)+(2k+1)=S(k)+(2k+1)=k^2+2k+1=(k+1)^2$$

Demak, formula n ning barcha natural qiymatlari uchun to‘g‘ri, ya’ni $S(n)=n^2$

10-MAVZU. ALGORITMLAR

Reja

1. Algoritm tushunchasi
2. Algoritmning xossalari
3. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish

Tayanch iboralar: algoritm, tushuncha, xossalar, protsedura, yechuvchi algoritm, muammo, diskretlilik, ommaviylik, natijaviylik

1. Algoritm tushunchasi. Matematikaning asosiy tushunchalaridan biri algoritm (algorifm) tushunchasidir. «Algoritm» so‘zi IX-asrda ijod etgan buyuk matematik vatandoshimiz Abu Abdullo Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy nomining lotincha Algorithmi tarzida buzib yozilishidan kelib chiqqan.

Har biri «ha» yoki «yo‘q» degan javob talab etuvchi ayrim sanoqli-cheksiz matematik yoki mantiqiy masalalar sinfini ko‘raylik.

Chekli son qadamda ushbu sinfdagi har qanday savolga biz javob bera oladigan jarayonlik (protsedura) mavjudmi?

Agar shunday protsedura mavjud bo‘lsa, u holda u berilgan savollar sinfi uchun yechuvchi protsedura yoki yechuvchi algoritm (algorifm) deb aytiladi. Yechuvchi protsedurani izlash muammosiga bu sinf uchun yechilish muammosi deb aytiladi.

Formal sistemalar uchun yechilish muammosini kun tartibiga birinchi qo‘ygan olimlardan Shryoder (1895), Lyovengeym (1915) va Gilbertlarni (1918) ko‘rsatish mumkin.

Masalan, quyidagilar yechuvchi algoritmlarga misol bo‘la oladi:

1. Sonlar ustida arifmetik amallarni bajarish qoidalari.

2. Kvadrat ildiz chiqarish qoidasi.

3. Eng katta umumiy bo‘luvchini topish qoidasi (Evklid algoritmi).

4. Kvadrat tenglamaning yechimini topish qoidasi.

5. n-tartibli ko‘phadning hosilasini topish qoidasi.

6. Ratsional funksiyani integrallash qoidasi.

Yuqorida keltirilgan har bir misolda bir xil tipli (turdagi) masalalar sinfi bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bir xil turdagi masalalar sinfi ommaviy muammo deb aytiladi. Bunday sinflarning masalalari bir biridan faqat ifodasidagi parametrlar bilan farq qiladi. Masalan, $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tenglamaning yechimini topish masalasida a, b va c parametrlar qatnashadi. Ularning qiymatlarini o‘zgartirish yo‘li bilan bir sinfga mansub turli xil masalalarga kelamiz.

Aytilganlarni hisobga olib algoritmning quyidagi intuitiv ta’rifini berish mumkin.

1-ta’rif. *Berilgan ommaviy muammodagi barcha masalalarni umumiy bir xil shaklda, aniq ma’lum bo‘lgan usul bilan yechish jarayoniga algoritm deb aytamiz*.

Bunday ta’rifni qat’iy deb hisoblash mumkin emas. Haqiqatan ham, unda aniq mazmuni noma’lum so‘zlar uchraydi. Xususan, bu «usul» so‘ziga ham taalluqli. Shuning uchun ham algoritmning bu qat’iy bo‘lmagan ta’rifiga intuitiv ta’rif deb aytiladi.

2. Algoritmning xossalari. Algoritmning quyidagi xossalarini ko‘rib chiqaylik.

1. Algoritmning diskretligi. Algoritm–miqdorlarni shunday ketma-ket qurish jarayoniki, boshlang‘ich holatda miqdorlarning dastlabki chekli sistemasi berilgan bo‘lib, har bir navbatdagi momentda miqdorlar sistemasi ma’lum aniqlangan qonun (dastur) asosida oldingi holatdagi miqdorlar sistemasidan hosil qilinadi.

2. Algoritmning determinatsiyalanuvchanligi (aniqlanuvchanligi). Boshlang‘ich holatdan farq qiluvchi boshqa holatda aniqlangan miqdorlar sistemasi ilgarigi holatlarda hosil qilingan miqdorlar sistemasi orqali bir qiymatli aniqlanadi.

3. Algoritm qadamlarining elementarligi. Ilgarigi miqdorlar sistemasidan keyingisini hosil qilish qonuni sodda qadamlardan iborat bo‘lishi kerak.

4. Algoritmning ommaviyligi. Boshlang‘ich miqdorlar sistemasini ayrim potensial cheksiz to‘plamdan tanlash mumkin.

5. Algoritmning natijaviyligi. Miqdorlarni topish jarayoni chekli bo‘lishi va natija (masalaning yechimini) berishi kerak.

Matematik amallar asosiy rolni o‘ynaydigan algoritmlarga sonli algoritmlar deb aytiladi. Bundan tashqari mantiqiy algoritmlar ham mavjud. Misol sifatida, mantiqiy algoritm ishlatiladigan quyidagi o‘yinni ko‘ramiz:

1-misol. 15 ta predmet bor. O‘yinda 2 kishi qatnashadi: boshlovchi va uning raqibi. Har bir o‘yinchi navbat bilan bir, ikki yoki uchta predmetni oladi. Kim oxirgi predmetni olsa, o‘sha yutgan hisoblanadi. Boshlovchi yutish uchun o‘yinda qanday strategiyani ishlatishi kerak?

Yechish. Boshlovchining yutuq strategiyasini quyidagi jadval shaklida ifodalash mumkin:

Yurish raqami	Boshlovchining yurishi	Raqibning yurishi
1	*3*	*n*

2	*4-n*	*M*
3	*4-m*	*P*
4	*4-p*	*O*

Haqiqatan ham, boshlovchi bunday strategiya natijasida

$$3+(4-n)+(4-m)+(4-p)=15-(n+m+p)$$

predmet oladi va raqib $n+m+p$ predmet oladi, ya’ni ikkalasi birgalikda 15 ta predmet oladilar. Oxirgi predmetni boshlovchi olganligi tufayli, u o‘yinni yutadi.

3. Algoritm tushunchasiga aniqlik kiritish. Matematika tarixida bir xil turdagi savollar to‘plamiga «ha» yoki «yo‘q» yoki bir xil turdagi funksiyalar sinfi «hisoblanuvchi» yoki «hisoblanuvchi emas» degan javoblar berishi mumkin bo‘lgan algoritmlarni izlash uzoq davom etdi. Ayrim vaqtlarda bu izlanishlar natijasiz tugadi.

Bu hollarda, tabiiyki, algoritmning mavjudligiga shubha bilan qaraladi.

2-misol. Misol sifatida Fermaning «buyuk teorema» sining yechish muammosini ko‘rsatish mumkin. 1637 yillar atrofida Ferma quyidagi teoremaning isboti menda bor deb e’lon qildi: «$x^n + y^n = z^n$ tenglama $n > 2$ bo‘lganda musbat butun son qiymatli x, y, z, n yechimga ega emas». Hozirgi kungacha bu tasdiq na isbot qilingan va na rad etilgan.

3-misol. 1900 yilda Parijda o‘tkazilgan ikkinchi xalqaro matematiklar kongressida nemis matematigi David Gilbert yechilishi muhim bo‘lgan 23 matematik muammolar ro‘yxatini o‘qib berdi. Shular orasida quyidagi 10-chi Gilbert muammosi bor edi: «Har qanday koeffitsientlari butun sonlardan iborat bo‘lgan algebraik tenglamaning butun sonli yechimi mavjudmi?», ya’ni har qanday butun sonli koeffitsientlardan iborat bo‘lgan algebraik tenglama butun sonli yechimga egami degan muammoni yechadigan (hal qiladigan) algoritm yaratish kerakligini D.Gilbert ko‘rsatdi.

Matematikada butun sonli koeffitsientlarga ega bo‘lgan algebraik tenglamaga diofant tenglamasi deb aytiladi.

Masalan,

$$x^2+y^2-2xz=0,\ \ 10x^5+7x^2+5=0$$

ko‘rinishdagi tenglamalar diofant tenglamalari bo‘ladi, ulardan birinchisi uch o‘zgaruvchili va ikkinchisi bir o‘zgaruvchili tenglamadir. Umumiy holda tenglama istalgan sondagi o‘zgaruvchilarga bog‘liq bo‘lishi mumkin. Bunday tenglamalar butun sonli yechimlarga ega bo‘lishi ham, ega bo‘lmasligi ham mumkin. Masalan, $x^2+y^2-2xz=0$ cheksiz ko‘p butun sonli yechimlarga ega va $10x^5+7x^2+5=0$ tenglama butun sonli yechimga ega emas.

Bir o‘zgaruvchili diofant tenglamasining hamma butun sonli yechimlarini topish algoritmi anchadan beri mavjud. Aniqlanganki, agar

$$P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+a_n=0$$

butun sonli koeffitsientlardan iborat tenglamaning butun ildizi bo‘lsa, u holda u a_n koeffitsientning bo‘luvchisi bo‘ladi.

Keltirilgan tasdiqqa asoslanib, quyidagi algoritmni tavsiya etish mumkin:

1) a_n sonning hamma bo‘luvchilarini topish: $d_1,d_2,...,d_n$.

2) a_n sonning har bir bo‘luvchisi uchun $P_n(x)$ ning qiymatini aniqlash: $P_n(d_i)$ $(i=\overline{1,n})$.

3) Agar $1,2,...,n$ larning birorta i uchun $P_n(d_i)=0$ bo‘lsa, u holda d_i tenglamaning yechimi bo‘ladi. Agar $i=1,2,...,n$ larning hammasida $P_n(d_i)\neq 0$ bo‘lsa, u holda tenglama butun sonli yechimga ega emas.

Gilbertning 10-muammosi bilan dunyoning ko‘p matematiklari deyarli 70 yil shug‘ullandilar. Faqatgina 1968 yilda Sankt-Peterburglik yosh matematik Yu.B.Matiyasevich va sal keyinroq rus matematigi G.B.Chudnovskiy bu muammoni hal qildilar: qo‘yilgan masalaning yechimini bera oladigan algoritm mavjud emas.

Algoritmning intuitiv ta’rifi qat’iy emasligiga qaramasdan, u muayyan masalaning yechimini topadigan algoritmning to‘g‘riligiga shubha uyg‘otmaydi.

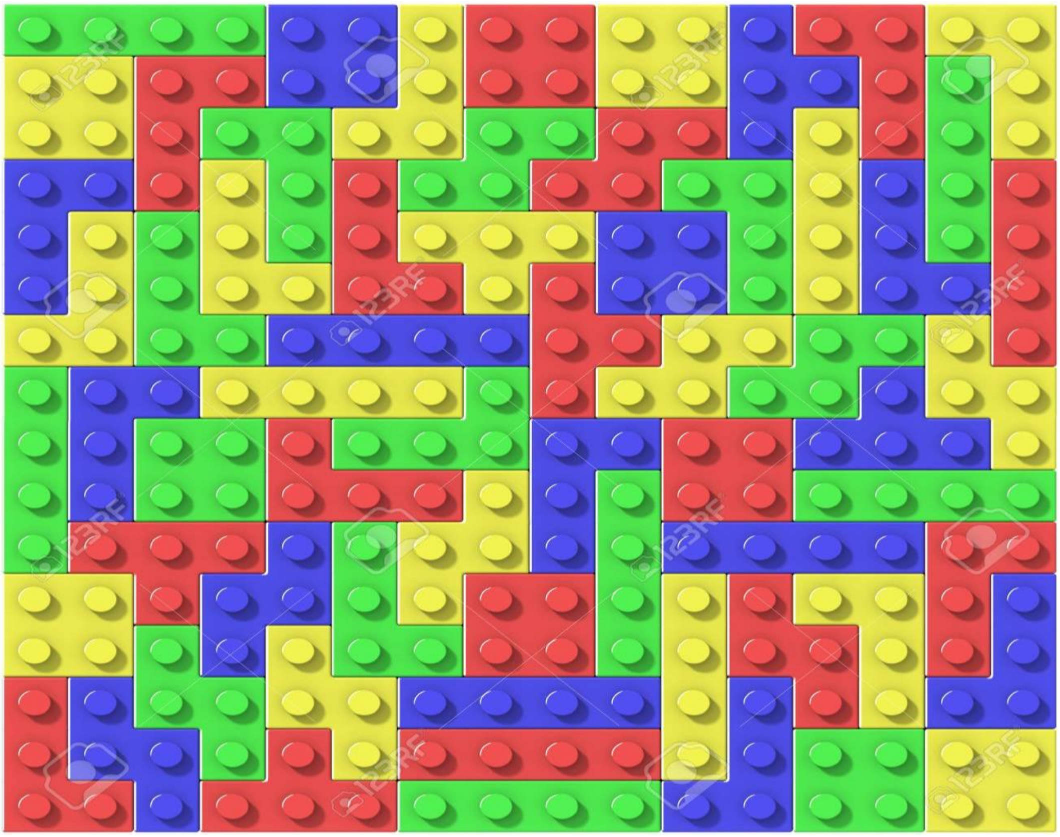
Matematikada shunday yechimi topilmagan algoritmik muammolar mavjudki, ular yechimga egami yoki ega emasmi ekanligini aniqlash muammosi paydo bo‘ladi. Bu muammoni yechishda algoritmning intuitiv ta’rifi yordam bera olmaydi. Bu hollarda yoki algoritmning mavjudligini, yoki uning mavjud emasligini isbotlash kerak bo‘ladi.

Birinchi holda masalani yechadigan jarayonni tasvirlash kifoya. Bu jarayonning haqiqatan ham algoritm ekanligiga ishonch hosil qilish uchun algoritmning intuitiv tushunchasi yetarli bo‘ladi.

Ikkinchi holda algoritmning mavjud emasligini isbotlash kerak. Buning uchun algoritmning nima ekanligini aniq bilish talab qilinadi. XX asrning 30-yillarigacha algoritmning aniq ta’rifi mavjud emasdi. Shuning uchun ham algoritm tushunchasiga aniq ta’rif berish keyingi davr matematikasining asosiy masalasi bo‘lib qoldi. Bu ta’rifni ishlab chiqish ko‘p qiyinchiliklarga duch keldi.

Nazorat uchun savollar:

1. Algoritmga ta’rif bering.
2. Alfavit deb nimaga aytiladi.
3. Algoritmnini xususiyatlarini sanang.
4. Algoritm tushunchasi, yechuvchi prosedura, yechilish muammosi, algoritmning intuitiv ta'rifini tushuntirib bering.
5. Algoritmning xarakterli xususiyatlarini ayting.
6. Algoritmning diskretligi, determinasiyalanuvchanligi, qadamlarining elementarligi va natijaviyligi.



11-MAVZU. TYURING MASHINASI. ALGORITMLAR NAZARIYASINING ASOSIY GIPOTEZASI

Reja:

1. Yechiluvchi va sanaluvchi to‘plamlar.
2. Tyuring mashinalari.
3. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish.
4. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi.

Tayanch iboralar: algoritm, ommaviy muammo, natijaviylik, gipoteza, simvol, alfavit, so‘z uzunligi, golovka, tashqi xotira.

1. Yechiluvchi va sanaluvchi to‘plamlar. Qandaydir alfavit berilgan bo‘lsin. Bu alfavitdagi hamma so‘zlar to‘plamini *S* bilan va *S* to‘plamning qism to‘plamini *M* bilan belgilaymiz.

1-ta'rif. *Agar x so‘zning M to‘plamga qarashlilik muammosini hal qila oladigan algoritm mavjud bo‘lsa, u holda M ga yechiluvchi to‘plam deb aytiladi.*

2-ta'rif. *Agar M to‘plamning hamma elementlarini sanab chiqa oladigan algoritm mavjud bo‘lsa, u holda M ga effektiv sanaluvchi to‘plam deb aytiladi.*

1-teorema. *Agar M va L lar effektiv sanaluvchi to'plamlar bo'lsa, u holda ML va LM lar ham effektiv sanaluvchi to'plamlardir.*

Isbot. *M*va*L*lar effektiv sanaluvchi to'plamlar bo'lsin. U vaqtda, 2-ta'rifga asosan, ularninghar biri uchun alohida algoritm mavjudki, ular orqali mos ravishda *M* va *L* dagi hamma elementlarni sanab chiqish mumkin. *ML* va *LM* to'plamlarning effektiv hisoblovchi algoritmi *M* va *L* to'plamlarning effektiv hisoblovchi algoritmlarini bir vaqtda qo'llash natijasida hosil qilinadi.

2-teorema (Post teoremasi). *M to'plamning o'zi va to'ldiruvchisi CM effektiv sanaluvchi bo'lganda, shunda va faqat shundagina M to'plam yechiluvchidir.*

Isbot. a) *M* to'plam va uning *CM* to'ldiruvchisi effektiv sanaluvchi bo'lsin. U vaqtda, 2-ta'rifga asosan, bu to'plamlarning elementlarini sanab chiqa oladigan *A* va *B* algoritmlar mavjud bo'ladi. U holda *M* va *CM* to'plamlarning elementlarini sanab chiqish paytida ularning ro'yxatida *x* element uchraydi. Demak, shunday *C* algoritm yuzaga keladiki, u orqali *x M* to'plamga qarashlimi yoki qarashli emasmi degan muammoni hal qilish mumkin. Shunday qilib, *M* yechiluvchi to'plam bo'ladi.

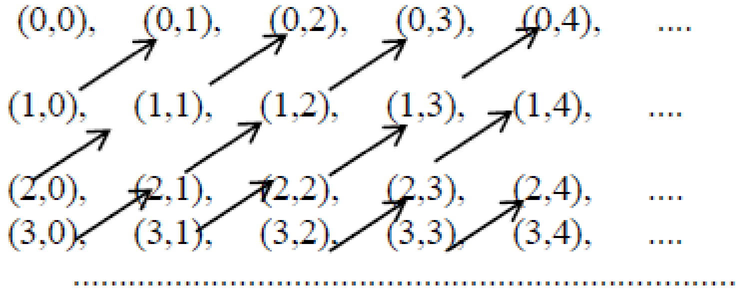
M yechiluvchi to'plam bo'lsin. U holda, 1-ta'rifga asosan, *x* bu to'plamning elementimi yoki elementi emasmi degan muammoni hal qiluvchi algoritm mavjud bo'ladi. Bu algoritmdan foydalanib, *M* va *CM* to'plamlarga kiruvchi elementlarning ro'yxatini tuzamiz. Shunday qilib, *M* va *CM* to'plamlar elementlarini sanab chiquvchi ikkita *A* va *B* algoritmlarni hosil qilamiz.Demak, *M* va *CM* to'plamlar effektiv sanaluvchi to'plamlar bo'ladi.

1-misol. $M=\{1, 4, 9,...,n^2...\}$ natural sonlar kvadratlari to'plami effektiv sanaluvchi to'plam bo'ladimi yoki yo'qmi?

Yechish. $M=\{n^2\}$ to'plam effektiv sanaluvchi to'plam bo'ladi, chunki uning elementlarini hosil qilish uchun ketma-ket natural sonlarni olib, ularni kvadratga ko'tarish kerak. Bu to'plam ham yechiluvchi bo'ladi. Haqiqatan ham, birorta *x* natural sonning *M* to'plamga kirish yoki kirmasligini aniqlash uchun uni tub ko‘paytuvchilarga ajratish kerak. Bu usul uning natural sonning kvadratimi yoki yo‘qmi degan muammoni hal qilib beradi.

2-misol. Tartiblangan natural sonlar juftliklaridan iborat to‘plam effektiv sanaluvchi ekanligini isbotlang.

Yechish. Tartiblangan natural sonlar juftliklaridan iborat to‘plamning effektiv sanaluvchi ekanligini isbotlash uchun diagonal metodi deb aytiladigan metoddan foydalanamiz. Buning uchun hamma tartiblangan natural sonlar juftliklarini quyidagi ko‘rinishda yozamiz:



Yuqori chap burchakdan boshlab ketma-ket diagonallar bo‘yicha o‘tib to‘plam elementlarini sanab chiqamiz. Bu juftliklarning ro‘yxati quyidagicha bo‘ladi:

(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1),

(1,2), (0,3), (4,0), (3,1), (2,2), (1,3), (0,4), ...

3-teorema. *Yechiluvchi bo‘lmagan effektiv sanaluvchi natural sonlar to‘plami mavjud.*

Isbot. Effektiv sanaluvchi ixtiyoriy U natural sonlar to‘plami berilgan bo‘lsin. U to‘plamningyechiluvchi emasligini isbotlash uchun, Post teoremasiga (2-teorema) ko‘ra, uning CU to‘ldiruvchisi effektiv sanaluvchi emasligini isbotlash yetarli.

M_0, M_1, M_2,...- hamma sanaluvchi natural sonlar to‘plamlaridagi effektiv sanab chiqilgan to‘plamlar bo‘lsin. ustma-ust tushsa, bu holda A algoritm uni U to‘plamiga kiritadi, ya'ni $n \in U \leftrightarrow n \in M_n$. Bundan ko‘rinib turibdiki, har qanday sanaluvchi to‘plamdan CU to‘plam hech bo‘lmaganda bitta element bilan farq qiladi, chunki CU shunday n elementlardan iboratki, $n \in M_n$ .Shuning uchun ham

CU sanaluvchi to‘plam emas. Demak, Post teoremasiga asosan *U* yechiluvchi to‘plam bo‘lmaydi.

Izoh. Isbot etilgan teorema aslida Gyodelning formal arifmetikaning to‘liqsizligi haqidagi teoremasini oshkormas (oshkora emas) ravishda qamrab olgan.

Algoritmning intuitiv ta'rifi qat'iy emasligiga qaramasdan, u muayyan masalaning yechimini topadigan algoritmning to‘g‘riligiga shubha uyg‘otmaydi.
Matematikada shunday yechimi topilmagan algoritmik muammolar mavjudki, ular yechimga egami yoki ega emasmi ekanligini aniqlash muammosi paydo bo‘ladi. Bu muammoni yechishda algoritmning intuitiv ta'rifi yordam bera olmaydi. Bu hollarda yoki algoritmning mavjudligini, yoki uning mavjud emasligini isbotlash kerak bo‘ladi.

Birinchi holda masalani yechadigan jarayonni tasvirlash kifoya. Bu jarayonning haqiqatan ham algoritm ekanligiga ishonch hosil qilish uchun algoritmning intuitiv tushunchasi yetarli bo‘ladi.

Ikkinchi holda algoritmning mavjud emasligini isbotlash kerak. Buning uchun algoritmning nima ekanligini aniq bilish talab qilinadi. XX asrning 30-yillarigacha algoritmning aniq ta'rifi mavjud emasdi. Shuning uchun ham algoritm tushunchasiga aniq ta'rif berish keyingi davr matematikasining asosiy masalasi bo‘lib qoldi. Bu ta'rifni ishlab chiqish ko‘p qiyinchiliklarga duch keldi.

Birinchidan, bunday ta'rif algoritm intuitiv ta'rifining mohiyatini aks ettirishi, ikkinchidan esa, bunday ta'rif formal aniqlik nuqtai nazaridan mukammal bo‘lishi kerak edi.

Bu muammoning tadqiqotchilari tomonidan algoritmning bir nechta ta'rifi ishlab chiqildi. Ammo vaqt o‘tishi bilan bu ta'riflarning o‘zaro teng kuchliligi aniqlandi. Ana shu ta'rif hozirgi zamon algoritm tushunchasidir.

Algoritm tushunchasini aniqlash bo‘yicha yondashuvlarni uch asosiy yo‘nalishga bo‘lish mumkin.

Birinchi yo‘nalish – effektiv hisoblanuvchi funksiya tushunchasini aniqlash bilan bog‘liq. Bu yo‘nalish bo‘yicha A.Chyorch, K.Gyodel, S.Klinilar tadqiqot ishlarini olib bordilar.

1935 yilda, 1932-1935 yillar davomida A.Chyorch va S.Klini tomonidan o‘rganilgan va ‘λ - aniqlanuvchi funksiyalar’ deb atalgan, to‘g‘ri aniqlangan hisoblanuvchi nazariy-sonli funksiyalar sinfining xossalari: ‘λ - aniqlanuvchi funksiyalar’ sinfi bizning intuitivetasavvurimiz bo‘yicha hisoblanuvchi deb qaraladigan hamma funksiyalarni qamrab olishi mumkin degan fikr tug‘diradi. Bu kutilmagan natija edi.

J.Erbranning bitta g‘oyasi asosida 1934 yilda K.Gyodel tomonidan aniqlangan va ‘umumrekursiv funksiyalar’ deb atalgan boshqa hisoblanuvchi funksiyalar sinfi ham ‘λ - aniqlanuvchi funksiyalar’ xossalariga o‘xshash xossalarga ega edi.

1936 yilda A.Chyorch va S.Klini tomonlaridan bu ikkita sinf bir xil sinf ekanligi isbotlandi, ya'ni har qanday λ- aniqlanuvchi funksiya umumrekursiv funksiya bo‘lishi va har qanday umumrekursiv funksiya λ - aniqlanuvchi funksiya ekanligi tasdiqlandi.

1936 yilda Chyorch quyidagi tezisni e'lon qildi: har qanday intuitiv effektiv (samarali) hisoblanuvchi funksiyalar umumrekursiv funksiyalardir.

Bu teorema emas, balki tezisdir: tezis tarkibida intuitiv aniqlangan effektiv hisoblanuvchi funksiya tushunchasi, aniq matematik terminlarda aniqlangan umumrekursiv funksiya tushunchasi bilan aynan tenglashtirilgan. Shuning uchun ham bu tezisni isbotlash mumkin emas. Ammo Chyorch va boshqa olimlar tomonidan bu tezisni quvvatlovchi ko‘p dalillar ko‘rsatildi.

2. Tyuring mashinalari. Ikkinchi yo‘nalish –algoritm tushunchasini bevosita aniqlash bilan bog‘liq: 1936-1937 yillarda, A.Tyuring Chyorch ishlaridan bexabar holda yangi funksiyalar sinfini kiritdi. Bu funksiyalarni ‘Tyuring bo‘yicha hisoblanuvchi funksiyalar’ deb atadilar. Bu sinf ham yuqorida aytilgan xossalarga ega edi va buni Tyuring tezisi deb aytamiz. 1937 yilda A.Tyuring isbotladiki, uning hisoblanuvchi funksiyalari λ - aniqlanuvchi funksiyalarning o‘zi va, demak, umumrekursiv funksiyalarning xuddi o‘zi ekan. Shuning uchun ham Chyorch bilan Tyuring tezislari ekvivalentdir.

1936 yilda (Tyuring ishlaridan bexabar holda) E.Post aynan Tyuring erishgan natijalarga mos keladigan natijalarni e'lon qildi va 1943 yilda, 1920-1922 yillardagi nashr etilmagan ishlariga suyanib, to‘rtinchi ekvivalent tezisni nashr etadi. Shunday qilib, algoritm tushunchasini bevosita aniqlashga va so‘ngra uning yordamida hisoblanuvchi funksiya tushunchasini aniqlashga birinchi bo‘lib bir-biridan bexabar holda E.Post va A.Tyuring erishdilar.

Post va Tyuring algoritmik prosesslar ma'lum bir tuzilishga ega bo‘lgan ‘mashina’ bajaradigan prosesslar ekanligini ko‘rsatdilar. Ular ushbu ‘mashina’lar yordamida barcha hisoblanuvchi funksiyalar sinfi bilan barcha qismiy rekursiv funksiyalar sinfi bir xil ekanligini ko‘rsatdilar va, demak, Chyorch tezisining yana bitta fundamental tasdig‘i yuzaga keldi.

Uchinchi yo‘nalish –rus matematigi A.Markov tomonidan ishlab chiqilgan normal algoritmlar tushunchasi bilan bog‘liq. Agar qandaydir ommaviy muammoni yechish algoritmi ma'lum bo‘lsa, u holda uni realizasiya etish uchun shu algoritmda aniq yoritilgan ko‘rsatmalarni ijro etish zarur. Algoritmni realizasiya etish jarayonini avtomatlashtirish g‘oyasi, tabiiyki, inson bajaradigan ishni mashinaga uzatishni taqozo qiladi. Bunday mashinani XX asrning 30-yillarida amerika matematigi E.Post va angliya matematigi A.Tyuringlar tavsiya etdilar.

Tyuring mashinasining tushunchasi bizga intuitiv ma'lum bo‘lgan hisoblash prosedurasini elementar operasiyalarga ajratish natijasida hosil bo‘ladi. Tyuring ta'kidlaydiki, istalgan mumkin bo‘lgan hisoblashni o‘tkazish uchun uning elementar operasiyalarini qaytarish yetarli.

3. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish. Tyuring ayrim turdagi nazariy hisoblash mashinasini izohlab berdi. Bu mashina muayyan mexanik qurilma emas, balki ‘xayoliy’ matematik mashinadir. Berilgan ko‘rsatmani bajaruvchi hisoblovchi odamdan yoki mavjud raqamli hisoblash mashinasidan Tyuring mashinasi ikki jihati bilan farq qiladi.

Birinchidan, ‘Tyuring mashinasi’ xato qila olmaydi, ya'ni u og‘ishmay (chetga chiqmasdan) ko‘rsatilgan qoidani bajaradi.

Ikkinchidan, “Tyuring mashinasi” potensial cheksiz xotira bilan ta'minlangan.

Endi Tyuring mashinasi tushunchasi bilan batafsil tanishamiz.

Tyuring mashinasini quyidagilar to‘liq aniqlaydi:

1. Tashqi alfavit, ya'ni $A=\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}$ chekli simvollar to‘plami. A to‘plam elementlarining chekli ketma-ketligi A to‘plamdagi so‘z deyiladi. So‘zni tashkil etuvchi simvollar soni shu so‘zning uzunligi deyiladi.

Masalan, A alfavitning har bir elementi uzunligi 1 ga teng bo‘lgan so‘zdir. Bu alfavitda so‘z ko‘rinishida mashinaga beriladigan axborot (informasiya) kodlashtiriladi. Mashina so‘z ko‘rinishida berilgan informasiyani qayta ishlab, yangi so‘z hosil qiladi.

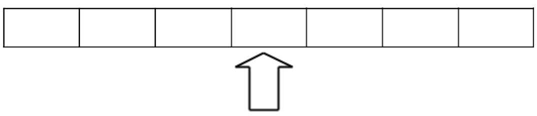
2. Ichki alfavit, ya'ni $q_0,q_1,q_2,...,q_m$, P,L,N simvollar. $q_0,q_1,q_2,...,q_m$- mashinaning chekli son holatlarini ifodalaydi. Istalgan mashinaning holatlari soni tayinlangan bo‘ladi. Ikki holatda maxsus vazifa bajariladi: q_1 - mashinaning boshlang‘ich (dastlabki) holati, q_0 - natijaviy (oxirgi) holati (to‘xtash holati). P, L , N - surilish simvollaridir (o‘ngga, chapga va joyida).

3. Ikki tomonga cheksiz davom ettirish mumkin bo‘lgan lenta (mashinaning tashqi xotirasi). U katakchalarga (yacheykalarga) bo‘lingan bo‘ladi. Har bir katakchaga faqat bittaharf yozilishi mumkin. Bo‘sh katakchani a_0 simvoli bilan belgilaymiz (1-shaklga qarang).

a_0	a_2	a_3	a_3	a_7	a_9	a_{11}	a_{12}			

1-shakl.

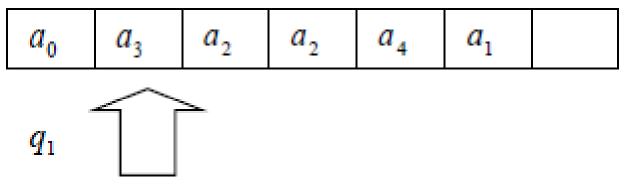
4. Boshqaruvchi kallak (golovka). U lenta bo‘ylab harakat qiladi va qandaydir katakcha (yacheyka) qarshisida to‘xtashi mumkin (2-shakl).



2-shakl.

Bu holatda kallak katakchani, ya'ni simvolni “ko‘rib turibdi” deb aytamiz. Mashinaning bir takt davomidagi ishida kallak faqat bitta katakchaga surilishi (o‘ngga, chapga) yoki joyida turishi mumkin.

Lentada saqlanayotgan har bir informasiya tashqi alfavitning a_0 dan farqli chekli simvollar majmuasi bilan tasvirlanadi. Mashina ish boshlashidan oldin lentaga boshlang‘ich axborot (boshlang‘ich ma'lumot) beriladi. Bu holda boshqaruvchi kallak, qoidaga asosan, q_1 boshlang‘ich holatni ko‘rsatuvchi oxirgi chap belgi qarshisida turadi (3-shakl).



3-shakl.

Mashinaning ishi taktlar yig‘indisidan iborat bo‘lib, ish davomida boshlang‘ich informasiya oraliq informasiyaga aylanadi.

Boshlang‘ich informasiya sifatida lentaga tashqi alfavitning katakchalarga ixtiyoriy ravishda qo‘yilgan chekli simvollar sistemasini (alfavitdagi ixtiyoriy so‘zni) berish mumkin. Berilgan boshlang‘ich informasiyaga bog‘liq bo‘lgan ikki xil hol bo‘lishi mumkin:

1. Mashina chekli son taktdan keyin to‘xtaydi (q_0 to‘xtash holatiga o‘tadi). Bu vaqtda lentada B informasiya tasvirlangan bo‘ladi. Bu holda mashina A boshlang‘ich informasiyaganisbatan tatbiq etiladigan (qo‘llanib bo‘ladigan) va uni qayta ishlab B natijaviy informasiyaga keltirgan deb aytiladi.

2. Mashina hech vaqt to‘xtamaydi, ya'ni q_0 to‘xtash holatiga o‘tmaydi. Bu holda mashina Aboshlang‘ich informasiyaga nisbatan tatbiq etilmaydi deb aytiladi.Mashina ishining har bir taktida quyidagi funksional sxema bo‘yicha harakat qiladi:

$$a_i q_j \to a_v \begin{matrix}\text{П}\\ \text{Л}\\ \text{Н}\end{matrix} q_s .$$

Bu yerda a_i , a_v - tashqi alfavitning harflari; q_j , q_s - mashinaning holatlari; P, L , N - surilish simvollari.

Boshqaruvchi kallak lentada qanday harfni ko‘rib turganligi (bizning yozuvda a_i) va mashina qaysi holatda (bizning yozuvda q_j) turganligiga qarab, bu taktda uch elementdan iborat komanda ishlab chiqiladi:

1) ko‘rib turilgan harf almashtirilgan tashqi alfavit harfi (a_v) ;

2) kelgusi takt uchun tashqi xotira adresi

$$\begin{pmatrix} П \\ Л \\ Н \end{pmatrix};$$

3) mashinaning kelgusi holati (q_s) .

Hamma komandalar majmuasi Tyuring mashinasining dasturini tashkil qiladi. Dastur ikki o‘lchovli jadval shaklida bo‘lib, uni Tyuring funksional sxemasi deb ataydilar. Bunday sxema 1-jadvalda misol sifatida berilgan.

1-jadval

	a_0	a_1	a_2
q_1	$a_2 л q_3$	$a_1 п q_2$	$a_2 л q_1$
q_2	$a_0 н q_2$	$a_2 н q_1$	$a_1 н q_2$
q_3	$a_0 п q_0$	$a_1 п q_4$	$a_2 н q_1$
q_4	$a_1 н q_3$	$a_0 п q_4$	$a_2 п q_4$

Aniqki, Tyuring mashinasining ishi butunlayiga uning dasturi bilan aniqlanadi. Agar ikkita Tyuring mashinalarining funksional sxemalari bir xil bo‘lsa, u holda ular bir-biridan farq qilmaydi. Har xil Tyuring mashinalari har xil dasturga ega bo‘ladi.

4. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasi. Tyuring mashinasi algoritm tushunchasini aniqlashning bitta yo‘lini ko‘rsatadi. Shu tufayli bir nechta savollar paydo bo‘ladi: Tyuring mashinasi tushunchasi qanchalik umumiy bo‘ladi? Algoritmlarni Tyuring mashinasi vositasi bilan berish usulini universal usul deb bo‘ladimi? Hamma algoritmlarni shu usul bilan berish mumkinmi?

Ushbu savollarga hozirgi vaqtda mavjud bo‘lgan algoritmlar nazariyasi quyidagi gipoteza bilan javob beradi:

Har qanday algoritmni Tyuring funksional sxemasi orqali berish va mos Tyuring mashinasida realizasiya etish (amalga oshirish) mumkin.

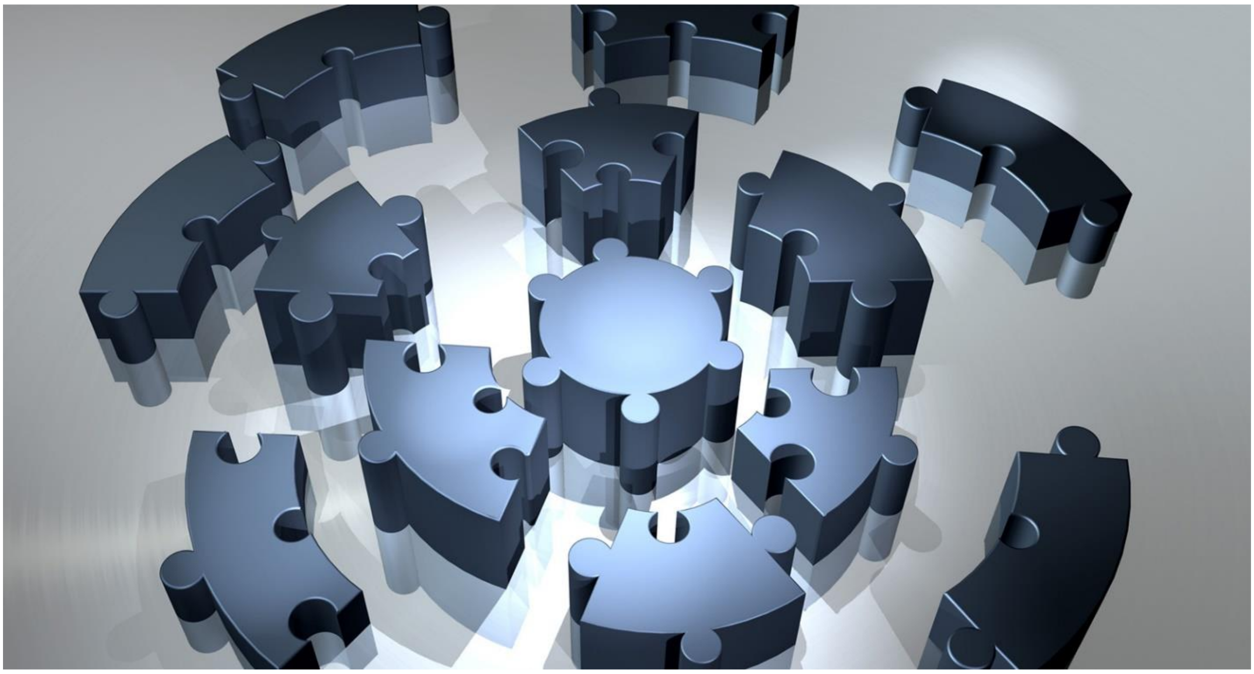
Bu gipoteza Tyuring tezisi deb aytiladi. Uni isbotlash mumkin emas, chunki bu tezis qat'iy ta'riflanmagan algoritm tushunchasini qat'iy aniqlangan Tyuring mashinasining tushunchasi bilan bog‘laydi.

Bu tezisni rad etish uchun Tyuring mashinasida realizasiyalanmaydigan (amalga oshirilmaydigan) algoritm mavjudligini ko‘rsatish kerak.Ammo hozirgacha aniqlangan hamma algoritmlarni Tyuring funksional sxemasi orqali realizasiya etish mumkin.

Shuni ham ta'kidlab o‘tamizki, Markovning normal algoritm tushunchasi va Chyorch, Gyodel va Klinilar tomonidan kiritilgan rekursiv algoritm (rekursiv funksiyalar) tushunchalari Tyuring tomonidan kiritilgan algoritm tushunchasi (Tyuring funksional sxemasi) bilan ekvivalentligi isbotlangan. Bu fakt o‘z navbatida Tyuring gipotezasining to‘g‘riligini yana bir marta ko‘rsatib o‘tadi.

Nazorat uchun savollar:

1. Yechiluvchi va sanaluvchi to‘plamlar ta’rifini bering.
2. Tyuring mashinalari qanday mashinalar?
3. Tyuring mashinasida algoritmni realizasiya qilish qanday amalga oshiriladi?
4. Algoritmlar nazariyasining asosiy gipotezasini ayting.



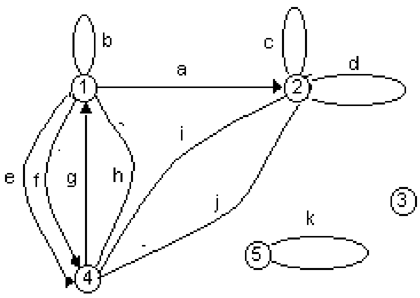
12-MAVZU. GRAFLAR VA GRAF MODELLAR

Reja:

1. Oddiy graflar. Ta’rif va misollar
2. Multigraflar
3. Marshrutlar, zanjirlar, sikllar. Bog‘liqlilik

Tayanch iboralar: oddiy graflar, multigraflar, marshrutlar, zanjirlar, sikllar, bog‘liqlilik

1. Oddiy graflar. Ta’rif va misollar. Graflar nazariyasi hozirgi zamon matematikasining asosiy qismlaridan biridir. Keyingi paytlarda turli xil ASU va diskret xarakterga ega bo‘lgan hisoblash qurilmalarni loyihalashda (yasashda) graflarning roli yanada oshdi.



Grafning o‘zi nima? Ta’rif berishdan avval quyidagi misolda tushuntiramiz.

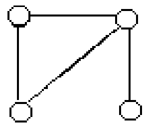
1-shaklda uchlari 1,2,3,4,5 raqamlar bilan belgilangan doirachalardan, qirralari esa *a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k* (yo‘nalishga ega yoki yo‘nalishsiz) bu doirachalarni ba’zi birlarini tutashtiruvchi chiziqlardan iborat. Qirra *a* yo‘naltirilgan bo‘lib 1 va 2 uchlarni tutashtiradi (lekin 2 va 1 uchlarni tutashtirmaydi); yoylar deb ataluvchi bu qirralarga *e,f,g* lar ham misol bo‘la oladi. Qirra *h* yo‘naltirilmagan bo‘lib, u 1 va 4, hamda 4 va 1 uchlarni tutashtiradi; zvenolar deb ataluvchi bunday qirralarga *i* va *j* lar ham kiradi. Nihoyat *b,c,d,k* qirralar sirtmoqlar deb ataladi va ba’zi uchni uning o‘zi bilan tutashtiradi (bu qirralar ham yo‘nalishga ega emas).

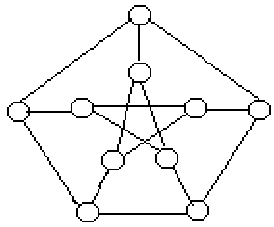
Odatda *a,b,e,f,g,h* qirralarni 1 uchga insident deb ataydilar, o‘z navbatida bu uch shu qirralarning har biriga insidentdir. Shu bilan birga *a,e,f* yoylar 1 uchdan 4 ga qarab yo‘naltirilgan, *g* esa aksincha 4 dan 1 ga qarata yo‘naltirilgandir. Uchinchi va beshinchi uchlar yakkalangan deyiladi (ular ko‘pi bilan sirtmoqlarga insident bo‘lishi mumkin).

Bu misoldagi graf cheklidir: {1,2,3,4,5} uchlar va *{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k}* qirralar to‘plamlarining ikkalasi ham chekli.

Kelgusida oddiy graflar muhim o‘rin tutadi. Bu sinfning graflari quyidagi xossalarga ega: u chekli, barcha qirralari orientirlanmagan, sirtmoqlari va karrali qirralari yo‘q (istalgan ikkita uchlar bittadan ko‘p zveno bilan tutashtirilmaydi).

Bunday graflarga quyidagilar misol bo‘la oladi. Petersen nomi bilan ataluvchi o‘ng tomondagi graf qirralarining doirachalar bilan belgilanmagan kesishgan joylari uning uchlari emasdir.





2-shakl.

1-ta’rif. *Bo‘sh bo‘lmagan* X *uchlar to‘plami va* $U \subseteq X^{[2]}$ *qirralar to‘plamidan tuzilgan tartiblangan* $G=(X,U)$ *juftlik oddiy graf deyiladi.*

Agar $x, y \in X$ *uchlar uchun* $xy \in U$ *bo‘lsa, uchlar qo‘shni, agar* $xy \notin U$ *bo‘lsa bu uchlar qo‘shnimas deyiladi.*

Ta’rifdan bevosita ko‘rinadiki, agar uchlar soni $|X| = n\,(G)$ bo‘lsa, u holda qirralar soni $m(G)$ uchun quyidagi tengsizlik o‘rinlidir

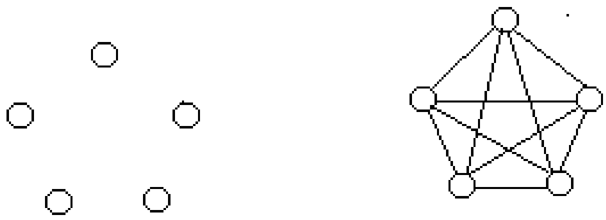
$$0 \le m(G) \le \binom{n(G)}{2}$$

Oddiy graflarning quyidagi ikkita holini alohida aytib o‘tamiz:

E_n - n uchli bo‘sh graf -$U(E_n) = \varnothing$;

F_n - n uchli to‘liq graf -$U(F_n) = X^{[2]}$

Quyidagi shaklda E_5 va F_5 graflar keltirilgan



3-shakl.

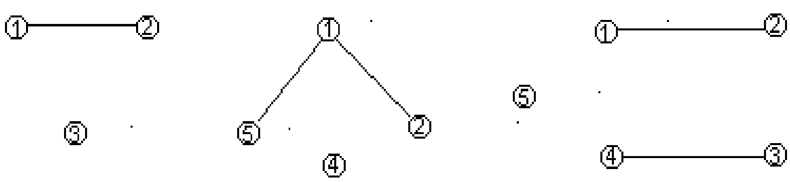
2-ta’rif. *Uchlari* $G = (X,U)$ *grafning uchlaridan, qirralari esa* $U = X^{[2]} \setminus U$ *to‘plamdan iborat bo‘lgan* $\overline{G} = (X,\overline{U})$ *berilgan grafning to‘ldiruvchisi deyiladi.*

Ravshanki, $\overline{\overline{G}} = G$. E_5va F_5, bir-birini to‘ldiruvchi graflardir. Ularga yana misol keltiramiz

4-shakl.

3-ta’rif. *Agar* $G = (X,U)$ *va* $G' = (X',U')$ *graflar uchun* $X' \subseteq X$, $U' \subseteq U$ *bo‘lsa, u holda* G' *graf* G *ning bo‘lagi deyiladi.*

Masalan,

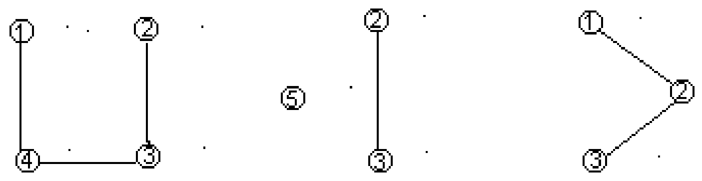


graflar 4-shakldagi birinchi grafning bo‘laklaridir.

4-ta’rif. *Agar* $G = (X,U)$ *grafning bo‘lagi* $G' = (X',U')$ *uchun* $U' = \{xy / x, y \in X'\}$ *bo‘lsa, u holda u qism graf deyiladi.*

Boshqacha qilib aytganda qism grafni hosil qilish uchun $X \setminus X'$ uchlar to‘plami bilan ularning kamida bittasiga insident bo‘lgan qirralar olib tashlanadi.

Masalan, yuqoridagi (4-shaklda) keltirilgan grafning qismlaridan ba’zilari

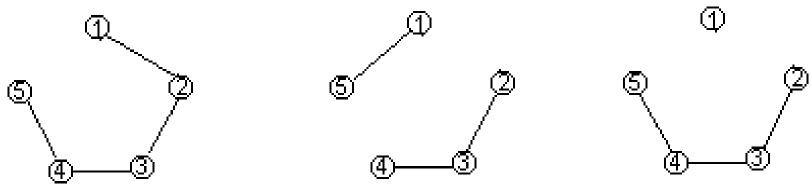


6-shakl.

shulardan iborat.

5-ta’rif. *Agar* $G = (X, U)$ *grafning bo‘lagi* $G' = (X, U')$ *uchun* $X' = X$ *bo‘lsa, u holda u sugraf deyiladi, ya’ni sugraflarni hosil qilish uchun faqat qirralarni olib tashlash kifoya.*

Yana 4-shakldagi misolga murojaat qilamiz. Quyidagi



graflar uning sugraflaridir.

2. Multigraflar. Endi umumiy holda chekli, orientirlashtirilmagan graflarni kiritamiz.

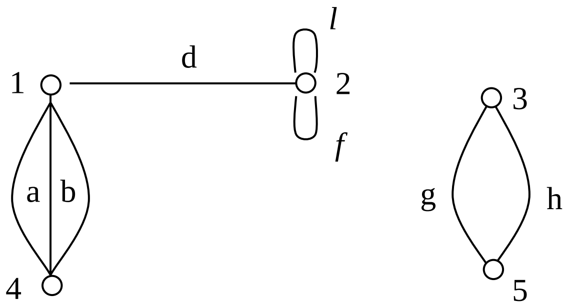
6-ta’rif. *Graf deb* $G = (X, U, \psi)$ *tartiblangan uchlikka aytiladi, bu erda* $X \neq \phi$ *- uchlar to‘plami,* U *- qirralar to‘plami (ikkalasi ham chekli) va* $\psi : U \Rightarrow X^2$ *akslantirish har bir* $u \in U$ *qirra uchun uning* $x, y \in X$ *uchlariga tartiblanmagan* $\psi(u) = xy$ *juftlikni mos qo‘yadi. Agar* $\psi(u) = xx$ *bo‘lsa, u holda* u *qirra* x *uchdagi sirtmoq,* $\psi(u) = x, y \wedge x \neq y$ *bo‘lsa u zveno deyiladi. Agar* x *va* y *uchlarning ikkalasi kamida bitta umumiy insident qirraga ega bo‘lsa ular qo‘shni deyiladi. Xususiy holda, agar* x *uchda kamida bitta sirtmoq bo‘lsa, u o‘z-o‘zi bilan qo‘shnidir.*

Agar u va v qirralar uchun $u \neq v \wedge \psi(u) = \psi(v)$ bo‘lsa, u holda ular parallel (karrali) deyiladi.

Agar grafning uchlari $X = \{1, 2, ..., n\}$ kabi tartiblangan bo‘lsa, u holda uni $A(G) = (\alpha_{ij})$ qo‘shnilik matritsasi yordamida berish mumkin, bu erda α_{ij} i va j uchlarni tutashtiruvchi qirralar soni. Albatta bu matritsa grafning uchlarini tartiblanishiga bog‘liq va uni parallel qirralarni joylashish tartibi aniqligina tiklaydi. Insidentlik matritsasi $B(G) = (\beta_{ij})_m^n$ bo‘yicha grafni yagona ravishda tiklash mumkin:

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1, \ agar \ i \ \ uch \, va \ a \ \ j \ \ qirra \ insident \ bo'lsa, \\ 0, \ aks \ holda \end{cases}$$

Bu erda $i = 1, 2, ..., n;$ $j = 1, 2, ..., m$ va qirralar ham tartiblangan deb hisoblanadi $U = \{u_1, u_2, ..., u_m\}$.



8-shakl 9-shakl

Yuqoridagi shaklda uchlari $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, qirralari $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ bo‘lgan $G = (X, U, \psi)$ graf (multigraf) berilgan. Akslantirish ψ esa quyidagicha aniqlangan: $\begin{matrix} \psi(a) = \psi(b) = \psi(c) = 14, \quad \psi(d) = 12, \quad \psi(e) = \psi(f) = 22, \\ \psi(g) = \psi(h) = 35 \end{matrix}$.

Bu graf uchun

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

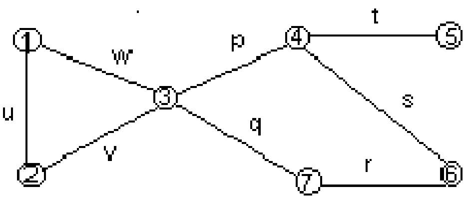
3. Marshrutlar, zanjirlar, sikllar. Bog'liklilik

1-ta'rif. *Oddiy* $G=(X,U)$ *grafdagi* $x_0\, u_1 x_1\, u_2\, x_2 u_3\, x_3 .... x_{l-1}\, u_l\, x_l$ *ketma-ketlik (bu erda* $x_0, x_1,...x_l \in X$ *;* $u_1 u_2,...,u_l \in U$*) uzunligi* l *teng bo'lgan va* x_0, x_1 *uchlarni tutashtiruvchi marshrut deyiladi.*

Agar $x_0 = x_l$ va $l \geq 1$ bo'lsa, marshrut siklik deyiladi. $l=0$ marshrut bitta x_0 uchdan iborat bo'ladi va u siklik hisoblanmaydi.

Marshrutda uchlar va qirralarning har xil bo'lishi talab qilinmaydi. Bitta uch yoki qirra bir necha marta takrorlanishi mumkin.

2-ta'rif. *Qirralari har xil bo'lgan marshrut zanjir deb ataladi. Siklik zanjir esa sikl deyiladi. Agar zanjirda (siklda)* x_0 *va* x_1 *lardan tashqari barcha uchlari har xil bo'lsa, u holda sodda zanjir (sikl) deyiladi.*



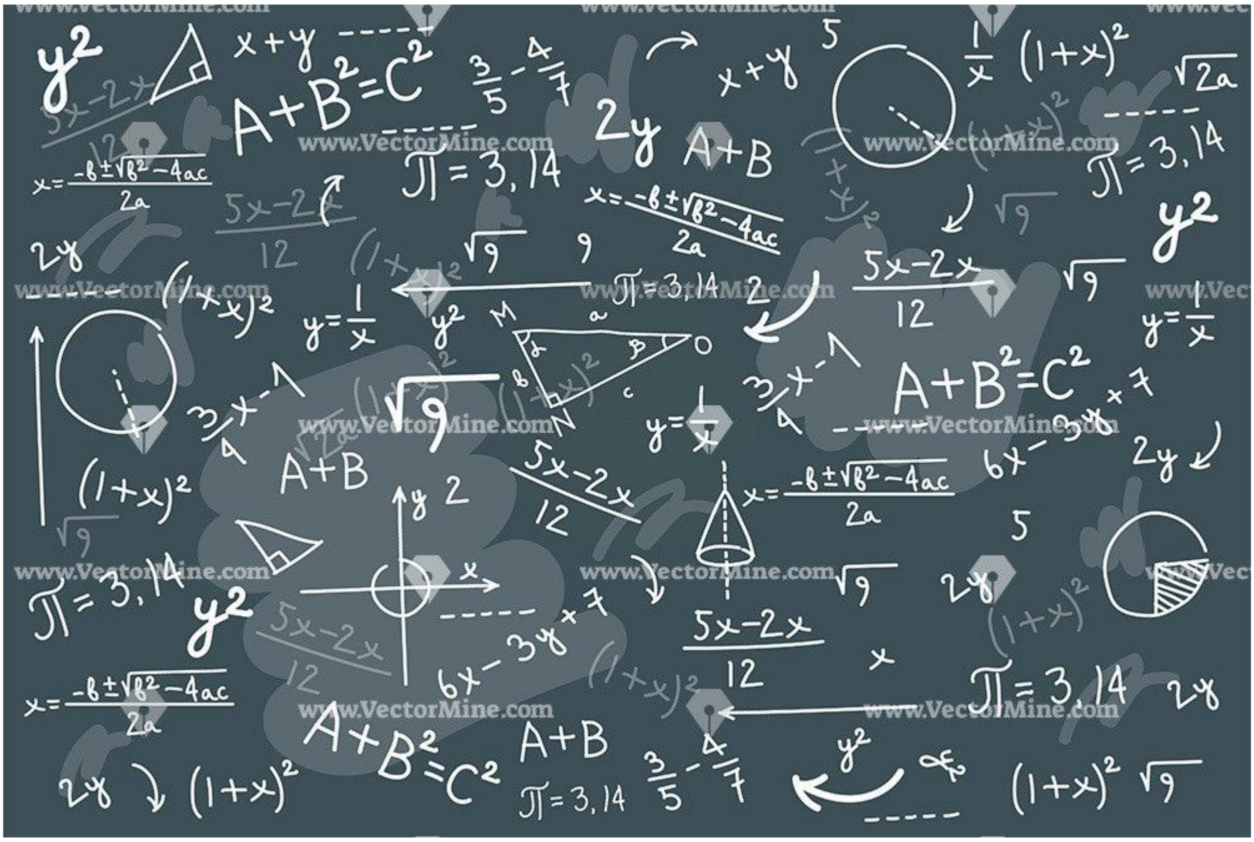
10-shakl.

Yuqoridagi grafda (10-shakl) *3v2u1w3p4t5t4t5* va *3w1u2v3p4t5t4t5* marshrutlar bir xil elementlardan tuzilgan bo'lsada, lekin har xildir. Ular siklik emas va zanjir ham emasdir. *3w1u2v3p4* marshrut zanjir, lekin sodda emas va siklni tashkil etmaydi. *3w1u2v3p4s6r7g3* va *3v2u1w3p4s6r7g3* har xil sodda bo'lmagan sikllar. *3g7r6s4p3* - marshrut sodda sikldir. *1u3v2* ketma-ketlik umuman marshrut emas.

3-ta'rif. *Agar* G *grafning* x *va* y *uchlari orasida hech bo'lmaganda bitta zanjir mavjud bo'lsa, u holda ular tutashtirilgan deyiladi.*

Ravshanki, grafning uchlari to'plamida berilgan "tutashtirilganlik" munosabati refleksivlik, simmetriklik, tranzitivlik xossalariga ega. Demak, bu munosabat ekvivalentlikdir va grafning X uchlari to'plamini $X_1, X_2,..., X_k$ sinflarga ajratadi. Har bir sinfga tegishli bo'lgan uchlar o'zaro tutashtirilgandir (turli sinflarga tegishli bo'lgan uchlar orasida zanjirlar yo'q).

$G=(X,U)$ grafning $G_i=(X_i,V_i)$ $(i=1,2,...,k)$ qism grafi uning bog‘liqli komponentasi deyiladi. Agar $k(G)=1$ bo‘lsa, graf bog‘likli deyiladi.



13–MAVZU. GRAFLARNING TERMINOLOGIYASI VA MAXSUS TIPLARI

Reja:

1. Graflar nazariyasining boshlang‘ich ma’lumotlari.
2. Grafning geometrik ifodalanishi, uchlar.
3. Qirralar va yoylar insidentligi.

Tayanch iboralar: uch, sirtmoq, qirra, yoy, multigraf, tugun, boshlang’ich, insidentlik, yo‘nalish, nolgraf, izomorf, valentlik.

Ushbu ma‘ruzada graflar nazariyasi elementlari qaraladi. Dastlab graflar haqida qisqa tarixiy ma‘lumotlar, grafning abstrakt matematik tushuncha sifatidagi ta‘rifi va u bilan bog‘liq boshlang‘ich tushunchalar, graflarning geometrik ravishda, maxsus turdagi ko‘phad yordamida, qo‘shnilik va insidentlik matritsalari vositasida berilishi yoritiladi. So‘ngra grafning elementlari ustida sodda amallar, graflarni birlashtirish, biriktirish va ko‘paytirish amallari, marshrutlar va zanjirlar, grafning bog‘lamliligi tushunchasi, Eyler va Gamilton graflari, graflarda masofa tushunchasi, minimal masofali yo‘l haqidagi masala, daraxt va unga ekvivalent tushunchalar, grafning siklomatik soni bayon qilinadi.

1. Graflar nazariyasining boshlang‘ich ma’lumotlari. 1736 yilda L. Eyler tomonidano‘sha davrda qiziqarli amaliy masalalardan biri hisoblangan Kyonigsberg ko‘priklari haqidagi masalaning qo‘yilishi va yechilishi graflar nazariyasining paydo bo‘lishiga asos bo‘ldi.

Kyonigsberg shahridagi Pregel daryosi ustida qurilgan yettita ko‘priklar joylashuvi 1-shakldagi qadimiy xaritada tasvirlangan va qurilishi tartibida 1, 2, 3, 4, 5, 6 va 7 raqamlar bilan belgilangan. Pregel daryosi Kyonigsberg shahrini o‘sha davrda to‘rtta *A*, *B*,*C* va *D* qismlarga bo‘lgan. Shaharning ixtiyoriy qismida joylashgan uydan chiqib yettita ko‘priklardan faqat bir martadan o‘tib, yana o‘sha uyga qaytib kelish mumkinmi? Kyonigsberg ko‘priklari haqidagi bu masalani hal qilish jarayonida graflarda maxsus marshrut mavjudligi shartlari ham topildi. Bu natijalar e‘lon qilingan tarixiy ilmiy ishning birinchi sahifasi 2- shaklda keltirilgan. L. Eylerning bu maqolasi yuz yildan ko‘p vaqt mobaynida graflar nazariyasi bo‘yicha yagona ilmiy ish bo‘lib keldi.

XIX asrning o‘rtalarida graflar nazariyasi bilan bog‘liq tadqiqotlar G. Kirxgof va A.Keli ishlarida paydo bo‘ldi. Graf‖ iborasi D. Kyonig tomonidan 1936 yilda graflar nazariyasiga bag‘ishlangan dastlabki darslikda uchraydi.

Graflar nazariyasi bo‘yicha tadqiqotlar natijalari inson faoliyatining turli sohalarida qo‘llaniladi. Ulardan ba‘zilari quyidagilardir: boshqotirmalarni hal qilish; qiziqarli o‘yinlar; yo‘llar, elektr zanjirlari, integral sxemalari va boshqarish sistemalarini loyihalashtirish; avtomatlar, blok-sxemalar va komp‘yuter uchun programmalarni tadqiq qilish va hokazo.

Grafning abstrakt ta’rifi va u bilan bog‘liq boshlang‘ich tushunchalar. Avvalo,grafning abstrakt matematik tushuncha sifatidagi ta‘rifini va boshqa ba‘zi sodda tushunchalarni keltiramiz. V qandaydir bo‘shmas to‘plam bo‘lsin. Uning $v_1 \in V$ va $v_2 \in V$ elementlaridan tuzilgan $<v_1,v_2>$ ko‘rinishdagi barcha juftliklar (kortejlar) to‘plamini V to‘plamning o‘z-o‘ziga Dekart ko‘paytmasini) $V \times V$ bilan belgilaymiz.

Graf deb shunday $<V,U>$ juftlikka aytiladiki, bu yerda $V \neq \varnothing$ va U– $<v_1,v_2>$ $v_1 \in V$ va $v_2 \in V$ ko‘rinishdagi juftliklar korteji bo‘lib, $V \times V$ to‘plamning elementlaridan tuzilgandir. Bundan buyon grafni belgilashda $<V,U>$ yozuv o‘rniga (V,U) yozuvdan foydalanamiz. Grafning tashkil etuvchilarini ko‘rsatish muhim bo‘lmasa, u holda uni lotin alifbosining bitta harfi, masalan, *G‘* bilan belgilaymiz. *G‘*$=(V,U)$ graf berilgan bo‘lsin. V to‘plamning elementlariga G grafning uchlari, to‘plamning o‘ziga esa, graf uchlari to‘plami deyiladi.

Graflar nazariyasida ―uch iborasi o‘rniga, ba‘zan, tugun yoki nuqta ~~iborasi ham qo‘llaniladi.~~ Umuman olganda, hanuzgacha graflar nazariyasining ba‘zi iboralari bo‘yichaumumiy kelishuv qaror topmagan. Shuning uchun, bundan keyingi ta‘riflarda, imkoniyat boricha, muqobil (alternativ) iboralarni ham keltirishga harakat qilamiz.

2. Grafning geometrik ifodalanishi, uchlar. $G=(V,U)$ grafning ta‘rifiga ko‘ra, U bo‘sh kortej bo‘lishi ham mumkin. Agar U bo‘sh bo‘lmasa, u holda bu kortej (a,b) $(a \in V,\ b \in V)$ ko‘rinishdagi juftliklardan tashkil topadi, bunda $a=b$ bo‘lishi hamda ixtiyoriy (a,b) juftlik U kortejda istalgancha marta qatnashishi mumkin. $(a,b) \in U$ juftlikni tashkil etuvchi a va b uchlarning joylashish tartibidan bog‘liq holda, ya‘ni yo‘nalishning borligi yoki yo‘qligiga qarab, uni turlicha atash mumkin. Agar (a,b) juftlik uchun uni tashkil etuvchilarning joylashish tartibi ahamiyatsiz, ya‘ni $(a,b)=(b,a)$ bo‘lsa, (a,b) juftlikka yo‘naltirilmagan (oriyentirlanmagan) qirra (yoki, qisqacha, qirra) deyiladi. Agar bu tartib muhim, ya‘ni $(a,b) \neq (b,a)$ bo‘lsa, u holda (a,b) juftlikka yoy yoki yo‘naltirilgan (oriyentirlangan) qirra deyiladi.

Kortejning tarkibiga qarab, uni yo grafning qirralari korteji, yo yoylari korteji, yoki qirralari va yoylari korteji deb ataymiz.

Grafning uchlari va qirralari (yoylari) uning elementlari deb ataladi.

G= (*V* ,*U*) graf elementlarining soni (|*V*|+|*U*|)ga tengdir, bu yerda *G* grafning uchlari soni |*V*|≠0 va |*U*| bilan uning qirralari (yoylari) soni belgilangan.

Grafning qirrasi (yoyi), odatda, uni tashkil etuvchi uchlar yordamida (*a*, *b*), yoki *ab*, yoki (*a*;*b*) ko‘rinishda belgilanadi. Boshqa belgilashlar ham ishlatiladi: masalan, yoy uchun(*a*,*b*) yoki (*a*,*b*) , qirra uchun (*a*,*b*), yoy yoki qirra uchun *u* (ya‘ni uchlari ko‘rsatilmasdan bitta harf vositasida) ko‘rinishda.

Graf yoyi uchun uning chetki uchlarini ko‘rsatish tartibi muhim ekanligini ta‘kidlaymiz, ya‘ni (*a*,*b*) va (*b*,*a*) yozuvlar bir-biridan farq qiluvchi yoylarni ifodalaydi. Agar yoy (*a*,*b*) ko‘rinishda ifodalangan bo‘lsa, u holda *a* uning boshlang‘ich uchi, *b* esa oxirgi uchi deb ataladi. Bundan tashqari, yoy (*a*,*b*) ko‘rinishda yozilsa, u haqida*a* uchdanchiquvchi (boshlanuvchi) va *b* uchga kiruvchi (uchda tugovchi) yoy deb aytish ham odattusiga kirgan.

Qirra uchun uning (*a*,*b*) yozuvidagi harflar joylashish tartibi muhim rol o‘ynamaydi va *a* va *b* elementlar qirraning uchlari yoki chetlari deb ataladi.

Agar grafda yo (*a*,*b*) qirra, yo (*a*,*b*) yoy, yoki (*b*,*a*) yoy topillsa, u holda *a* va *b* uchlar tutashtirilgan deyiladi. Agar grafning ikkita uchini tutashtiruvchi qirra yoki yoy borbo‘lsa, u holda ular qo‘shni uchlar deb, aks holda esa, qo‘shni bo‘lmagan uchlar deb aytiladi.

Grafning ikkita uchi qo‘shni bo‘lsa, ular shu uchlarni tutashtiruvchi qirraga (yoyga) insident, o‘z navbatida, qirra yoki yoy bu uchlarga insident deyiladi.

Grafda ikkita qirra (yoy) umumiy chetga ega bo‘lsa, ular qo‘shni qirralar (yoylar) deyiladi.

Shuni ta‘kidlash kerakki, qo‘shnilik tushunchasi grafning bir jinsli, insidentlik tushunchasi esa uning turli jinsli elementlari orasidagi munosabatni ifodalaydi.

Ba‘zan graf undagi elementlar soniga qarab, ya‘ni uchlar soni*m* va qirralar (yoylar) soni *n* ga qarab belgilanadi va bu holda grafni (*m*, *n*) -graf deb ataydilar.

Agar *G*=(*V*,*U*) grafda *U* kortej faqat qirralardan iborat bo‘lsa, u holda yo‘naltirilmagan (oriyentirlanmagan) va faqat yo‘naltirilgan (oriyentirlangan) qirralardan (ya‘ni, yoylardan) tashkil topgan bo‘lsa, u holda u yo‘naltirilgan (oriyentirlangan) graf deb ataladi. Oriyentirlangan graf, qisqacha, orgraf deb ham ataladi.

Qator hollarda oriyentirlanmagan qirralari ham, oriyentirlangan qirralari ham bo‘lgan graflar bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bunday graflar aralash graflar deb ataladi.

Agar $G=(V,U)$ grafning (orgrafning) U korteji tarkibida $V\times V$ to‘plamdan olingan takrorlanuvchi elementlar bo‘lsa, u holda ular karrali yoki parallel qirralar (yoylar) deb ataladi. Karrali qirralari yoki yoylari bo‘lgan graf multigraf deyiladi.

Ikkala chetki (boshlang‘ich va oxirgi) uchlari ustma-ust tushgan qirra (yoy), ya‘ni grafning $(a, a) \in U$ elementi sirtmoq deb ataladi. Sirtmoq, odatda, yo‘naltirilmagan deb hisoblanadi. Qirralari (yoylari) orasida sirtmoqlari bo‘lgan graf psevdograf deyiladi.

Umumiy holda uchlar to‘plami V va (yoki) qirralar (yoylar, qirra va yoylar) korteji U cheksiz ko‘p elementli bo‘lishi mumkin. Bundan keyin V to‘plam va U kortej faqat chekli bo‘lgan $G=(V,U)$ graflarni qaraymiz. Bunday graflar chekli graflar deb ataladi.

Hech qanaqa qirra (yoy) bilan bog‘lanmagan uch yakkalangan (ajralgan, xolis, yalong‘och) uch deb ataladi.

Faqat yakkalangan uchlardan tashkil topgan graf (ya‘ni, grafda qirralar va yoylar bo‘lmasa) nolgraf yoki bo‘sh graf deb ataladi. Uchlari soni m ga teng bo‘lgan bo‘sh grafni O_m yoki N_m kabi belgilash qabul qilingan.

Istalgan ikkita uchlari qo‘shni bo‘lgan sirtmoqsiz va karrali qirralarsiz oriyentirlanmagan graf to‘la graf deb ataladi. Uchlari soni m ga teng bo‘lgan to‘la graf K_m bilan belgilanadi. Ravshanki, K_m grafning qirralar soni $C_m^2= m(m-1)/2$ bo‘ladi.

Agar orgrafning istalgan ikkita uchini har bir yo‘nalishda tutashtiruvchi faqat bittadan yoy mavjud bo‘lsa, u holda unga to‘la orgraf deb ataladi. Ravshanki, to‘la grafdagi qirralarning har birini ikkita (yo‘nalishlari bir-biriga qarama-qarshi bo‘lgan) yoylarga almashtirilsa, natijada to‘la orgraf hosil bo‘ladi. Shuning uchun, to‘la orgrafdagi yoylar soni oriyentirlanmagan to‘la grafdagi qirralar sonidan ikki baravar ko‘pdir, ya‘ni uchlari m ta bo‘lgan to‘la orgrafdagi yoylar soni $2C_m^2=m(m-1)$ bo‘ladi.

Agar grafning uchlariga qandaydir belgilar, masalan, 1,2,..., m sonlari mos qo‘yilgan bo‘lsa, u belgilangan graf deb ataladi.

Agar $G=(V,U)$ va $G'=(V',U')$ graflarning uchlari to‘plamlari, ya‘ni V va V' to‘plamlar orasida uchlarning qo‘shnilik munosabatini saqlaydigan o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkin bo‘lsa, u holda G va G' graflar izomorf graflar deb ataladi. Bu ta‘rifni quyidagicha ham ifodalash mumkin: agar $\forall x,y\in V$ va ularga mos bo‘lgan x', $y'\in V'$ ($x\leftrightarrow y$, $x'\leftrightarrow y'$) uchun $xy\leftrightarrow x'\,y'$ ($xy\in U$, $x'\,y'\in U'$) bo‘lsa, u holda G va G' graflar izomorfdir.

Agar izomorf graflardan biri oriyentirlangan bo‘lsa, u holda ikkinchisi ham, albatta, oriyentirlangan bo‘lishi va ulardagi mos yoylarning yo‘nalishlari ham bir-birlariga mos bo‘lishlari shart

3. Qirralar va yoylar insidentligi. Graf uchiga insident qirralar soni shu uchning lokal darajasi, yoki, qisqacha, darajasi, yoki valentligi deb ataladi. Grafdagi a uchning darajasini $\rho(a)$ bilan belgilaymiz.

Sirtmoqqa insident bo‘lgan uchning darajasini aniqlashda shuni e‘tiborga olish kerakki, qaralayotgan masalaga bog‘liq holda sirtmoqni bitta qirra deb ham, ikkita qirra deb ham hisoblash mumkin. Ravshanki, ajralgan uchning darajasi nolga teng. Darajasi birga teng uch chetki (yoki osilgan) uch deb ataladi. Chetki (osilgan) uchga insident qirra ham chetki (yoki osilgan) qirra deb ataladi.

Agar grafning barcha uchlari bir xil r darajaga ega bo‘lsa, u holda bunday graf r darajali regulyar graf deb ataladi. Uch darajali regulyar graf kubik (yoki uch valentli) graf deb ataladi. O_m graf nol darajali regulyar graf ekanligini, K_m esa ($m-1$) darajali regulyargraf ekanligini ta‘kidlaymiz.

Ko‘rinib turibdiki, oriyentirlanmagan grafda barcha uchlar darajalarining yig‘indisi qirralar sonining ikki baravariga teng juft son bo‘ladi, chunki qirralarni sanaganda har bir qirra hisobda ikki marta qatnashadi. Shunday qilib, XVIII asrdayoq L. Eyler tomonidan isbotlangan quyidagi tasdiq o‘rinlidir.

1-lemma ("ko'rishishlar" haqida). *Ixtiyoriy oriyentirlanmagan grafda barchauchlar darajalari yig'indisi qirralar sonining ikki baravariga teng.*

Agar grafning uchlar to'plamini o'zaro kesishmaydigan shunday ikkita qism to'plamlarga (bo'laklarga) ajratish mumkin bo'lsaki, grafning ixtiyoriy qirrasi bu to'plamlarning biridan olingan qandaydir uchni ikkinchi to'plamdan olingan biror uch bilan tutashtiradigan bo'lsa, u holda bunday graf ikki bo'lakli graf (bixromatik yoki Kyoniggrafi) deb ataladi. Ta'rifdan ko'rinib turibdiki, ikki bo'lakli grafning har bir bo'lagidagiixtiyoriy ikkita uchlar qo'shni bo'la olmaydi. Biror bo'lagida faqat bitta uch bo'lgan to'la ikki bo'lakli graf yulduz deb ataladi.

Agar ikki bo'lakli grafning turli bo'laklariga tegishli istalgan ikkita uchi qo'shni bo'lsa, u holda bu graf to'la ikki bo'lakli graf deb ataladi. To'la ikki bo'lakli grafni $K_{m,n}$ bilan belgilaymiz, bu yerda m va n bilan grafning bo'laklaridagi uchlar sonlari belgilangan. $K_{m,n}=(V,U)$ graf uchun$|V|=m+n$ va $|U|=mn$ bo'lishi ravshan,bu yerda$|V|$–$K_{m,n}$ grafning uchlari soni, $|U|$ – uning qirralari soni.

Grafning ikki bo'lakli graf bo'lishi haqidagi ba'zi qo'shimcha ma'lumotlar (Kyonigteoremasi) ushbu bobning 4- paragrafida keltirilgan.

Ikkidan katta ixtiyoriy natural k son uchun k bo'lakli graf tushunchasini ham kiritish mumkin.

1-misol. O'zbekiston Respublikasi hududidagi aeroportlar to'plamini$V$bilan, bushaharlar orasida belgilangan vaqt mobaynida amalga oshirilayotgan samolyotlarning uchib qo'nish hodisalari kortejini U bilan belgilaymiz. U holda (V,U) juftlikni graf deb qarash mumkin. Bu yerda grafning uchlariga aeroportlar, yoylariga esa samolyotlarning uchib qo'nish hodisalari mos keladi. Tabiiyki, (V,U) grafda karrali yoylar bo'lishi mumkin, agar,qandaydir sababga ko'ra, samolyot uchgan aeroportga qaytib qo'nsa, u holda bu hodisaga qaralayotgan grafdagi sirtmoq mos keladi.

2-misol. Qadimgi boshqotirma masalalar qatoriga kiruvchi quyidagi masalaniqaraymiz. Biror idishdagi hajmi 8 birlik suyuqlikni faqat o'sha idish hamda 5 va 3 birlik hajmli idishlar vositasida teng ikki qismga bo'ling. 8, 5 va 3 birlik hajmli idishlardagi suyuqlik hajmini mos ravishda a, b va c bilan belgilab, muayyan bir vaqt uchun idishlardagi suyqlikning hajmlari asosida qaralayotgan sistemaning holatini ifodalovchi $< a,b,c >$ uchliklarni tuzamiz. Masalaning shartiga ko‘ra a, b va c o‘zgaruvchilar butun qiymatlar qabul qilgan holda $0 \le a \le 8$, $0 \le b \le 5$ va $0 \le c \le 3$ shartlarni qanoatlantirishlari kerak. Bu shartlarni qanoatlantiruvchi holatlar quyidagilardir:

<8,0,0>, <7,1,0>, <7,0,1>, <6,2,0>, <6,1,1>, <6,0,2>, <5,3,0>,
<5,2,1> , <5,1,2>, <5,0,3>, <4,4,0>, <4,3,1>, <4,2,2>,
<4,1,3>, <3,5,0>, <3,4,1>, <3,3,2>, <3,2,3>, <2,5,1>,
<2,4,2>, <2,3,3>, <1,5,2>, <1,4,3>, <0,5,3>.

Holatlar to‘plamini V bilan belgilaymiz. Suyuqlikni (yoki uning bir qismini) idishlarning biridan boshqa birortasiga quyish natijasida sistema bir holatdan boshqa holatga o‘tishi mumkin. Ta‘kidlash kerakki, yuqoridagi holatlarning ixtiyoriysidan boshqa birortasiga bevosita yoki bilvosita o‘tish imkoniyati mavjud bo‘lmasligi ham mumkin. Sistemaning bir holatdan boshqa holatga bevosita o‘tishlari to‘plamini U bilan belgilaymiz. Natijada hosil bo‘lgan (V,U) juftlikni graf deb qarash mumkin. Bu grafning uchlari sistema holatlariga,yoylari (qirralari) esa, bevosita o‘tishlarga mos keladi.

Berilgan masalani hal qilish uchun (V,U) grafning yoylaridan tashkil topgan shunday ketma-ketlik tuzish kerakki, bu ketma-ketlikning birinchi hadi <8,0,0>, oxirgi hadi esa <4,4,0> bo‘lsin. Bunday ketma-ketliklardan biri quyida keltirilgan:

<8,0,0>, <5,0,3>, <5,3,0>, <2,3,3>, <2,5,1>,
<7,0,1>, <7,1,0>, <4,1,3>, <4,4,0>. ■

Nazorat uchun savollar:

1. Qanday masalaning qo‘yilishi va yechilishi graflar nazariyasining paydo bo‘lishiga asos bo‘ldi?
2. Graf iborasi birinchi bo‘lib kim tomonidan va qachon kiritilgan?

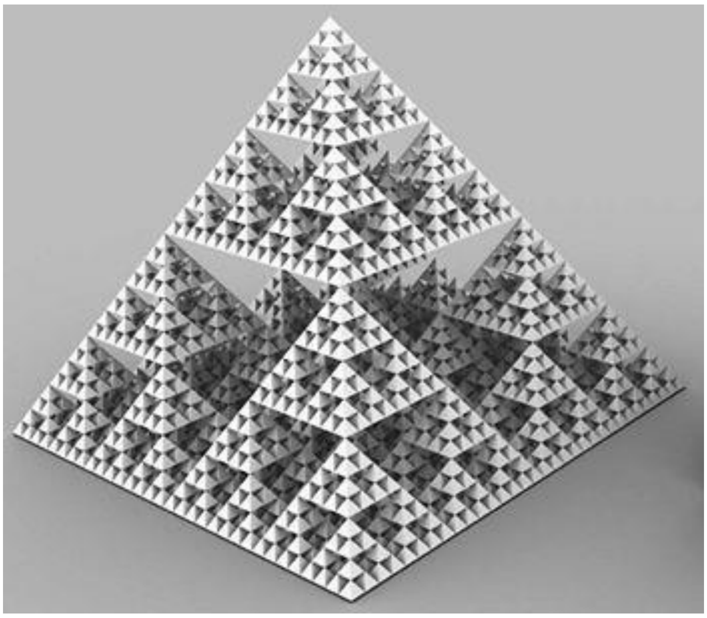
3. Grafning abstract matematik tushuncha sifatidagi ta‘rifini bilasizmi?

4. Grafning abstrakt ta‘rifidagi juftlikni tashkil etuvchilar bir-biridan nima bilan farq qiladi?

5. Grafning uchi deganda nimani tushunasiz?

6. Grafning qirrasi nima?

7. Grafning elementlari deganda nimani tushunasiz?



14-MAVZU. GRAFLARNING BERILISH USULLARI. BOG‘LANISHLI GRAFLAR.

Reja:

1. Grafning geometrik ifodalanishi.
2. Grafning maxsus turdagi ko‘phad yordamida berilishi.
3. Qo‘shnilik matritsalari.
4. Insidentlik matritsalari.

Tayanch iboralar: matritsa, ko‘phad, qo‘shnilik matritsasi, insidentlik matritsasi, muntazam ko‘pyoq, planar graf.

1. Grafning geometrik ifodalanishi. Graflarning turlicha berilish usullari mavjud. Grafning abstrakt matematik ta‘rifi uning berilish usullaridan biridir. Grafning abstrakt matematik ta‘rifi uni tasavvur qilish, anglash, uning xossalarini o‘rganish va bu xossalarni amalda qo‘llash jarayonida ba‘zi qiyinchiliklar tug‘dirishi tabiiydir. Shuning uchun grafning boshqa berilish usullaridan ham foydalaniladi. Masalan, grafning elementlarini, ya‘ni uchlari va qirralarini (yoylarini) yozish yoki aytish grafning berilish usuli sifatida qaralishi munkin. Albatta, grafning yana boshqa berilish usullari ham mavjud. Quyida bu usullarning bir nechasi bilan tanishamiz.

Grafning uchlarini tekislikda yoki fazoda nuqtalar bilan, qirralarini (yoylarini) esa mos uchlarni tutashtiruvchi uzluksiz chiziqlar bilan ifodalab, qandaydir diagrammaga – grafning ko‘rgazmali tasviriga ega bo‘lamiz. Agar uchlar to‘plami va bu uchlarning tutashishlarini ko‘rgazmali qilib taqdim qilish kerak bo‘lsa, grafning geometrik tasvirlanishiga mos shaklni qog‘ozda chizib grafni tasvirlash mumkin.

Shuni ta‘kidlaymizki, ba‘zi hollarda diagrammada graf uchlari doirachalar yordamida yoki qandaydir boshqa usulda ifodalanadi. Grafning qirralariga (yoylariga) mos chiziqlarning to‘g‘ri yoki egri bo‘lishi va ularning uzunligi ahamiyatga ega emas. Muhimi, bu chiziqlar uzluksiz bo‘lib, grafning qandaydir ikkita uchlarini tutashtirishi lozim. Agar qirra yo‘nalishga ega bo‘lsa (ya‘ni u yoy bo‘lsa), u holda bunday qirrani ifodalovchi chiziqda yo‘nalish biror usul bilan, masalan, strelka bilan ko‘rsatiladi.

Ixtiyoriy graf uchun bunday diagrammalarni istalgancha tuzish mukinligi ravshan. Agar biror diagrammada grafning uchlariga mos keluvchi nuqtalar ustma-ust tushmasa, qirralarga mos keluvchi chiziqlar, chetki nuqtalarni hisobga olmaganda, umumiy nuqtalarga ega bo‘lmasa, bunday diagramma grafning geometrik ifodalanishi deyiladi. Shuni ta‘kidlash kerakki, bitta graf turlicha geometrik ifodalanishi mumkin.

Graflar izomorfligining ta‘rifi va grafni geometrik ifodalashning mohiyatidan kelib chiqadiki, abstrakt ta‘rif yordamida ifodalangan graf va uning geometrik ifodalanishi o‘zaro izomorf bo‘ladi. Tabiiyki, izomorf graflar turlicha geometrik ifodalanishlari mumkin.

1-teorema. *Har qanday chekli grafni 3 o'lchovli Evklid fazosida geometrik ifodalash mumkin.*

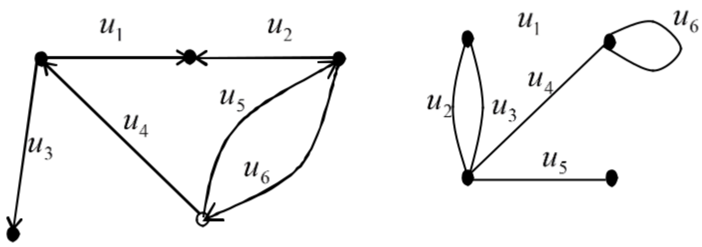
Isbot. Teoremaning quyidagi konstruktiv isbotini keltiramiz. Grafning abstrakt ta'rifiga binoan uning hech bo'lmasa bitta uchi mavjud. Agar grafda faqat bitta uch bo'lsa, u holda uni 3 o'lchovli Evklid fazosining biror nuqtasi sifatida ifodalaymiz. Agar grafda uchlar bittadan ko'p bo'lsa, u holda ularni uch o'lchovli Evklid fazosidagi biror to'g'ri chiziqning (hech qaysi ikkitasi ustma-ust tushmaydigan) nuqtalariga mos keladi deb hisoblaymiz. Shu to'g'ri chiziqdan qirralarning (yoylarning) har biriga mos keluvchi turli yarim tekisliklarni o'tkazamiz (graf chekli bo'lgani uchun buning imkoniyati bor). Har bir qirrani (yoyni) unga mos yarim tekislikda, chetlari mos uchlarni ifodalovchi nuqtalarda bo'lgan hamda bu to'g'ri chiziq bilan boshqa umumiy nuqtasi bo'lmagan qandaydir chiziq vositasida ifodalaymiz. Yarim tekisliklarning tuzilishiga ko'ra bu chiziqlar, chetki nuqtalarni hisobga olmaganda, umumiy nuqtalarga ega emas.

Shuni ham ta'kidlash kerakki, 1-teoremadagi 3 ni 2 ga almashtirib bo'lmaydi, chunki tekislikda qirralarini (yoylarini) ifodalovchi kesishmaydigan (aniqrog'i, chetki nuqtalaridan boshqa umumiy nuqtalari bo'lmagan) chiziqlar yordamida tasvirlash imkoniyati faqat ba'zi graflargagina xos, ya'ni har qanday grafning 2 o'lchovli Evklid fazosida (tekislikda) geometrik ifodalanishi mavjud bo'lavermaydi.

Graflarning geometrik ifodalanishiga doir misollar keltiramiz.

1-misol. 1-shaklda tasvirlangan grafni $G=(V,U)$ deb belgilaymiz. Berilgan G graf belgilangan graf bo'lib, 4 ta uch va 6 ta qirraga ega. Demak, u (4,6)-grafdir. Bu grafu chun: $V=\{1,2,3,4\}$, $U=<u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6>$, $u_1=(1,2)$, $u_2=u_3=(1,3)$, $u_4=(2,3)$, $u_5=(3,4)$, $u_6=(2,2)$. G grafning barcha $u_i(i=1,6)$ qirralari oriyentirlanmagan (chunki uchlarini tutashtiruvchi chiziklarda yo'nalish ko'rsatilmagan) bo'lgani uchun G oriyentirlanmagan grafdir. Grafning qirralaridan biri, aniqrog'i u_6 sirtmoqdir, u_2 va u_3 esa karrali qirralardir. Bu grafda, masalan, 1 va 2 uchlar qo'shni, 1 va 4 uchlar esa qo'shni emas. Undagi 2 va 3 uchlar u_4 qirraga insident va, aksincha u_4 qirra 2 va 3 uchlarga insidentdir. Buyerda u_4 va u_5 qirralar qo‘shni qirralardir, chunki ular umumiy uchga (3 uch) ega, u_1 va u_5 qirralar esa qo‘shni emas. ■

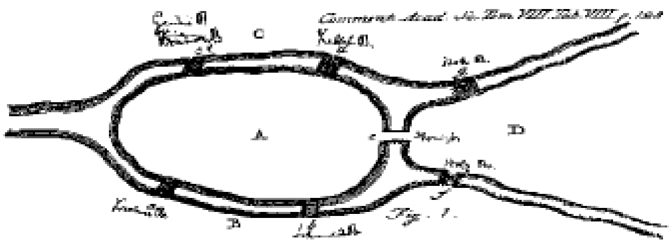
2-misol. Geometrik ifodalanishi 2-shakldagi ko‘rinishda bo‘lgan oriyentirlangan grafni qaraymiz. Bu grafda o‘n bitta element bor: 5ta uch va 6ta yoy, ya‘ni shaklda (5,6)-orgraf berilgan. Bu grafni $G=(V,U)$ bilan belgilaymiz, bu yerda $V=\{1,2,3,4,5\}$, $U=<(1,2),(1,3),(5,2),(4,1),(4,5),(5,4)>$ yoki $U=<u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6>$. Berilgan G orgrafda sirtmoq ham, karrali yoylar ham yo‘q. Bu grafning (1, 3) yoyi uchun 1 boshlang‘ich, 3 uch esa oxirgi uchdir.

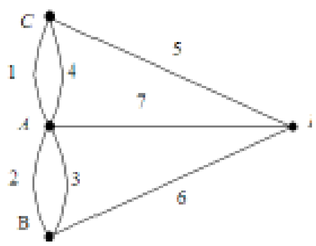


11- shakl

3-misol. XVIII asrda Kyonigsberg ko‘priklari haqidagimasalaning qo‘yilishi va L. Eylertomonidan yechlishi graflarning matematik nazariyasi paydo bo‘lishiga xizmat qilganligi yuqorida ta‘kidlangan edi.

Kyonigsberg shahridagi Pregel daryosi ustida qurilgan yettita ko‘priklar joylashuvi 3-shaklda tasvirlangan (bu shakl L. Eylerning birinchi sahifasi ushbu bobning 1- paragrafda keltirilgan ilmiy ishidan olindi).





12- shakl 13- shakl

Kyonigsberg ko‘priklari haqidagi masalada quyidagi savolga javob berish so‘raladi:―Shaharning to‘rtta *A, B ,C* va *D* qismlaridan birida joylashgan uydan chiqib, yettita ko‘priklarning har biridan faqat bir marta o‘tgan holda yana o‘sha uyga qaytib kelish mumkinmi?

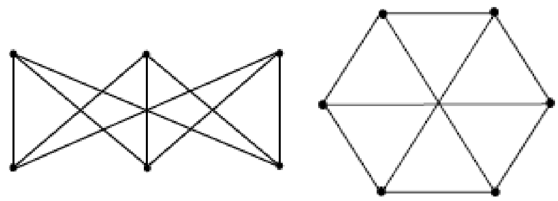
Bu savolga javob izlash maqsadida ko‘priklardan o‘tishlar muhimligini e‘tiborga olgan holda qo‘yilgan masalani tahlil qilish uchun 4- shaklda tasvirlangan grafni qaraymiz. Bu grafning uchlari shaharning *A*, *B*, *C* va *D* qismlariga, qirralari esa ko‘priklarga mos keladi. Qaralayotgan graf oriyentirlanmagan graf bo‘lib, 4 ta uch va 7 ta qirralardan tashkil topgan. Uning qirralari orasida karralilari bor, lekin sirtmoqlar yo‘q.

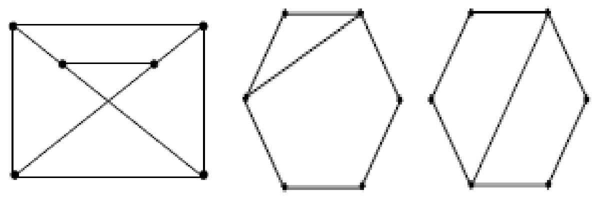
Kyonigsberg shahridagi ko‘priklardan faqat bir marta o‘tgan holda yurish boshlangan joyga qaytib kelish muammosi, 4-shakldagi grafdan foydalangan holda, ushbu bobning 5-paragrafida hal qilinadi.

4-misol. 5-shaklda tasvirlangan graflar bir-biriga izomorfdir.

5-misol. 6-shaklda tasvirlangan graflarning har biri oltita uch va yettita qirralargaega bo‘lib, ular izomorf emas.

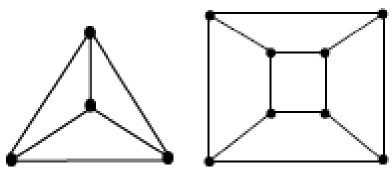
Hammasi bo‘lib beshta qavariq muntazam ko‘pyoqli mavjudligi qadimdan ma‘lum.





14- shakl 15-shakl

(Evklid isbotlagan): tetraedr, kub, oktaedr, dodekaedr va ikosaedr. Bu ko‘pyoqlilarning umumiy nomi ham bor–Platon jismlari. Shunisi qiziqki, barcha Platon jismlariga mos graflar tekislikda geometrik ifodalanadi. Masalan, tetraedr va kubga mos graflarning geometrik ifodalanishi 16-shaklda tasvirlangan. Darvoqe, Platon jismlaridan tetraedr, kub va dodekaedr kubik grafga misol bo‘ladi.

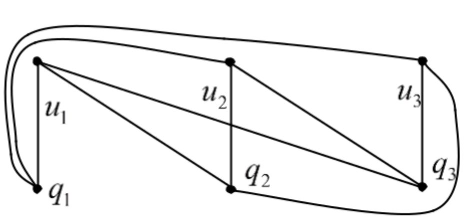


16-shakl

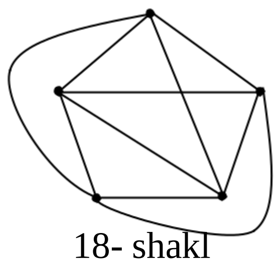
Petersen grafi deb ataluvchi 8- shaklda tasvirlangan graf ham kubik grafdir. Agar graf tekislikda geometrik ifodalanishga ega o‘lsa, u holda bunday graf tekis (yassi) graf deb ataladi. Bunday graf tekislikda yotuvchi graf deb ham atalishi mumkin.

Boshqacha so‘zlar bilan aytganda, tekis grafning barcha uchlari bir tekislikda yotadi hamda barcha qirralari (yoylari) o‘sha tekislikda yotuvchi o‘zaro kesishmaydigan uzluksiz chiziqlar bo‘lib, ular faqat o‘zlari insident bo‘lgan uchlardagina umumiy nuqtalarga ega.

Platon jismlariga mos barcha graflar tekis graflardir. Tekis grafga izomorf graf planargraf deb ataladi.Tekis bo‘lmagan grafga ajoyib misol uchta uy va uchta quduq haqidagi boshqotirma masalaga mos grafdir.



17-shakl



18- shakl

Uchta u_1, u_2, u_3 uylar va uchta q_1, q_2, q_3 quduqlar bor. Har bir uydan har birquduqqa ixtiyoriy ikkitasi kesishmaydigan qilib uzluksiz yo‘lakchalar o‘tkazish mumkinmi? Qog‘ozda masala shartini qanoatlantiradigan grafni chizishga urinishlar muvaffaqiyatsiz tugaydi. Shunday urinishlardan biri 9-shaklda keltirilgan.

Darvoqe, uchta uy va uchta quduq haqidagi boshqotirma masalaga mos graf har bir bo‘lagida uchtadan uchi bo‘lgan ikki bo‘lakli to‘la grafga misol bo‘la oladi. Tekis bo‘lmagan grafga yana bir misol beshta uchga ega bo‘lgan to‘la graf–K_5 grafdir. Bu grafning o‘nta qirralari borligi ravshan. Bu yerda ham K_5 grafni hech qaysi ikkita qirralari kesishmaydigan qilib tekislikda chizish muvaffaqiyatsiz tugaydi. 10- shaklda K_5 grafning to‘qqizta qirrasi kesishmaydigan uzluksiz chiziqlar qilib chizilgan, lekin o‘ninchi chiziq esa uzilishlarga ega, unga tekislikda «joy yo‘q»!

Nazorat uchun savollar.

1.Grafdagi yoy bilan qirra bir-biridan nima bilan farq qiladi?

2.Qanday holda uchlar tutashtirilgan deyiladi?

3.Qo‘shni uchlarning qo‘shni bo‘lmagan uchlardan qanday farqi bor?

4.Insidentlik tushunchasini bilasizmi?

5.Yo‘naltirilmagan graf va orgraf bir-biridan nima bilan farq qiladi?

15-MAVZU. ENG QISQA YO‘L MUAMMOSI. GRAF USTIDA SODDA AMALLAR.

Reja:

1. Marshrutlar va zanjirlar haqida umumiy ma’lumotlar.
2. Marshrutning uzunligi.
3. Grafning bog‘lamliligi tushunchasi.

Tayanch iboralar: marshrut, boshlanish uch, ichki uch, oraliq uch, zanjir, eng qisqa yo‘l.

Uchlari to‘plami $V=\{v_1,v_2,...,v_m\}$ va qirralar korteji $U=\{u_1,u_2,...,u_n\}$ bo‘lgan oriyentirlanmagan $G=(V,U)$ graf berilgan bo‘lsin. Bu G grafdagi uchlar va qirralarning har ikki qo‘shni qirralari umumiy chetki uchga ega

$$(\ldots, v_{i1}, u_{j1}, v_{i2}, u_{j2}, v_{i3}, \ldots)$$

ko‘rinishdagi chekli yoki cheksiz ketma-ketligi marshrut deb ataladi. Marshrutni uning uchlari ketma-ketligi $(\ldots, v_{i1}, v_{i2}, \ldots)$ yoki qirralari ketma-ketligi $(\ldots, u_{j1}, u_{j2}, \ldots)$ ko‘rinishda ham belgilash mumkin.

Agar marshrutda qandaydir uchdan oldin uchlar bo‘lmasa, bu uchni marshrutning boshlang‘ich uchi deb, shu uchdan keyin marshrutga tegishli uchlar bo‘lmaganda esa, unimarshrutning oxirgi uchi deb ataydilar.

Agar marshrutning boshlang‘ich uchi v_p va oxirgi uchi v_q bo‘lsa, u holda uni v_p uchdan v_q uchga yo‘nalgan marshrut yoki chetlari v_p va v_q bo‘lgan marshrut debataladi.

Marshrutdagi ikkita qoshni qirralarga tegishli uch ichki uch yoki oraliq uch debataladi.

Marshrutda qirralar va uchlar takrorlanishi mumkin bo‘lgani uchun marshrutning ichki uchi, bir vaqtning o‘zida, uning boshlang‘ich va (yoki) oxirgi uchi bo‘lishi ham mumkin va teskarisi, marshrutning boshlang‘ich va (yoki) oxirgi uchi uning ichki uchi bo‘lishi ham mumkin.

Tabiiyki, marshrut:–boshlang‘ich uchga ham oxirgi uchga ham ega bo‘lmasligi mumkin (bunday marshrut ikki tomonlama cheksiz marshrut deb ataladi);

– boshlangich uchga ega bo‘lib, oxirgi uchga ega bo‘lmasligi mumkin yoki, aksincha, oxirgi uchga ega bo‘lib, boshlangich uchga ega bo‘lmasligi mumkin (bir tomonlama cheksizmarshrut);

– yagona qirradan iborat bo‘lishi mumkin (notrivial marshrut);

– birorta ham qirraga ega bo‘lmasligi mumkin (nol marshrut yoki trivial marshrut).

Marshrutning uzunligi deb undagi qirralar soniga aytiladi.

Turli qirralardan tashkil topgan marshrutga zanjir deb ataladi. Agar zanjirningchetlaridan tashqari barcha uchlari turlicha bo‘lsa, u holda uni oddiy zanjir deb ataydilar.

Berilgan $(v_1,v_2,...,v_s)$ zanjir yoki oddiy zanjir uchun $v_1=v_s$ bo‘lsa, u yopiq zanjirdeb ataladi. Hech bo‘lmaganda bitta qirraga ega yopiq oddiy zanjir sikl deb ataladi.

Sirtmoq yoki bir juft karrali qirralar sikl tashkil etishi ravshandir.
Tushunarliki, grafdagi zanjir grafning qism grafi deb qaralishi mumkin.

1-misol. Ushbu bobning 2-paragrafidagi 1-shaklda tasvirlangan graf uchun

$$(3,u_4,2,u_1,1,u_1,2,u_6,2,u_4,3,u_5,4)$$

ketma-ketlik 3 belgili uchdan 4 belgili uchga yo‘nalgan marshrutdir, bunda 3 – boshlang‘ich uch, 4–oxirgi uchdir. Bu marshrutda 1,2 va 3 belgili uchlar oraliq uchlar hisoblanadi. Qaralayotgan marshrutning uzunligi 6a teng bo‘lib, u zanjir bo‘la olmaydi, chunki unda 1 belgili uch 2 marta (bir marta oraliq uch sifatida, ikkinchi marta esa oxirgi uch sifatida) qatnashmoqda.

Yana o‘shagraf uchun (3,2,1,3) zanjirning oxirgi bo‘g‘ini sifatida u_2 yoki u_3 qirralardan qaysisi olinishiga bog‘liqsiz ravishda, u yopiq zanjir va sikldir. Oriyentirlangan graflar uchun ham undagi yoylarning yo‘nalishini (oriyentatsiyasini) inobatga olmasdan oriyentirlanmagan marshrut, zanjir va oddiy zanjir tushunchalarini kiritish mumkin. Lekin, oriyentirlangan graflar uchun oriyentirlangan marshrut tushunchasini kiritish tabiiydir.

Yoylarning oriyentatsiyalari hisobga olingan yoylar va uchlar ketma-ketligi oriyentirlangan marshrut deb ataladi.

Oriyentirlangan marshrut uchun zanjir tushunchasiga o‘xshash yo‘l (yoki oriyentirlangan zanjir) tushunchasini ham kiritish mumkin. Boshlang‘ich va oxirgi uchlariustma-ust tushadigan oriyentirlangan zanjir kontur deb ataladi.

2-misol. Ushbu bobning 2-paragrafidagi 2-shaklda tasvirlangan grafni qaraymiz. Uning uch va qirralaridan tuzilgan

$$(3,u_3,1,u_4,4,u_5,5,u_2,2,u_1,1)$$

ketma-ketlik oriyentirlanmagan marshrut va zanjirdir, lekin u oddiy zanjir bo‘la olmaydi. Bu ketma-ketlik oriyentirlangan marshrut ham bo‘la olmaydi, chunki unda marshrut yo‘nalishiga teskari yo‘nalishga ega yoylar bor (u_3,u_4,u_1).

Qaralayotgan graf uchun (u_6,u_5,u_2) ketma-ketlik oriyentirlangan marshrutni tashkil etadi. Bu marshrut yo‘ldir, lekin u kontur emas. Berilgan grafda faqat bitta kontur bo‘lib, bu konturni (4,u_5,5,u_6,4) yoki (5,u_6,4,u_5,5) ko‘rinishda ifodalash mumkin. ■

1-teorema. *Agar grafdagi har bir uchning lokal darajasi ikkidan kichik bo‘lmasa,u holda bu graf siklga ega.*

Isbot. Agar grafda sirtmoqlar yoki karrali qirralar bo‘lsa, teoremaning tasdig‘I to‘g‘riligi ravshandir. Shuning uchun teorema tasdig‘ini graf sirtmoqsiz va karrali qirralari bo‘lmagan holda isbotlaymiz.

Faraz qilaylik, $v\in V$ berilgan sirtmoqsiz va karrali qirralari bo‘lmagan G=(V,U) grafning ixtiyoriy uchi bo‘lsin. Qaralayotgan v uchga qo‘shni v1 uchni va bu uchga v dan farqli boshqa qo‘shni v uchni, v uchga esa v dan farqli boshqa qo‘shni v uchni, va hakoza, v_i uchga v_{i-1} dan farqli boshqa qo‘shni v_{i+1} uchni, va hakoza, tanlab,

$$((v, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3),...,(v_{i-1}, v_i), (v_i, v_{i+1}),...)$$

qirralar ketma-ketligini tuzamiz. Teoremaning shartlariga ko‘ra yuqoridagi jarayonni amalga oshirish va talab etilgan xossaga ega v_{i+1} uchni topish mumkinligini ta‘kidlaymiz.

Grafning uchlari to‘plami V chekli to‘plam bo‘lganligidan, yuqorida bayon etilgan uchlar ketma-ketligini qurish jarayonida chekli qadamdan so‘ng albatta oldin uchragan uchlardan birini tanlashga majbur bo‘lamiz. Agar v_k uch ketma-ketlikda ikki marta uchragan dastlabki uch bo‘lsa, ketma-ketlikka qirralar qo‘shish jarayonini to‘xtatamiz, chunki tuzilgan qirralar ketma-ketligining v_k uch ikki marta qatnashgan qismi biz izlayotgan sikldir.

Agar oriyentirlanmagan grafda chetlari a va b uchlardan iborat marshrut topilsa, bu a va b uchlar bog‘langan deb, marshrutning o‘zi esa a va b uchlarni bog‘lovchi marshrut debataladi.

Tabiiyki, agar qandaydir uchlarni bog‘lovchi marshrut biror a_i uchdan bir necha marta o‘tsa, u holda marshrutning siklik qismini olib tashlab (bunda siklik qismning o‘rniga marshrutda faqat a_i uch qoldiriladi) yana o‘sha uchlarni bog‘lovchi oddiy zanjir ko‘rinishdagi marshrutni hosil qilish mumkin. Shuning uchun, marshrut bilan bog‘langan uchlar doimo oddiy zanjir bilan ham bo‘glangan bo‘ladi degan xulosaga kelamiz.

Bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy ikkita uchlari bog‘langan graf bog‘lamli graf deb ataladi.

Agar grafdagi ikkita uchni biror oddiy zanjir bilan tutashtirish mumkin bo‘lsa, u holda bu ikkita uch ekvivalent (bog‘langan) deyiladi. Bunday uchlar to‘plami grafda ekvivalentlik munosabati bilan aniqlangan deb hisoblanadi. Uchlar to‘plami bo‘yicha ekvivalentlik munosabatini inobatga olgan holda berilgan grafni bog‘lamlilik komponentalari (qisqacha, komponentalari) deb ataluvchi bog‘lamli qismlarning birlashmasi deb qarash mumkin. Buyerda berilgan graf bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklandi (ajratildi) deb aytish mumkin.

Isbotlash mumkinki, har qanday graf o‘zining bog‘lamlilik komponentalarining diz‘yunktiv birlashmasi sifatida ifodalanishi mumkin, bunda grafning bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklanishi bir qiymatli aniqlanadi.

Keyingi ma‘lumotlarni bayon etish uchun yoq tushunchasi zarur bo‘ladi. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi grafni qaraymiz. Bu grafga tegishli bo‘lmagan (ya‘ni grafning hech qaysi uchi bilan ustma-ust tushmaydigan va uning hech qaysi qirrasida yotmaydigan) biror A nuqtani hech qaysi nuqtasi grafga tegishli bo‘lmagan uzluksiz chiziq bilan tutashtirish mumkin bo‘lgan barcha nuqtalar to‘plami grafning A nuqtani o‘zida saqlovchi yoqi deb ataladi.

Yoq tushunchasiga berilgan ta‘rifga ko‘ra yoq grafning geometrik ifodalanishi yordamida tekislikning—qirqib olinadigan qismidan iboratdir. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi ixtiyoriy grafning hech bo‘lmaganda bitta yoqi bo‘lishi va uning bitta yoqi chegaraga ega emasligi (cheksizligi) o‘z-o‘zidan ravshandir.

2-teorema (Eyler 1752). *Tekis va bog‘lamli $G=(V,U)$ graf uchun $m+r=2+n$ tenglik o‘rinlidir, bu yerda $m=|V|$, $n=|U|$, r–yoqlar soni.*

Isbot. Teoremani isbotlash uchun matematik induksiya usulini grafdagi qirralar soni n bo‘yicha qo‘llaymiz. Induksiya usulining bazasi sifatida n=0 bo‘lgan holni qaraymiz. Bu holda teoremaning tasdig'iga ko'ra $m+r=2$ bo'lishi kerak. Haqiqatdan ham, tekis va bog'lamli graf bo'lgani uchun, u yagona uchdan tashkil topadi va bu uch yagona (cheksiz) yoqda yotadi, ya'ni $m=1$ va $r=1$. Demak, bu holda teoremaning tasdig'i to'g'ridir.

Induksion o'tish: teoremaning tasdig'i $n=k$ uchun to'g'ri bo'lsin deb faraz qilib, uning $n=k+1$ uchun ham to'g'ri ekanligini ko'rsatamiz. Farazimizga ko'ra $m+r=2+k$ tenglik o'rinlidir. k ta qirraga ega G tekis va bog'lamli grafga $(k+1)$-qirrani (uni e bilan belgilaymiz) shunday qo'shish kerakki, bunda e qirra G graf joylashgan tekislikda yotsin va hosil bo'lgan graf ham bog'lamli bo'lsin. Bu amalni bajarganda quyidagi uchta holdan biri ro'y beradi: qo'shilayotgan qirra sirtmoqdir – bu holda e qirra, albatta, G grafdagi uchlardan biriga insident bo'lib, yoqlardan birida yotadi va bu yoqni ikkiga (sirtmoq yotgan yoqning sirtmoq chizig'i bilan chegaralangan ichki va tashqi qismlari) ajratadi, ya'ni uchlar soni o'zgarmaydi, yoqlar soni esa birga oshadi: $m+r+1=2+k+1$; qo'shilayotgan qirra G grafda bor bo'lgan ikkita uchlarni tutashtiradi – bu holda ham grafning biror (e qirra yotgan) yoqi ikkiga ajraladi, uchlari soni esa o'zgarmaydi: $m+r+1=2+k+1$; qo'shilayotgan qirra sirtmoq emas va u G grafdagi uchlardan faqat bittasiga insidentdir – bu holda grafning biror yoqida e qirraga insident bo'lgan bitta boshqa uch yasaladi (grafning uchlari soni bittaga oshadi) va e qirra joylashgan yoq yaxlitlikni saqlagan holda e qirrani o'z ichiga oladi (yoqlar soni o'zgarmaydi): $m+1+r=2+k+1$.

2-teoremaning tasdig'idagi $m+r=2+n$ tenglik Eyler formulasi deb ataladi.

Eyler formulasi stereometriyada ham qo'llaniladi: uchlari m ta, yoqlari r ta va qirralari n ta ixtiyoriyko'pyoqli uchun Eyler formulasi o'rinlidir. Bu tasdiqning negizida isboti o'quvchiga havola qilinayotgan quyidagi tasdiq yotadi: *stereometriyada berilgan ta'rifga ko'ra aniqlangan ixtiyoriy ko'pyoqqa mos tekis izomorf graf mavjuddir.*

Eyler teoremasidan bir qator natijalar kelib chiqadi. Masalan, bu teoremadan foydalanib uni osonlik bilan bog‘lamli bo‘lmagan graflar uchun quyidagicha umumlashtirish mumkin.

1-natija. *Tekis $G=(V,U)$ graf uchun $m+r=1+n+k$ tenglik o‘rinlidir, bunda $m=V$, $n=U$, r–yoqlar soni, k–bog‘lamlilik komponentalar soni.*

Isboti o‘quvchiga havola qilinadi.

2-natija. *Karrali qirralari bo‘lmagan sirtmoqsiz tekis(m,n)-graf uchun $n\leq 3m-6$ tengsizlik o‘rinlidir.*

Isboti. Haqiqatdan ham, har bir hechbo‘lmaqanda uchta qirra bilan chegaralanganligi va yoqlarni chegaralovchi qirralarni sanaganda har bir qirra ikki marta hisobda qatnashganligi uchun $3r\leq 2n$ tengsizlik o‘rinlidir (ta‘kidlaymizki, agar grafda uchta uch va ikkita qirra bo‘lsa, u holda $n\leq 3m-6$ tengsizlik bajariladi). $3r\leq 2n$ tengsizlikdan Eyler formulasini $r=2+n-m$ ko‘rinishda qo‘llab, $n\leq 3m-6$ tengsizlikni hosil qilamiz.

3-teorema. *$K_{3,3}$ graf planar emas.*

Isboti. $K_{3,3}$ planar graf bo‘lsin deb faraz qilamiz. Bu grafda 6 ta uch (m=6) va 9 ta qirra (n=9) bo‘lgani uchun, Eyler teoremasiga ko‘ra, unda 5 ta ($r=2+n-m=2+9-6=5$) yoq bo‘lishi kerak. $K_{3,3}$ grafning har bir yoqi kamida to‘rtta qirra bilan chegaralanganligisababli bu graf uchun $4r\leq 2n$ tengsizlik o‘rinlidir. Lekin bu tengsizlik $K_{3,3}$ graf uchun $20\leq 18$ ko‘rinishdagi noto‘g‘ri munosabatga olib keladi. Demak, $K_{3,3}$ graf planar emas.

Isbotlash mumkinki, quyidagi tasdiq o‘rinlidir.

5-teorema. *Agar biror graf K_5 yoki $K_{3,3}$ grafga gomeomor f bo‘lgan qism grafga ega bo‘lsa, u holda bu graf tekislikda yotuvchi bo‘lmaydi.*

1930 yilda K. Kuratovskiy bu tasdiqqa teskari tasdiqni isbot qildi: *agar graf tekislikda yotuvchi bo‘lmasa, u holda u K_5 yoki $K_{3,3}$ grafga gomeomorf bo‘lgan qism grafga ega bo‘ladi.* Umuman olganda, graflarning planarligi haqidagi bu asosiy natija K.Kuratovskiydan oldin 1922 yilda L.S.Pontryagin tomonidan isbotlangan, lekin bu natija o‘sha vaqtda matbuotda e‘lon qilinmagan edi.

6-teorema (Pontryagin-Kuratovskiy). *Graf planar bo'lishi uchun u* K_5 *yoki* $K_{3,3}$ *grafga gomeomorf qism graflarga ega bo'lishi zarur va yetarlidir*.

Isboti topshiriq sifatida o'quvchiga havola qilinadi.

7-teorema. *Agar karrali qirralari bo'lmagan sirtmoqsiz grafda m ta uch, n ta qirra i va k ta bog'lamlilik komponentalari bo'lsa, u holda quyidagi munosabat o'rinlidir:* $m-\leq n\leq (m-k)(m-k+1)/2$.

$m-k\leq n$ tengsizlikni isbotlaymiz. Agar grafda qirralar bo'lmasa (ya'ni, matematik induksiyausulining bazasi sifatida $n=0$ deb olinsa), u holda grafdagi uchlar soni uning bog'lamlilik komponentalari soniga tengdir: $k=m$. Demak, $n=0$ bo'lganda $m-k\leq n$ munosabat to'g'ridir.

Induksion o'tish. Grafdagi qirralar sonini n_0 bilan belgilab, bu son minimal bo'lsin, ya'ni grafdan istalgan qirrani olib tashlash amali bog'lamlilik komponentalari soni o'zgargan graf hosil qilsin deb faraz qilamiz. Bundan tashqari, matematik induksiya usuli talabiga binoan $n=n_0$ uchun isbotlanishi kerak bo'lgan tengsizlik o'rinli bo'lsin deb faraz qilamiz.

Tabiiyki, bu holda grafdan istalgan qirrani olib tashlasak (bunda olib tashlangan qirraning chetlaridagi uchlar grafga tegishli bo'lib qolaveradi), hosil bo'lgan grafning uchlari soni m ga, qirralari soni (n_0-1) ga, bog'lamlilik komponentalari soni esa $(k+1)$ ga teng bo'ladi. Induksiya faraziga binoan $m-(k+1)\leq n_0-1$ tengsizlik o'rinlidir. Bu tengsizlikdan $m-k\leq n_0$ kelib chiqadi. Shunday qilib, $m-k\leq n$ tengsizlik isbotlandi.

Endi $n\leq(m-k)(m-k+1)$ tengsizlikni isbotlaymiz. Buning uchun grafning har bir bog'lamlilik komponentasi to'la graf bo'lsin deb faraz qilamiz. Berilgan grafning uchlari sonlari mos ravishda m_i va m_j bo'lgan ikkita bog'lamlilik komponentalari D_i va D_j graflardan iborat bo'lsin, bu yerda $m_i\geq m_j>1$. Tushunarliki, D_i va D_j graflarning uchlari umumiy soni (m_i+m_j) ga tengdir. Bu D_i va D_j graflarni uchlari sonlari mos ravishda (m_i+1) va (m_j-1) bo'lgan to'la graflar bilan almashtirsak, uchlar umumiy soni o'zgarmaydi, lekin qirralarning umumiy soni

$$(C^2_{m_i+1}+C^2_{m_j-1})-(C^2_{m_i}+C^2_{m_j})$$

miqdorga o‘zgaradi. Oxirgi ifodaning ko‘rinishini quyidagicha o‘zgartiramiz:

$$(C^2_{m_i+1}+C^2_{m_j-1})-(C^2_{m_i}+C^2_{m_j})=$$

$$=\frac{1}{2}\left[(m_i+1)m_i+(m_j-1)(m_j-2)-m_i(m_i-1)-m_j(m_j-1)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}(m_i^2+m_i+m_j^2-m_j-2m_j+2-m_i^2+m_i-m_j^2+m_j)=$$

$$=m_i-m_j+1>0\,.$$

Shunday qilib, uchlari soni m va bog‘lamlilik komponentalari soni k bo‘lgan grafda maksimal sondagi qirralar bo‘lishi uchun u (k–1)ta yakkalangan uchlar va (m–k+1) ta ega to‘la graf birlashmasidan tashkil topishi kerak ekan. Bu yerdan isbotlanishi kerak bo‘lgan tengsizlik kelib chiqadi.

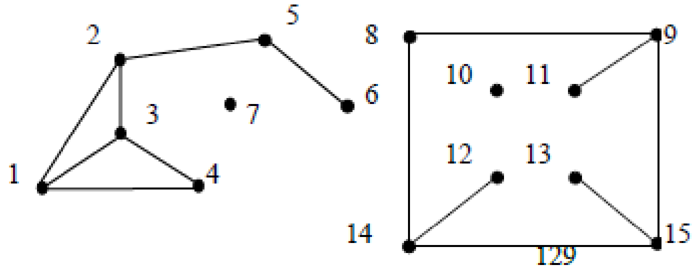
7-teoremaning tatbiqi sifatida quyidagi tasdiqni keltiramiz.

3-natija. *m ta uchga ega, qirralari son (m–1)(m–2)/2 dan katta, karrali qirralari bo‘lmagan bunday grafning qirralari soni (m–k)(m–k+1)/2 dan katta emas. Ikkinchidan, (m–1)(m–2)/2<(m–k)(m–k+1)/2 tengsizlik faqat k=1 bo‘lsagina to‘g‘ridir.*

Tabiiyki, bog‘lamli grafdan qirrani yoki bir necha qirralarni olib tashlash natijasida hosil bo‘lgan graf bog‘lamli bo‘lishi ham bo‘lmasligi ham mumkin. Agar bog‘lamli grafdan qirrani olib tashlash amali grafning bog‘lamlilik xususiyatini buzsa, u holda bunday qirrani ajratuvchi qirra deb ataymiz.

Ravshanki, berilgan bog‘lamli grafda ajratuvchi qirralar ko‘p bo‘lishlari mumkin. Ajratuvchi qirralar to‘plamining hech qaysi qism to‘plami elementlari ajratuvchi qirralar bo‘lmasa, bu qirralar to‘plamini kesim deb ataymiz. Grafdan kesimga tegishli qirralar olib tashlansa, natijada ikki bog‘lamli komponentalari bo‘lgan graf hosil bo‘lishi ravshandir. Agar kesim yagona qirradan iborat bo‘lsa, u holda bu qirra ko‘prik deb ataladi.

3- misol. 1-shaklda tasvirlangan (15,14)-grafni G bilan belgilaymiz.



19-shakl

$G=G_1G_2G_3G_4$, bu yerda G_1–uchlari to‘plami {1,2,3,4,5,6} bo‘lgan oriyentirlanmagan (6,7)-graf, G_2–bitta 7 belgili uchga ega oriyentirlanmagan (1,0)-graf, G_3 ham bitta 10 belgili uchga ega oriyentirlanmagan (1,0)-graf, G_4 esa uchlari to‘plami {8,9,11,12,13,14,15} bo‘lgan oriyentirlanmagan (7,7)-grafdir. Agar G grafning G_4 bog‘lamli komponentasini alohida graf deb qarasak, bu grafda {(8,9), (14,15)} ko‘rinishdagi ajratuvchi qirralar to‘plamini ko‘rsatish mumkin. Bu qirralar kesim tashkil etadi. G grafning G_1 va G_4 bog‘lamli komponentalari ko‘priklarga egadir. Masalan, (2,5) va (5,6) qirralar G_1 graf uchun ko‘priklardir.

Endi D. Kyonig tomonidan 1936 yilda isbotlangan ushbu teoremani grafning ikki bo‘lakli bo‘lishi yoki bo‘lmasligini tekshirish alomati (mezoni) sifatida keltiramiz.

8-teorema (D.Kyonig). *Grafning ikki bo‘lakli bo‘lishi uchun uning tarkibida uzunligi toq son bilan ifodalanuvchi sikl bo‘lmasligi zarur va yetarlidir*.

Isboti o‘quvchiga havola qilinadi.

Berilgan $G=(V\ ,U)$ grafning ikki bo‘lakliligini aniqlashning sodda usuli bor. Bu usul ko‘ndalangiga izlash deb ataluvchi soddagina izlash g‘oyasiga asoslangan.

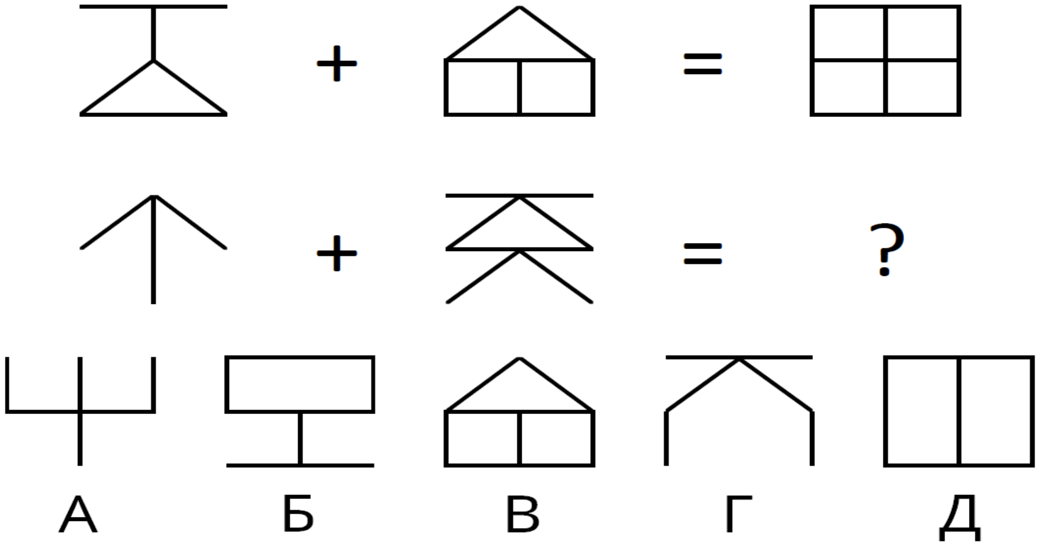
Ko‘ndalangiga izlash usuliga ko‘ra grafning uchlari 0,1,2,3,... raqamlar bilan quydagiqoida bo‘yicha belgilanadi. Dastlab grafning ixtiyoriy uchi 0 raqami bilan belgilab olinadi. Shu 0 belgili uchga qo‘shni barcha uchlarga 1 belgisi qo‘yiladi. Endi 1 belgili har bir uchga qo‘shni uchlarni aniqlab, ular orasidagi belgisi yo‘q uchlarga 2 belgisini qo‘aymiz. Keyin 2 belgisiga ega barcha uchlarni aniqlab, ular uchun ham yuqoridagiga o‘xshash ish yuritamiz. Bu jarayonni mumkin bo‘lgan qadar davom ettiramiz. Tushunarliki, agar G graf bog‘lamli bo‘lsa, u holda ko‘ndalangiga izlash usuli grafning barcha uchlarini raqamlab chiqish imkonini beradi.

Bog‘lamli graf uchlarini belgilash jarayoni tugagandan so‘ng, uning uchlari to‘plami V ni ikkita V_j va V_q to‘plamga quyidagicha ajratamiz: juft raqamli uchlarni V_j to‘plamga, qolgan uchlarni esa V_q to‘plamga kiritamiz (0 raqamli uch V_j to‘plamga kiritiladi). G grafning ikkala uchi ham V_j to‘plamga tegishli barcha qirralari kortejini U_j bilan, uning ikkala uchi ham V_q to‘plamga tegishli barcha qirralari kortejini esa U_q bilan belgilaymiz. Agar U_j va U_q kortejlar bo‘sh bo‘lsa, u holda berilgan G graf ikki bo‘laklidir, aks holda uikki bo‘lakli emas.

Hozirgacha k>2 bo‘lgan hol uchun grafning k bo‘lakliligini aniqlash bo‘yicha oddiy usul topilmagan.

Nazorat uchun savollar:

1. Graflarda marshrut deganda nimani tushunasiz?
2. Marshrutdagi boshlang‘ich, oraliq va oxirgi uchlarning bir-biridan qanday farqlari bor?
3. Qanday marshrutlar cheksiz marshrutlar deb ataladi?
4. Notrivial marshrut bilan nol marshrutning bir-biridan farqi nimada?
5. Marshrutning uzunligi deganda nimani tushunasiz?
6. Zanjir nima?
7. Oddiy va yopiq zanjirlarning bir-biridan farqi nimada?
8. Yo‘l, kontur deganda nimani tushunasiz?
9. Qanday zanjir sikl deb ataladi va qanday graf siklga ega?
10. Qanday uchlar bog‘langan deb ataladi?



16-МАВЗУ. МАНТИҚИЙ ҚОНУНЛАР

Режа:

1.Мантиқий қонунлар

2.Де Морган қонунлари

Tayanch iboralar: қонун, айнийлик, қарама-қаршилик, инкор,етарлича асослар, учинчисини чиқариб ташлаш,мулоҳаза, алгебраик алмаштиришлар.

Мантиқ қонунлари мантиқий тафаккурнинг энг муҳим қонунларини акс эттиради. Мантиқ қонунларини билиш мулоҳаза юритиш ва исботлашларнинг тўғрилигини текширишга имкон беради. Бу қонунларнинг бузилиши мантиқий хатоликларга ва улардан келиб чиқадиган қарама-қаршиликларга олиб келади. Мулоҳазалар алгебрасида мантиқ қонунлари мантиқий ифодалар устида тенг кучли алмаштиришларни ўтказишга имкон берадигагн формулалар кўринишида ёзилади.

Айнийлик қонуни.

Бу биринчи мантиқий қонун қадимги грек файласуфи Аристотел томондина баён қилинган : *ҳар қандай мулоҳаза ўз-ўзига айнандир* (бирор мулоҳазада акс этган фикр бу мулоҳаза қўлланилаётган бутун фикр юритиш давомида ўзгармас деб ҳисобланади) .

$$\boxed{A=A}$$

Айнийлик қонунининг бузилишига мисол қилиб тушунчаларни алмаштириш ҳисобланади, масалан, маълум масала бўйича баҳс ёки муноазара пайтида муҳокама мавзуси ўзгаради. Бу қонуннинг бузилиши тушунмасликка, иккиланишга ва келишмовчиликларга олиб келади.

Мантиқнинг иккинчи қонуни ҳам биринчи марта Аристотел томонидан ифодаланган -

Қарама-қаршилик қонуни.

Тасдиқ ва унинг инкори бир вақтнинг ўзида рост бўлиши мумкин эмас.

$$\boxed{A \wedge \bar{A} = 0}$$

Қарама-қарши тасдиққа мисол: бу учбурчак тўғри бурчакли эмас, лекин ундаги ҳеч қандай бурчак тўғри бурчак эмас».

Учинчисини чиқариб ташлаш қонуни.

Ё ҳукм , ёки унинг инкори рост.

$$\boxed{A \vee \bar{A} = 1}$$

Фикрлаш мисоли: «Бу учбурчак тўғри бурчакли ёки тўғри бурчакли эмас». Бундай қатъий баён қилишда қонун ҳеч қандай учинчи ҳолга йўл қўймайди.

Иккиланган инкор қонуни

Бирорта мулоҳаза инкорини инкор қилиш бу мулоҳазани тасдиқлашда иборат.

$$\boxed{\bar{\bar{A}} = A}$$

Масалан, «2х2≠4 нотўғри» дган мулоҳаза «2х2=4» эканлигини билдиради.; «Агар Карим бу ишни қилмади дегани нотўғри булса, Карим бу ишни қилган бўлади.».

Етарлича асослар қонуни.

Тасдиқларнинг тўғрилиги ҳатто исботлашларнинг камчиликсиз мантиқида ҳам берилган фактлар ва қоидаларнинг ишончлилигга боғлиқдир. Бу ғояни немис математиги Лейбниц баён этган етарлича асослар қонуни ифодалайди. Ҳар қандай тасдиқ унин асослаш учун етарли бўлган аргументлар ва фактларнинг мавжудлигини фараз қилиши лозим. Бу қонун ҳақиқатларни исботсиз тасдиқлашни рад этувчи табиат ва жамиятдаги ҳодисаларни ўрганишга илмий ёндашувларнинг моҳиятини ифодалайди. Етарлича асосга эга бўлмаган фикрлашга мисол: Агар йўлдан қора мушук кесиб ўтса, у ҳолда ыандайдир ноқулайлик содир бўлади.

Де Морган қонунлари (*конъюнкция инкори инкорлар дизюнкциясига тенг кучли; дизъюнкция инкори инкорлар конъюнкциясига тенг кучли отриқаний*).

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$
$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Мантиқий ифодалар устида алмаштиришлар бажариш учун алгебраик алмаштиришлар қонунлари муҳим аҳамиятга эга. Уларнинг кўпчилиги одатдаги алгебрада аналогларга эга.

Коммутативлик қонуни.

Қўшишнинг коммутативлиги кўпайтиришнинг коммутативлиги

$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$

Ассоциативлик қонуни.

Қўшишнинг ассоциативлиги кўпайтиришнинг ассоциативлиги

$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$

Дистрибутивлик қонуни

Қўшишнинг кўпайтиришга нисбатан дистрибутивлиги Кўпайтиришнинг қўшишга нисбатан дистрибутивлиги

$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$ $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$

Идемпотентлик қонуни (лотинча idem – ўша ва potens – тенг кучли сўзларидан олинган):

Мантиқий қўшиш учун   мантиқий кўпайтириш учун

$A \vee A = A$ $A \wedge A = A$

Ўзгармасларни чиқариб ташлаш қонунлари

Мантиқий қўшиш учун   мантиқий кўпайтириш учун

$A \vee 1 = 1$; $A \vee 0 = A$ $A \wedge 1 = A$; $A \wedge 0 = 0$

Ютилиш қонуни

Мантиқий қўшиш учун   мантиқий кўпайтириш учун

$A \vee (A \wedge B) = A$ $A \wedge (A \vee B) = A$

Истисно қонуни (елимлаш)

Мантиқий қўшиш учун   мантиқий кўпайтириш учун

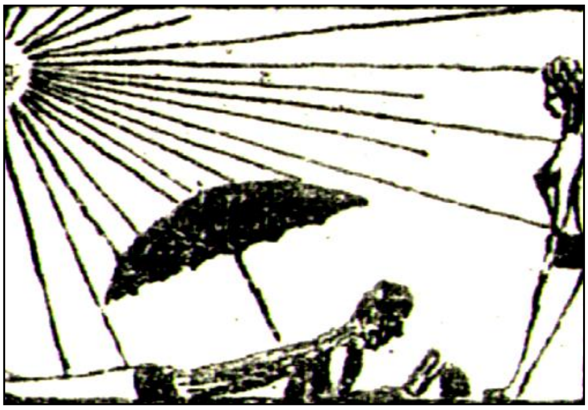
$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B) = B$ $(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee B) = B$

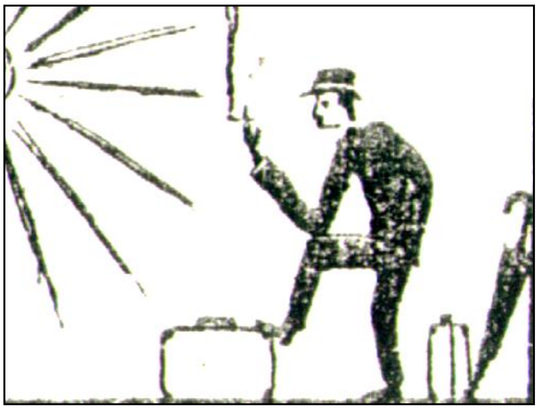
Контрапозиция қонуни $(A \leftrightarrow B) = (B \leftrightarrow A)$

A = «ёмғир ёғяпти», B = «соябон очиқ». Қуйидаги 8 тасдиқни қараймиз

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow \overline{B}$





$\overline{A} \to B$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\overline{A} \to \overline{B}$

1. $A \to B$ $\qquad\qquad\qquad$ 5. $B \to A$

2. $\overline{A} \to B$ $\qquad\qquad\qquad$ 6. $\overline{B} \to A$

3. $A \to \overline{B}$ $\qquad\qquad\qquad$ 7. $B \to \overline{A}$

4. $\overline{A} \to \overline{B}$ $\qquad\qquad\qquad$ 8. $\overline{B} \to \overline{A}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \to B$	$\overline{A} \to B$	$A \to \overline{B}$	$\overline{A} \to \overline{B}$	$B \to A$	$\overline{B} \to A$	$B \to \overline{A}$	$\overline{B} \to \overline{A}$
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1

Чинлик жадвалидан кўринадики $A \to B = \overline{B} \to \overline{A}$ (мулоҳаза тескари қарма-қаршисига тенг кучли, $B \to A = \overline{A} \to \overline{B}$ (тескари мулоҳаза қарама-қаршисига тенг кучли).

Мулоҳазалардан бошқа яна шундай *A, B, C…* объектлар системалари мавжудки, улар учун юқорида санаб ўтилган қоидаларни қаноатлантирувчи “қўшиш”, “кўпайтириш” ва “инкор” амалларини аниқлаш мумкин (масалан, тўпламлар алгебраси, ҳодисалар авлгебраси). Бундай объектлар системаси Буль алгебраси деб аталади.

Савол ва топшириқлар.

1. Қуйидаги топишмоқни қандай тушуниш мумкин: Бошда юраман, ваҳолонки оёқда бўлсам ҳам, этиксиз юраман, ваҳолонки этикда бўлсам ҳам ? Жавоби этик тагидаги мих. Бу ерда қарама - қаршилик қонуни бузилганми?

2. Қуйидаги тасдиқлар учун иккиланган инкор мисолларини келтиринг.:

а) «Бугун ёмғир ёғди»;

б) «х=0» ёки «у=0»;

в) «5 сони 2 га ва 3 га бўлинмайди».

3. Қуйидаги жумлаларда нима тасдиқ этиляпти: а) « квадрат – бу ромб эмас нотўғри»; б) $\overline{2 \notin P}$ (P –туб сонлар тўплами)?

4.Де Морган қонунларига кўра қуйидаги жумлаларни ифодалайдиган жумлаларни тузинг: а) « *ABC учбурчак* – тўғри бурчакли ва тенг ёнли нотўғри»; б) « 9 сони – жуфт ёки туб сон нотўғри; в) «m та сондан ҳар бири жуфт нотўғри »; г) «r ва s –сонларидан ҳеч бўлмаганда биттаси – туб сон бўлиши нотўғри»; д) $\begin{cases} a \neq 3, \\ b \neq 2; \end{cases}$ е) «Мен уйғонмайман ёки кечикаман».

5. Де Морган қонунларини қўллаб берилган жумларларга қарама-қарши жумлаларни тузинг: а) «Агар тўртбурчак – ромб бўлса, у ҳолда унинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр ва унинг бурчакларини тенг иккига бўлади»; б) «Агар сон 2 га ҳам, 5 га ҳам бўлинса, у ҳолда у 10 га бўлинади»; в) «Агар натурал сон ноль ёки беш билан тугаса, у ҳолда у 5 га бўлинади»; г) «Агар $a*b$=0 бўлса, у ҳолда a=0 ёки b=0»; д) «Агар a^2+ b^2=0 бўлса, у ҳолда a=0 ва b=0»; е) «Агар A ва B,бўлса, у ҳолда C ёки D».

6. Дистрибутивлик қонунларига асосан қуйидаги жумлаларга тенг кучли жумлаларни тузинг: а) «У математикани ва немис тили ёки француз тилини билади»; б) «Мен нонушта ва тушлик қиламан ёки нонушта қиламан ва кечқурун овқатланман»; в) «n сони 2га ёки 3 га бўлинади ва 2 га ёки 5 га бўлинади»; г) «Мен фильм ва “Ахборот”ни ёки фильмни ёки “Замон” кўрсатувини кўраман».

7. Чинлик жадвалидан фойдаланиб Де Морган, ассоциативлик, дистрибутивлик, идепотентлик, ўзгармасни чиқариш, ютилиш, истисно, контрапозиция қонунларини исботланг.

8. Мантиқий ифодаларни соддалаштиринг:

а) $A \vee (\bar{A} \wedge B)$;

б) $A \wedge (\bar{A} \vee B)$;

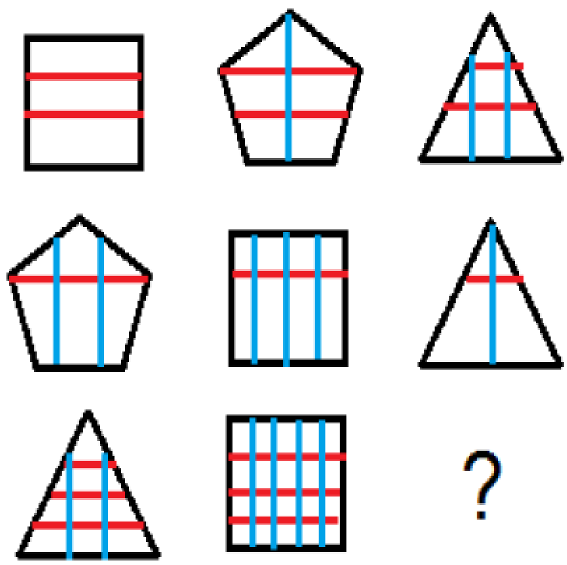
в) $(A \vee B) \wedge (\overline{B} \vee A) \wedge (\overline{C} \vee B)$.

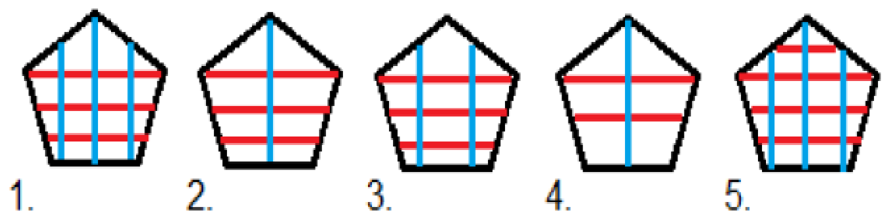
9. Контрапозиция қонунига кўра қуйидаги жумлалардан қайсилари тенг кучли: а) «Агар x –жонзот бўлса, у ҳолда x – Интеропияда яшайди; б)

«Агар x –жонзот бўлмаса, у ҳолда x – Интеропияда яшамайди»; в) «Агар x – Интеропияда яшаса, у ҳолда x –жонзот»; г) «) «Агар x –жонзот бўлса, у ҳолда x – Интеропияда яшамайди» ?

(Жавоблар: 1. «Бошда юраман» и «Оёқда юраман» жумлалари ҳамда , «Этиксиз юрамкан» ва «Этикда юраман» жумлалари ушбу ҳолда бир-бирига зид эмас, чунки улар турли объектларга таалуқли

2. а) Бугун ёмғир ёғмади нотўғри; б) $x \neq 0$ ва $y \neq 0$ бўлиши нотўғри, в) 5 сони 2 га ёки 3 га бўлиниши нотўғри; 3. б) «2 –туб соно». 4. а) « АВСучбурчак –тўғри бурчаклиэмас ёки тенг ёнли эмас»; б) « 9 сони – тоқ ва туб сон эмас»; в) « m сони тоқ ёки о n сони тоқ»; г) *« r сони– туб сон эмас ва s сони* –туб сон эмас»; *д) «* $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$ эакни нотўғри , *е) «мен уйғонаман ва кечикмайман нотўғри». 5.* : а) «Агар тўртбурчак – ромб бўлмаса, у ҳолда унинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр эмас ёки унинг бурчакларини тенг иккига бўлмайди»; е) «Агар *А эмас ёки В* эмас бўлса, у ҳолда *С эмас ва D эмас*». *6. а)"* У математикани ва немис тилини ёки математика ва француз тилини билади»; *в) «n сони 2 га ёки бир вақтда 3 га 5 га бўлинади ». 8.* а) $A \vee B$; б) $A \wedge B$; в) $A \wedge (\overline{C} \vee B)$.*9. б) и в).)*





17-МАВЗУ. ПРЕДИКАТЛАР ВА КВАНТОРЛАР.

Режа:

1.Предикат тушунчаси

2.Кванторлар.

3.Кванторлардан математик мулоҳазалар инкорини тўғри тузишда фойдаланиш.

Таянч иборалар:предикат,квантор, математик мулоҳаза, ўзгарувчи, мантиқий боғловчилар.

Предикат тушунчаси. Математик мантиқ математик мулоҳазалар ёзувларни қисқартириш усулларини ишлаб чиқди. Бунга айрим мулоҳазалар ва мантиқий боғловчилар (“ва”, “ёки”, “эмас”, “агар... бўлса, у ҳолда ...”) учун қисқа белгилашлар киритиш туфайли эришилади. Бунга биз мулоҳазалар алгебрасини қараганимизда дуч келганмиз.

Энди бошқа бундай имкониятларга тўхталиб ўтамиз. Аввало предикат тушунчасини киритамиз.

Шундай ҳоллар бўладики, мулоҳаза қандайдир ўзгарувчиларга боғлиқ бўлади (улар турлича табиатда бўлишлари мумкин) ва мулоҳазанинг ростлик қиймати бу ўзгарувчиларнинг қийматларига боғлиқ бўлади.

Масалан, «x натурал сон y натурал сонга бўлинади" деганимизда у рост ҳам ёлғон ҳам бўлиши мумкин: ҳаммаси x ва y сонлари қандай бўлишига боғлиқ

«Шаҳарда миллион киши яшайди» мулоҳазасининг чинлиги қайси шаҳар кўзда тутилганлигига боғлиқ.

Биринчи мисолда биз иккита эркли ўзгарувчи билан, иккинчи мисолда битта ўзгарувчи (унда ўзгарувчи – бу шаҳар) билан дуч келдик.

Чинлиги ёки ёлғонлиги n та ўзгарувчига боғлиқ мулоҳазани ҳам тасаввур қилиш мумкин, бу ерда n –олдиндан берилган қандайдир натурал сон. Бунда ўзгарувчиларнинг мумкин бўлган қийматлар тўплами маълум. Биринчи мисолда x ва y барча мумкин бўлган натурал қийматларни қабул қилиши мумкин.

Чинлиги ёки ёлғонлиги битта ёки бир нечта ўзгарувчиларга боғлиқ мулоҳаза предикат деб аталади.

Предикатларга бир нечта мисол келтирамиз.

$P(x)$ предикат « x рационал сон $x^2 - 5x + 6 = 0$ тенгламанинг илдизи» бўлсин.. Осон текшириш мумкинки, $P(2) = 1$ (рост), $P(0) = 0$ ёлғон). Бошқа мисол, $P(x,y)$ предикат : « x бутун сон y бутун сондан кичик" . У ҳолда $P(5,3) = 0$ (ёлғон), $P(3,5) = 1$ (рост).

Предикатлардан ("ва", "ёки", "эмас", "агар... бўлса, у ҳолда ..." мантиқий боғловчиларни ишлатиб янги предикатлар ҳосил қилиш мумкин. Масалан, x ихтиёрий натурал сон бўлиши мумкин, $P(x)$ эса : « x *сони* 3 га бўликади», а $Q(x)$: « x сони 5 га бўлинади» билдирса, у ҳолда $P(x)\wedge Q(x)$: « x сони 3 га ҳам, 5 га ҳам бўлинади" (бошқача айтганда : « x сони 15 га бўлинади») ни англатади; $\overline{P(x)}$: « x *сони 3 га бўлинмайди*», ва ҳ.к..

Кванторлар. Қандайдир предикатга эга бўлиб, *кванторлар* – предикат олдига қўйиладиган белгилардан фойдаланиб янги предикаларни тузиш мумкин. Икки хил квантор қўлланилади: мавжудлик квантори ва умумийлик квантори.

$P(x,y)$ – қандайдир предикат бўлсин (аниқлик учун – иккиҳадли, яъни иккита ўзгарувчига боғлиқ). $\exists x P(x,y)$ ёзуви қуйидагича ўқилади: «Шундай x мавжудки $P(x,y)$ ўринли бўлади». $\exists x$ белги мавжудлик квантори деб аталади. Масалан, x ва y – натурал сонлар бўлсин. $P(x,y)$: $x < y$ дан иборат бўлсин.. $\exists x P(x,y)$ ёзуви қуйидаги предикатни ифодалайди: «Шундай x натурал сон мавжудки (ҳеч бўлмаганда битта), что $x< y$ тенгсизлик ўринли бўлади”. Хусусан , $\exists x P(x,1) = 0$ (ёлғон), $\exists x P(x,5) = 1$ (рост). $\exists x P(x,y)$ предикат $P(x,y)$ предикатдан $\exists x$ кванторни олдига қўйиш билан ҳосил қилинади дейилади.

Кванторларнинг иккинчи тури– бу умумийлик квантори ҳисобланади. $\forall x P(x,y)$ ёзуви қуйидагича ўқилади: « Ҳар бир x учун $P(x,y)$ ўринли бўлади». $\forall x$ белги умумийлик квантори деб аталади.

Масалан, агар $P(x,y)$ предикат $x \geq y$ ни билдирса (x ва y – натурал сонлар), у ҳолда $\forall x P(x,y)$: «Ҳар бир x учун $x \geq y$ тенгсизлик ўринли бўлади» дан иборат. Равшанки, $\forall x P(x,1)=1$ (рост); $\forall x P(x,20)=0$ (ёлғон).

Мантиқий боғловчилар ва кванторлардан фойдаланиб, мураккаб сўзли жумлаларни компакт кўринишда ёзиш мумкин. Масалан, « Агар B нуқта A ва C нуқталар орасида, C нуқта эса B ва D нуқталар орасида ётган бўлса, у ҳолда C нуқта A ва D нуқталар орасида ётади» жумласини агар «Y нуқта X ва Z нуқталар орасида ётади»ни билдирувчи (X, Y, Z) предикатни киритсак қисқа ёзиш мумкин. Жумла қуйидаги компакт кўринишга эга бўлади: $(A,B,C)\wedge(B,C,D) \rightarrow (A,C,D)$.

Савол ва топшириқлар.

1. $T(n)$ предикат: «Теорема n натурал сон учун ўринли» дан иборат бўлсин. Кванторлар ва мантиқий боғловчилар (“ва”, “ёки”, “эмас”, “агар... бўлса, у ҳолда ...”) фойдаланиб қуйидаги жумлани («математик индукция принципи») ни ёзинг: «Агар теорема $n = 1$ да ўринли бўлса ва ҳар бир k учун

теореманинг $n=k$ да ўринлилигидан унинг $n=k+1$ да ўрнилилиги келиб чиқса, у ҳолда ҳар бир n учун теорема ўринли».

2. *A, B, C* ... ҳарфлар билан бирор текисликнинг нуқталари, некоторой; a, b, c … билан ўша текисликнинг тўғри чизиқлари белгиланган бўлсин; «$A \in a$» предикат : « A нукта a тўғри чизиққа тегишли» дан иборат бўлсин. Кванторлар ва мантиқий боғловчилар ёрдамида қуйидаги аксиомани ёзинг: «Текисликнинг ихтиёрий икки нуқтасидан тўғри чизиқ ўтади».

3. x ихтиёрий параллелограмм бўлиши мумкин ва $P(x)$ ва $Q(x)$ предикатлар қуйидагича бўлсин:

$P(x)$ – «x - тўғри тўртбурчак»;

$Q(x)$- «x тенг диагоналларга эга ».

Бу предикатлардан фойдаланиб, қуйидаги теоремани ёзинг: агар параллелограмм тўғри тўртбурчакдан иборат бўлса, у ҳолда унинг диагоналлари тенг .

4. Предикатлар киритиб, улар ёрдамида қуйидаги жумлаларни ёзинг:

а) «Берилган a тўғри чизиқдан ташқарида ётган М нуқта орқали берилганга параллел тўғри чизиқ ўтади »;

б) «Берилган a тўғри чизиқдан ташқарида ётган М нуқта орқали берилганга параллел биттадан кўп бўлмаган тўғри чизиқ ўтади».

5. Нуқталарни A, B, C, D, … лотин ҳарфлари билан, текисликларни α, β, γ, … грек ҳарфлари билан белгилаймиз. «$A\in\alpha$» предикат : « A нукта α текисликка тегишли». Ни билдиради. Бу предикатдан, кванторлар ва мантиқий боғловчилардан қуйидаги икки тасдиқни ёзинг :

1. «Битта текисликка тегишли бўлмаган тўррта нуқта мавжуд»;

2. « Битта текисликка тегишли бўлган тўррта нуқта мавжуд эмас».

Жавоблар:

1. $\{T(1)\wedge\forall k[T(k)\rightarrow T(k+1]\}\rightarrow\forall nT(n)$.

2. $\forall A\,\forall B\exists a[(A\in a)\wedge(B\in a)]$.

3. $\forall x[P(x)\rightarrow Q(x)]$.

4. M,N… лар билан нуқталар,, a,b,c…лар билан тўғри чизиқлар белгиланган бўлсин. Қуйидаги предикатларни киритамиз : $b\parallel a$ *–« b тўғри чизиқ a тўғри чизиққа параллел »,* $b\equiv a$*- « b ва a тўғри чизиқлар устма-уст тушади»,* $M\in a$*- « M нуқта a тўғри чизиқда ётади»,* $M\notin a$ *– « M нуқта a тўғри чизиқда ётмайди». У ҳолда а) ва б) мулоҳазаларни қуйидагича ёзиш мумкин: а)* $\forall M\,\forall a\{(M\notin a)\rightarrow\exists b[(M\in b)\wedge(b\parallel a)]\}$.

б) $\forall M\,\forall a\,\forall b\,\forall c\{[(M\notin a)\wedge(M\in b)\wedge(M\in c)\wedge(b\parallel a)\wedge(b\parallel c)]\rightarrow b\equiv c\}$.

5. 1. $\exists A\exists B\exists C\exists D\,\forall\alpha\{[(A\in\alpha)\wedge(B\in\alpha)\wedge(C\notin\alpha)]\rightarrow(D\notin\alpha)\}$. *(рост)*

2. $\forall A\,\forall B\,\forall C\,\forall D\,\forall\alpha\{[(A\in\alpha)\wedge(B\in\alpha)\wedge(C\notin\alpha)]\rightarrow(D\notin\alpha)\}$. *(ёлғон).*

Кванторлардан математик мулоҳазалар инкорини тўғри тузишда фойдаланиш. Хато тасдиқларни рад этиш учун, теоремаларни қарама-қаршисидан фараз қилиш билан исботлаш учун ва бошқа қатор ҳолларда предикатлардан квантор амаллар ва мантиқий боғловчилар ёрдамида ҳосил қилинган мулоҳазаларнинг инкорини ифодалай олиш фойдали ҳисобланади.

Қандайдир мулоҳазага эга бўлиб унинг охирига “ .... нотўғри “ сўзларни ёзиб унинг инкорини тузишимиз мумкин. Лекин бундай шаклда инкордан кам фойдаланилади. Бундай шаклда ёзилган мулоҳазани ҳар бир марта қулайроқ кўринишга келтиришга тўғри келади.

Мураккаб математик мулоҳазанининг инкорини тўғри ифодалаш жуда қийин. Лекин предикатлар ҳисобида буни деярли автоматик равишда бажаришга имкон берувчи оддий усуллар ишлаб чиқилган.

Аваало $\forall xP(x)$ кўринишдаги мулоҳазанинг инкорини қандай тузишга тўхталамиз. $\overline{\forall xP(x)}$ ёзув «ҳар бир x учун $P(x)$ ростлиги нотўғри» мулоҳазасидан иборат, яъни $\overline{\forall xP(x)}$ мулоҳаза ҳеч бўлмаганда битта х учун $P(x)$ ёлғон эканлигини англатади; бошқача айтганда, ҳеч бўлмаганда битта х учун $\overline{P(x)}$ рост. Буни қуйидагича ёзиш мумкин: $\exists x\overline{P(x)}$. Демак, кўриниб турибдики $\overline{\forall xP(x)}=\exists x\overline{P(x)}$.

Шунга ўхшаш

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}.$$

муносабат ҳам ўринли эканига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ўхшаш формулалар бир нечта ўзгарувчили предикатлар учун ҳам ўринли, масалан:

$$\overline{\exists x \forall y P(x,y)} = \forall x \exists y \overline{P(x,y)}.$$

Бундан ташқари, предикатлар ҳолида мулоҳазалар алгебрасидаги каби инкорларни тузиш учун қоидалар ўринли, масалан:

$$\overline{P(x) \wedge Q(x)} = \overline{P(x)} \vee \overline{Q(x)},$$
$$\overline{P(x) \vee Q(x)} = \overline{P(x)} \wedge \overline{Q(x)},$$
$$\overline{P(x) \to Q(x)} = P(x) \wedge \overline{Q(x)}.$$

Бу тенгликлардан фойдаланиб турли мулоҳазалар учун инкорларни тузиш мумкин.

Мисол. A мулоҳазанинг: «Тенг ва ўзаро перпендикуляр диагоналларга эга ҳар қандай тўртбурчак квадрат» инкорини тузамиз

Белгилашлар киритамиз: x –ихтиёрий тўртбурчак; $D(x)$ – предикат: « “Тўртбурчакнинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр ва тенг”; $Q(x)$ – предикат «x - квадрат».

A қуйидагича ёзилади: $A = \forall x[D(x) \to Q(x)]$, у ҳолда

$$\overline{A} = \exists x[\overline{D(x) \to Q(x)}] = \exists x[D(x) \wedge \overline{Q(x)}].$$

$\bar{A}$ мулоҳазани қуйидагича ўқиш мумкин: « Квадрат бўлмаган диагоналлари ўзаро перпендикуляр ва тенг тўртбурчак мавжуд». $\bar{A}$ мулоҳаза тўғри, шунинг учун A мулоҳаза хато ҳисобланади.

Савол ва топшириқлар.

6. Кимдир хонали қоғозга 100 та концентрик айлана чизди. Бундай айланага чегара бўлиб хизмат қиладиган ҳар бир доирани δ ҳарфи билан белгилаймиз. Бундан ташқари, варақдаги барча мумкин бўлган тугунларни (хоналар тўрини ҳосил қилувчи чизиқларнинг кесишиш нуқталари) қараймиз. Бундай нуқталарни x деб белгилаймиз. «δэ x» предикатни киритамиз (δ доира x тугунни ўз ичига олади»). Ундан ҳамда кванторлар ва мантиқий боғловчилардан фойдалниб қуйидаги мулоҳазаларни ёзинг :

A: «Ҳар бир доира ҳеч бўлмаганда битта тугунни ўз ичига олади».

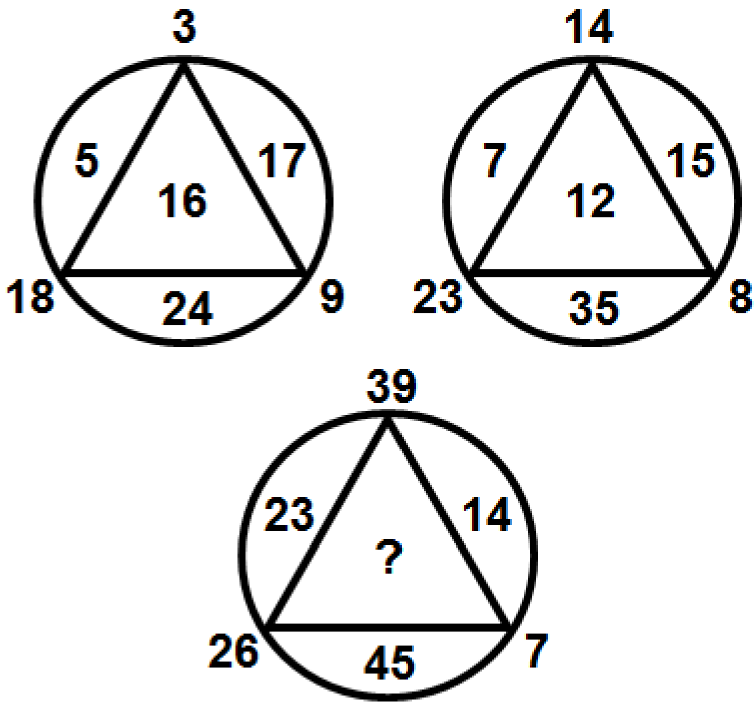
B: «Ҳеч бўлмаганда битта тугунни ўз ичига олган доира мавжуд».

C: «Ҳеч қандай доира бирорта ҳам тугунни ўз ичига олмайди».

Бу мулоҳазаларнинг инкорини тузинг.

Жавоблар: A: $\forall\delta\exists x(\delta \ni x)$; B: $\exists\delta\exists x(\delta \ni x)$; C: $\forall\delta\forall x(\overline{\delta \ni x})$;

$\bar{A}$: $\exists\delta\forall x(\overline{\delta \ni x})$; $\overline{B}$ C *билан*, $\overline{C}$ *эса* B *билан устма-уст тушади*



18-МАВЗУ. МАНТИҚИЙ МАСАЛАЛАР ЕЧИШ.

Режа:

1.Мантиқий масалаларни ечиш усуллари

2. Мантиқий масалаларни тенгсизликлар усули билан ечиш

Таянч иборалар:мантиқий масала, чинлик жадвали, мантиқий ифода, соддалаштириш,мантиқий қонунлар,тенгсизликлар.

Мантиқий масалалар одатда табиий тилда ифодаланади. Уларни мулоҳазалар алгебраси ёрдамида ечиш учун масалани формаллаштириш лозим, яъни мулоҳазалар алгебраси тилига ўтказиш лозим. Олинган мантиқий ифодаларни соддалаштириш ва таҳлил қилиш зарур. Бунинг учун баъзида олинган мантиқий ифоданинг чинлик жадвалини тузиш керак бўлади.

1-масала. Янги қурилган мактабда иккита хонадан бирида ё информатика хонаси ёки физика хонаси жойлашиши мумкин. Хоналар эшикларига ҳазил ёзувлар осиб қўйилган. Биринчисига “Бу иккита хонадан ҳеч бўлмаганда биттасига информатика хонаси жойлашади” ёзуви, иккинчи хонага эса “Физика хонаси бошқа хонада жойлашган” деган ёзув осиб қўйилган. Мактабни текширишга келган кишига фақат шуниси маълумки, ёзувларнинг ёки иккаласи ҳам рост ёки иккаласи ҳам ёлғон. Текширувчига информатика хонасини топишга ёрдам беринг.

Ечиш. Масала шартини мулоҳазалар алгебраси тилига ўтказамиз. Хоналарнинг ҳар бирида информатика хонаси жойлашиши мумкинлигидан :

A = «Биринчи хонада информатика хонаси жойлашган»;

B = «Иккинчи хонада информатика хонаси жойлашган».

Бу мулоҳазаларнинг инкорлари:

$\bar{A}$ = «Биринчи хонада физика хонаси жойлашган”;

$\overline{B}$ = «Иккинчи хонада физика хонаси жойлашган».

Биринчи хона эшигига осилган ёзувдаги мулоҳазага $X = A \vee B$ мантиқий ифода мос келади.

Иккинчи хона эшигига осилган ёзувдаги мулоҳазага $Y = \bar{A}$ мантиқий ифода мос келади.

Масала шартида берилган ёзувларнинг ёки иккаласи бир вақтда рост, ёки иккаласи бир вақтда ёлғон деган тасдиқ учинчисини инкор қилиш қонунига кўра қуйидагича ёзилади :

$$(X \wedge Y) \vee (\overline{X} \wedge \overline{Y}) = 1$$

X ва Y ўрнига мос формулаларни қўйсак :

$$(X \wedge Y) \vee (\overline{X} \wedge \overline{Y}) = ((A \vee B) \wedge \overline{A}) \vee ((\overline{A \vee B}) \wedge \overline{\overline{A}}).$$

Дастлаб биринчи ҳадни соддалаштирамиз. Қўшишга нисбатан кўпайтиришнинг дистрибутивлиги қонунига кўра:

$(A \vee B) \wedge \overline{A}) = A \wedge \overline{A} \vee B \wedge \overline{A}.$

Зиддиятсизлик қонунига кўра:

$A \wedge \overline{A} \vee B \wedge \overline{A} = 0 \vee B \wedge \overline{A}.$

Энди иккинчи ҳадни соддалаштирамиз. Де морганнинг биринчи қонуни ва иккиланма инкор қонунига кўра :

$(\overline{A \vee B}) \wedge \overline{\overline{A}} = \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge A = \overline{A} \wedge A \wedge \overline{B}.$

Зиддиятсизлик қонунига кўра:

$\overline{A} \wedge A \wedge \overline{B} = 0 \wedge \overline{B} = 0.$

Натижада қуйидагига эга бўламиз:

$(0 \vee B \wedge \overline{A}) \vee 0 = B \wedge \overline{A}.$

Олинган мантиқий ифода содда ва шунинг учун уни чинлик жадвалисиз ҳам таҳлил қилиш мумкин. $B \wedge \overline{A} = 1$ тенглик бажарилиши учун B *ва* $\overline{A}$ лар 1 га тенг бўлиши лозим, яъни уларга мос мулоҳазалар чин.

Жавоб: Биринчи хонада физика хонаси, иккинчисида информатика зонаси жойлашган.

2-масала. Полиция автомобиль ўғирлашда гумон қилинган тўртта кишини ушлади, булар: Анри, Луи, Жорж ва Том. Сўроқ қилинганда улар қуйидагича жавоблар беришди: Анри: «Ўғри бу Луи». Луи: « Буни Том қилган». Жорж: «Мен ўғри эмасман». Том: «Луи мени ўғри деб ёлғон гапиряпти». Қўшимча текширувлар шуни кўрсатдики, улардан фақат биттаси тўғри гапирган. Машинани ким ўғирлаган ?

Ечиш. Белгилашлар киритамиз:

А= «Машинани Анри ўғирлаган»;

Л= «Машинани Луи ўғирлаган»;

Ж= «Машинани Жорж ўғирлаган»;

Т= «Машинани Том ўғирлаган».

У ҳолда сўроқ ва қўшимча тергов натижаларини қуйидагича ифодалаш мумкин : $Л \vee Т \vee \overline{Ж} \vee \overline{Т} = 1.$ Учинчисини истисно қилиш қонунига кўра $Т \vee \overline{Т} = 1,$ у ҳолда $Л = 0$ ва $\overline{Ж} = 0,$ бундан $Ж = 1$ келиб чиқади.

Жавоб: Машинани Жорж ўғирлаган.

3-масала. Душанба кунги дарс жадвалини тузишда математика бирничи ёки иккинчи дарс, физика биринчи ёки учинчи дарс, адабиёт иккинчи ёки учинчи дарс бўлиш истаклари билдирилди. Барча билдирилган истакларни бир вақтда қаноатлантириш мумкинми?

Ечиш. Белгилашлар киритамиз: $M1$ = « 1-дарс – математика», $M2$ = «иккинчи дарс – математика», $Ф1$ = «1-чи дарс – физика», $Ф2$ = «2-дарс – физика», А2 = «иккинчи дарс – адабиёт», А3 = «учинчи дарс -адабиёт». Масала шартига кўра:

$(M1 \vee M2) \wedge (Ф1 \vee Ф3) \wedge (А2 \vee А3) = 1.$

Бу мантиқий ифодани алмаштирамиз (биринчи иккита қавсни кўпайтирамиз):

$((M1 \wedge Ф1) \vee (M1 \wedge Ф3) \vee (M2 \wedge Ф1) \vee (M2 \wedge Ф3)) \wedge (А2 \vee А3) = 1.$

$M1 \wedge Ф1$=0 (бир вақтнинг ўзида биринчи дарс математика ва физика дарси бўлиши мумкин эмас), $M2 \wedge Ф3 = 0$ (агар иккинчи дарс математика бўлса, учинчиси- физика бўлса, у ҳолда биринчи дарс адабиёт, бу эса шартга зидд. Натижада қуйидагига эга бўламиз:

$(0 \vee (M1 \wedge Ф3) \vee (M2 \wedge Ф1) \vee 0) \wedge (А2 \vee А3) = 1;$

$((M1 \wedge Ф3) \vee (M2 \wedge Ф1)) \wedge (А2 \vee А3) = 1.$

Бу мнтиқий ифодадан кўринадики, дарс жадвалининг иккита вариантини тузиш мумкин : 1 вариант. 2 вариант.

1. Математика		1. Физика
2. Адабиёт	ёки	2. Математика
3. Физика		3. Адабиёт.

4-масала. Бешта ака-укадан бири онасига пишириқ тайёрлаган. Анвар деди: « “Буни Вали ёки Темур қилган». Вали деди : « Буни мен ва Юнус қилганимиз йўқ». Темур деди: «Иккалангиз ҳам ҳазиллашяпсиз». Дамир деди: « Йўқ, улардан бири тўғри гапирди, икинчиси –йўқ». Юнус эса:

«Йўқ, Дамир, сен ноҳақсан» деди. Она биладики, унинг ўғилларидан учтаси ҳаммвақт тўғри гапиради. Пиширикни ким тайёрлаган ?

Ечиш. Анварнинг мулоҳазасини A, Валиникини B деб белгилаймиз У ҳолда Темурнинг мулоҳазаси: $\overline{A} \wedge \overline{B}$ (иккаласи ҳазиллашяпти). Дамирнинг мулоҳазаси : $\overline{A \leftrightarrow B}$ (эквиалентликнинг инкори – чин, агар икки мулоҳазадан фақат биттаси чин бўлса). Юнуснинг мулоҳазаси Дамирнинг мулоҳазасини инкор қилади, яъни $\overline{\overline{A \leftrightarrow B}} = A \leftrightarrow B.$ Чинлик жадвалини тузамиз:

Анвар	Вали	Темур	Дамир	Юнус
A	B	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$\overline{A \leftrightarrow B}$	$A \leftrightarrow B.$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1

Жадвалдан кўринадики, учта чин мулоҳаза фақат охирги сатрда мавжуд(бошқаларида иккитадан чин) , демак, Анвар, Вали ва Юнус тўғри гапиришган. Анвар буни Вали ёки Темур қилган дегани, Вали у буни қилмаган дегани учун учинчисини истисно қилиш қонунига кўра буни Темур қилган.

Жавоб: пиширикни Темур тайёрлаган.

Мантиқий масалаларни тенгсизликлар усули билан ечиш.

5-масала. Югуриш бўйича мусобақада уч киши қатнашди: Азимов, Восиев ва Собиров. Югуриш олдидан биринчи томошабин биринчи бўлиб Азимов келади, иккинчиси - Собиров охирги бўлмайди, учинчиси – Восиев биринчи бўлиб келмайди деб фикр билдиришди. Югуришдан сўнг битта томошабиннинг тўғри топганлиги, иккитаси эса хато айтганлиги маълум бўлди. Мусобақа қандай якунланган?

Ечиш. Азимов эгаллаган ўринни a билан, Восиевникини - b билан, Собировникини– c орқали белгилаймиз . Учта югурувчи бўлган, демак , a, b

ва c лар фақат 1, 2 ёки 3 га тенг бўлиши мумкин.. Тенгсизликлар системасини ёзамиз:

$$\begin{cases}(I) \quad a = 1, \\ (II) \quad 1 \le c \le 2, \\ (III) \quad 2 \le b \le 3.\end{cases}$$

Қарама-қарши мулоҳазалар жадвалини тузамиз:

Тўғри мулоҳаза	Қарама-қарши мулоҳаза
$a = 1$	$2 \le a \le 3$
$1 \le c \le 2$	$c = 3$
$2 \le b \le 3$	$b = 1$

Агар 1-томошабин тўғри топган ва II ва III томошабин хато қилган бўлса:

$$\begin{cases}a = 1, \\ c = 3, \\ b = 1.\end{cases}$$

нотўғри, чунки Азимов ва Восиев бир хил ўринни эгаллашлари мумкин эмас.

Агар II томошабин топган бўлса, I ва III хато қилган бўлса:

$$\begin{cases}2 \le a \le 3, \\ 1 \le c \le 2, \\ b = 1.\end{cases}$$

бу ҳол шартга зид келмайди.

Агар III томошабин топган бўлиб, I ва II хато қилган бўлса :

$$\begin{cases}2 \le a \le 3, \\ c = 3, \\ 2 \le b \le 3.\end{cases}$$

нотўғри, чунки ҳеч ким биринчи ўринни эгаламаган.

Демак, II томошабин тўғри топган, мусобақа қуйидаги натижа билан тугаган: Восиев биринчи ўрини, Собиров иккинчи ўринни, Азимов эса учинчи ўринни эгаллаган..

6-масала. Азиза, Вазира ва Камола истироҳат боғида сайрга чиқдилар. Улардан бир қизил кўйлакда, иккинчиси оқ, учинчиси кўк кўйлак кийиб олган. Қизлар қандай кўйлак кийиб олганликлари ҳақидаги саволга қуйидагича жавоб бердилар: Азиза қизил кўйлакда, Вазира эса қизил кўйлаккда эмас, Камола кўк кўйлак киймаган. Бу жавобда битта тасдиқ тўғри, иккитаси нотўғри. Қизларнинг ҳар бири қандай кўйлак кийиб олган?

Ечиш. Рангларни номерлаймиз: қизил ранг – 1, оқ – 2, кўк – 3 Азиза кўйлагининг рангини a билан, Вазираникини b билан, Камоланикини c билан белгилаймиз. Масала шартини тенгсизлик ёрдамида ёзамиз:

$$\begin{cases} a = 1, \\ 1 \le c \le 2, \\ 2 \le b \le 3. \end{cases}$$

Юқоридаги масаладаги каби системага эга бўлдик.

Битта тасдиқ тўғри қолган иккитаси нотўғри булган учта ҳолни қараб $a = 3$, $b = 1$, $c = 2$ эканлигини топамиз. Демак, Азиза кўк кўйлакда, Вазира қизил кўйлакда ва Камола эса оқ кўйлакда бўлган.

7-масала. А, Б, В, Г ва Д жамоалари мусобақада қатнашдилар. Мусобақагача бешта мухлис қуйидаги башоратларни айтдилар

1) Д жамоа 1 –ўринни, В жамоа – 2 ўринни эгаллайди;

2) А жамоа 2 –ўринни, Г жамоа – 4 ўринни эгаллайди;

3) В жамоа 3 –ўринни, Д жамоа – 5 ўринни эгаллайди;

4) В жамоа 1 –ўринни, Г жамоа – 4 ўринни эгаллайди;

5) А жамоа 2 –ўринни, В жамоа – 3 ўринни эгаллайди.

Ҳар бир башоратда бир қисми тўғри, иккинчи қисми нотўғри бўлиб чиқди. Жамоалар қандай ўринларни эгаллаган? (Жавоб*: Д – 1, Б – 2, В – 3, Г – 4, А – 5).*

8-масала. Европа чемпионати финалига иккита жамоа чиқди**.** Мусобақагача бешта мухлис бу тўғрида қуйидаги башоратларни айтдилар:

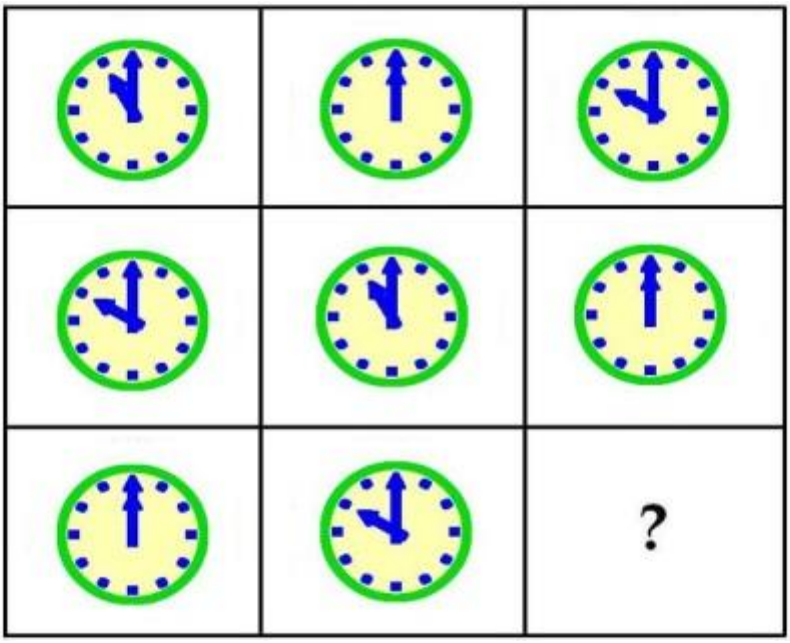
1) Франции ва Голландии, 2) Бельгия ва Италия, 3) Бельгия ва Франция, 4) Англия ва Голландия, 5) Голландия ва Италия. Битта башорат тўласинча нотўғри бўлиб чиқди, қолганларида фақат битта финалчи жамоа

тўғри топилган. Қайси жамоалар финалга чиқишган? (Жавоб*: Италия, Франция*).

9-масала. Бир сон ҳақида қуйидаги мулоҳазалар айтилди:

- бу сон туб сон;
- бу 9 сони;
- бу сон жуфт;
- бу сон 15.

Агар бу тасдиқларда иккитаси рост, иккитаси ёлғон бўлса, бу қандай сон эканлигини айтинг.



Matematik mantiq fanidan test savollari

№	Savollar	To‘g‘ri javoblar	Noto‘g‘ri javoblar	Noto‘g‘ri javoblar	Noto‘g‘ri javoblar
1.	To‘plamlar necha xil usulda berilishi mumkin?	2	3	4	5
2.	Umumiy elementlarga ega bo‘lmagan to‘plamlar ..... to‘plamlar deb ataladi	O‘zaro kesishmay-digan	Kesishuvchi	Kesishmay-digan	Teng
3.	Agar B to‘plamning har bir elementi A to‘plamning ham elementi bo‘lsa, B to‘plam A to‘plamning ....deyiladi	Qism to‘plami	To‘ldiruvchi to‘plam	Universal to‘plam	Bo‘sh to‘plam
4.	$A=\{m,n,p\}$ to‘plam nechta xos qism to‘plamlarga ega?	6	4	5	3
5.	Qachon A va B to‘plamlar teng deyiladi?	Agar $A\subset B$ va $B\subset A$ bo‘lsa,	Agar $A\subset B$ bo‘lsa,	Agar $B\supset A$ bo‘lsa,	Agar $A\subset B$ va $B\supset A$

					bo‘lsa
6.	Agar A⊂B, B⊂C o‘rinli bo‘lsa, bulardan.... kelib chiqadi	A⊂C	A=C	B=C	A=B
7.	A={a, b}, B={k, l, m} bo‘lsa, A×B ni toping	$(a,k),(a,l),(a,m),$ $(b,k),(b,l),(b,m)$	$(a,k),(b,l),(a,m),$ (b,k)	$(k,a),(l,a),(m,a),$ $(b,k),(b,l),(b,m)$	$(k,a),(l,a),(m,a),$ $(k,b),(l,b),(m,b)$
8.	A to‘plamda 8 ta element bor. Agar A×B da: 56 ta ta element bo‘lsa, B to‘plamda nechta element bor?	7	8	6	4
9.	A va B to‘plamlarning kesishmasi deb shunday to‘plamga aytiladiki u….	faqat A va B to‘plamga tegishli elementlarnigina o‘z ichiga oladi	faqat A to‘plamga tegishli elementlarnigina o‘z ichiga oladi	faqat B to‘plamga tegishli elementlarnigina o‘z ichiga oladi	faqat A ga tegishli, lekin B to‘plamga tegishli bo‘lmagan elementlarnigina o‘z ichiga oladi
10.	A va B to‘plamlar umumiy elementlarga ega bo‘lmasa, ularning kesishmasi	$A\bigcap B=\varnothing$	$A\bigcap B=A$	$A\bigcap B=B$	$A\bigcap B=A\subset B$
11.	A={a,b,c,d}, B={d,b,c,e} to‘plamlarning kesishmasi	$A\bigcap B=\{b,c\}$	$A\bigcap B=\{a,b,c\}$	$A\bigcap B=\{a,b,c,d\}$	$A\bigcap B=\{b,c,e\}$
12.	Har qanday A, B, C to‘plamlar uchun	$(A\bigcap B)\bigcap C=$ $=A\bigcap(B\bigcap C)$	$(A\bigcap C)\cap B=$ $=A\bigcap(B\cup C)$	$(A\cup C)\cap B=$ $=A\cup(B\cup C)$	$(A\cup B)\cap C=$ $=A\cup(B\cap C)$
13.	Agar $B\subset A$ bo‘lsa, u holda	$A\bigcup B=A$	$A\bigcup B=B$	$A\bigcup B=\varnothing$	$A\bigcup B=A\setminus B$
14.	Ixtiyoriy A to‘plam uchun	$A\bigcup I=I$	$A\bigcup I=A$	$A\bigcup I=\varnothing$	$A\bigcup I=I\mid A$
15.	$B\subset A$ bo‘lsin A to‘plamning B to‘plamga tegishli bo‘lmagan elementlarinigina o‘z ichiga olgan to‘plam	B to‘plamning A to‘plamgacha to‘ldiruvchisi	A to‘plamning B to‘plamgacha to‘ldiruvchisi	to‘ldiruvchi to‘plam	universal to‘plam
16.	Ixtiyoriy A va B va universal to‘plam I uchun quyidagi tenglik o‘rinli	$(A\bigcap B)'=A'\bigcup B'$;	$(A\cup B)'=A'\bigcup B'$;	$(A\cap B)'=A'\cap B'$	;$(A\setminus B)'=A'\setminus B'$
17.	$B\subset A$ bo‘lsin. A to‘plamning B to‘plamda yotmagan elementlaridan tashkil topgan to‘plam……. deyiladi	A va B to‘plamlarning ayirmasi	A va B to‘plamlarning birlashmasi	A va B to‘plamlarning kesishmasi	A va B to‘plamlarning simmetrik ayirmasi
18.	Agar $A=\{x/x\in N, x\leq 24\}$ bo‘lsa, shu to‘plamning 2 ga va 3 ga karrali sonlardan tuzilgan qism to‘plamini	$B=\{6,12,18,24\}$	$B=\{3,6,9,12,18,24\}$	$B=\{3,4,6,12,15,18,20,24\}$	$B=\{3,6,12,15,18,24\}$

	aniqlang.				
19.	X to‘plam elementlari orasidagi ...... yoki X to‘plamda munosabat deb, $X \times X$ Dekart ko‘paytmasining har qanday qism to‘plamiga aytiladi.	Munosabat	To‘plam	Tenglik	Tengsizlik
20.	X={3,4,5,6,8} sonlar to‘plamidaR: “x son y sondan katta” munosabati juftliklari	{(8,6), (8,7), (8,5), (8,4), (8,3), (6,5), (6,4), (6,3), (5,4), (5,3), (4,3)}	{(8,6), (8,7), (8,5), (8,4), (8,3), (6,5), (6,4), (5,4), (5,3), (4,3)}	{(8,6), (8,7), (8,6), (8,5), (8,4), (8,3), (6,5), (6,4), (6,3), (5,4), (4,3)}	{(8,7), (8,6), (8,5), (8,4), (8,3), (6,5), (6,4), (6,3), (5,4), (5,3)}
21.	X={3,4,5,6,8} to‘plamda S: “Ikki marta kichik”munosabati juftliklari	{(3,6), (4,8)}.	{(3,6), (4,8),(3,4)}.	{(8,6), (8,4), (6,3) }	{(8,4), (6,3) }
22.	X={3,4,5,6,8} to‘plamda Q: “1 ta ko‘p”munosabatijuftliklari	{(4,5), (3,4), (6,5)}	{(5,4), (4,3), (5,6)}	{(4,5),(4,4) (3,4), (5,5)(6,5)}	{(4,5), (6,5)}
23.	X to‘plamdagi munosabatni ko‘rgazmali tasvirlash uchun nuqtalar strelkalar yordamida tutashtiriladi va chizma hosil qilinadi. Bunday chizma.... deyiladi	graf	grafik	chizma	rasm
24.	Xto‘plamto‘g‘richiziqlarto‘plamidaniboratbo‘lsin.a$//$b, c$//$e, b$//$a, e$//$c, a$//$a, b$//$b, c$//$c, e$//$e, d$//$d. Uning grafi juftliklarini toping.	G={(a,b), (b,a), (c,e), (e,c), (a,a), (b,b), (c,c), (e,e), (d,d)}	G={(a,b), (c,e), (e,c), (a,a), (c,c), (e,e), (d,d)}	G={(a,b), (c,e), (a,a), (b,b), (c,c), (e,e), (d,d)}	G={(a,b), (b,a), (c,e), (e,c), (b,b), (c,c), (d,d)}
25.	Munosabatlarning berilish usulini aniqlang “x soni y sonidan katta”	Xarakteristik xossasi	Juftliklarni sanash	Graf usulida	Qism to‘plam elementlari
26.	Refleksiv munosabat deb qanday munosabatga aytiladi	Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa	Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa	Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabtda bo‘lmasligi	Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R

				kelib chiqsa	munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa
27.	Simmetrik munosabat deb qanday munosabatga aytiladi?	Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa	Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa	Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabtda bo‘lmasligi kelib chiqsa	Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa
28.	Antisimetrik munosabat qanday ta’riflanadi?	Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabtda bo‘lmasligi kelib chiqsa	Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa	Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa	Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa
29.	Trannzitivlik xossasi qanday shartda bajariladi?	Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib	Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element	Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib	Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa

		chiqsa	bilan R munosabtda bo‘lmasligi kelib chiqsa	chiqsa	
30.	Parallellik va tenglik munosabatli qaysi xossaga ega emas?	antisimetriklik	simmetriklik	refleksivlik	tranzitivlik
31.	xRy va $x \neq y \Rightarrow \overline{yRx}$	antisimetriklik	simmetriklik	refleksivlik	tranzitivlik
32.	$xRy \Rightarrow yRx$	simmetriklik	antisimetriklik	refleksivlik	tranzitivlik
33.	Agar x kesma y kesmadan uzunroq, y kesma z kesmadan uzunroq bo‘lsa, x kesma z kesmadan uzunroq bo‘ladi.	tranzitivlik	simmetriklik	antisimetriklik	refleksivlik
34.	Agar bir vaqtning o‘zida quyidagi shartlar bajarilsa, X to‘plam juft-jufti bilan kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratiladi deyiladi:	1.Bo‘linish hosil qilgan qism to‘plamlar bo‘sh emas. 2. Bunday qism to‘plamlarning hech biri o‘zaro kesishmaydi. 3. Barcha qism to‘plamlarning birlashmasi berilgan to‘plam bilan ustma-ust tushadi.	1.Bo‘linish hosil qilgan qism to‘plamlar bo‘sh emas. 2. Bunday qism to‘plamlarning hech biri o‘zaro kesishadi. 3. Barcha qism to‘plamlarning birlashmasi berilgan to‘plam bilan ustma-ust tushadi.	1.Bo‘linish hosil qilgan qism to‘plamlarsoni chekli. 2. Bunday qism to‘plamlarning hech biri o‘zaro kesish-maydi. 3. Barcha qism to‘plamlarning birlashmasi berilgan to‘plam bilan ustma-ust tushadi.	1.Bo‘linish hosil qilgan qism to‘plamlar bo‘sh emas. 2.Qism to‘plam-larning hech biri o‘zaro kesish-maydi. 3. Barcha qism to‘plamlarning kesishmasi berilgan to‘plam bilan ustma-ust tushadi.
35.	N natural sonlar to‘plamini uchta o‘zaro kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratish mumkin:	tub sonlar to‘plami; murakkab sonlar to‘plami; 1	toq sonlar to‘plami; murakkab sonlar to‘plami; 1	juft sonlar to‘plami; murakkab sonlar to‘plami; 1	Juftsonlar to‘plami; toq sonlar to‘plami; 1
36.	N to‘plamni ikkita sinfga ham ajratish mumkin	Juft va toq sonlar to‘plamlari	Juft va tub sonlar to‘plamlari	Tub va toq sonlar to‘plamlari	Murakkabva toq sonlar to‘plamlari
37.	R munosabat X to‘plamni sinflarga ajratishi uchun uning .... munosabati bo‘lishi zarur va yetarli.	ekvivalentlik	simmetrik	refleksiv	tranzitiv
38.	Uchburchaklar to‘plami o‘xshashlik munosabati bilan	o‘xshash	Teng	O‘tkirburchakli	O‘tmas burchakli

	......uchburchaklar sinfiga ajraladi				
39.	Ekvivalentlik sinfini uning ….vakili bilan aniqlash mumkin	bitta	Ikkita	Uchta	Chekli sondagi
40.	Tartib munosabati qanday xossalarga ega?	Tranzitiv, antisimetriklik	Simmetrik, tranzitiv	Refleksiv, simmetrik	Refleksiv, tranzitiv
41.	X to‘plam, unda berilgan tartib munosabat bilan birga .....to‘plam deb ataladi.	tartiblangan	chegaralanga n	sanoqsiz	sanoqli
42.	R: “x>y” munosabati qanday ta’riflanadi?	“katta”	“kichik”	“ko‘p”	“kam”
43.	X={3,1,5,2,4} to‘plamni olaylik. x<y shartni qanoatlantiruvchi tartibmunosabatibilan quyidagicha tartiblanadi:	X={1,2,3,4,5}	X={5,4,3,2,1}	X={1,2,3,4}	X={2,3,4, 5}
44.	Agar R munosabat qandayxossalarga ega bo‘lsa, y noqat’iy tartib munosabati deyiladi	refleksivlik, antisimmetrikli k va tranzitivlik	refleksivlik, simmetriklik va tranzitivlik	simmetriklik, antisimmetrikli k va tranzitivlik	refleksivli k, antisimme triklik va ekvivalent lik
45.	A={a, b, d} to‘plam elementlaridan nechta tartiblangan juftliklar tuzish mumkin.	9	12	6	18
46.	X={a, b, c}, Y={1, 2} to‘plamlarning Dekart ko‘paytmasini toping.	{(a,1),(a,2),(b, 1), (b,2),(c,1),(c,2) }.	{(1,a), (2,a), (1,b), (2,b), (1,c), (2,c)}.	{(a,1), (a,2),(a,a) (b,1), (b, 2),(b,b), (c, 1), (c, 2)}	{(1,a),(a,1), (1,b), (b, 1), (c, 1), (1, c)}
47.	Dekart ko‘paytmasi amali qanday xossalarga ega emas	kommutativlik va assotsiativlik	kommutativli k va distributivlik	distributivlik va assotsiativlik	Simmetrik lik va assotsiativ lik
48.	tartiblangan uchliklar, to‘rtliklar va n liklar,ya’ni tartiblangan naborlar ... debataladi	kortej	jamlanma	sistema	Ketma-ketlik
49.	$X_1=\{1,2\}$, $X_2=\{3,4,5\}$, $X_3=\{6,7\}$ to‘plamlarning Dekart ko‘patmasi nechta to‘plamdani borat	12	9	6	18
50.	Agar X to‘plamda berilgan R munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo‘lsa, u holda y .....deyiladi.	ekvivalent	tartib	Simmetrik	refleksiv
51.	R: “Sonli ifodalar to‘plamida x va y bir xil son qiymatga ega” munosabatni	ekvivalent	algebraik	Sonliifoda	qiymat

52.	X={ $\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\frac{2}{8},\frac{1}{6}$ } kasrlar to‘plamida qanday munosabat ekvivalent munosabati bo‘ladi?	tenglik	katta	kichik	Bundaymunosabatmavjudemas
53.	Jumlalar qanday turlarga bo‘linadi?	Sodda va murakkab	Oddiy va qo‘shma	Chekli va cheksiz	Darak va undov
54.	Qanday jumla mulohaza deb ataladi?	Agar jumlaga nisbatan u chinmi yoki yolg‘on savoli ma’noga ega bo‘lsa,	Agar jumlaga nisbatan u chinmi savoli ma’noga ega bo‘lsa,	Agar jumlaga nisbatan u yolg‘onmi savoli ma’noga ega bo‘lsa,	Agar jumlaga nisbatan rostmi savoli ma’noga ega bo‘lsa,
55.	Qandaygaplar mulohaza bo‘la olmaydi	So’roq va undov gaplar	So’roq va darak gaplar	Darak va undov gaplar	Faqat undov gaplar
56.	A mulohazaning inkori deb ..... $\overline{A}$ mulohazaga aytiladi	A mulohaza chin bo‘lganda yolg‘on, A mulohaza yolg‘on bo‘lganda chin bo‘luvchi	A mulohaza yolg‘on bo‘lganda yolg‘on, A mulohaza chin bo‘lganda chin bo‘luvchi	A mulohaza chin bo‘lganda chin, A mulohaza yolg‘on bo‘lganda chin bo‘luvchi	A mulohaza yolg‘on bo‘lganda chin, A mulohaza chin bo‘lganda chin bo‘luvchi
57.	A va B ikkita sodda mulohazalar ni bog‘lovchisi bilan birlashtirib hosilqilingan «A va B» murakkab mulohazaga A va B sodda mulohazalarning kon’yunksiyasi deyiladi va A∧B kabi belgilanadi	«va»	«yoki»	«emas»	«agarbo‘lsa, uholda»
58.	ikkala A va B mulohaza chin bo‘lsa, u holda ulardantuzilganmurakaab mulohaza chin, agar mulohazalardan bittasi yolg‘on bo‘lsa, bumulohaza yolg‘on hisoblanadigan mantiqiy amal bu-	konyunksiya	diz’yunksiya	implikatsiya	Ekvivalen-siya
59.	Konyunksiya qanday xossalarga ega?	Kommutativlik va assossiativlik	Distributivlik va assossiativlik	Kommutativlik va asositsiativlik	Faqat kommutat-ivlik
60.	A∧ $\overline{A}$	hamma vaqt yolg‘on	hamma vaqt chin	Ba’zida yolg‘on, ba’zida chin	Aniqlab bo‘lmaydi
61.	Ikkita sodda A va B mulohazalarni «yoki»	dizyunksiyasi	implikatsiya	ekvivalensiya	Konyunk-siya

	bog‘lovchisi bilan birlashtirib hosilqilingan mulohaza A va B mulohazalarning .....deyiladi				
62.	A$\vee \overline{A}$	hamma vaqt chin	hamma vaqt yolg‘on	Ba’zida yolg‘on, ba’zida chin	Aniqlab bo‘lmaydi
63.	$A \wedge B$ =,	$\overline{A} \vee$ B	$A \vee \overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$	A$\wedge \overline{B}$
64.	Ikkita sodda A va B mulohazalar berilgan bo‘lsin. Ulardan «Agar A bo‘lsa, u holda B bo‘ladi» degan murakkab mulohaza A va B mulohazalarning …. deyiladi	implikatsiyasi	Konyunksi-yasi	diz’yunksiyasi	Ekvivalen-siyasi
65.	«A bo‘ladi, faqat va faqat B bo‘lsa». Bu mulohaza A va B mulohazalarning .....deyiladi	ekvivalensiyasi	implikatsiyas i	konyunksiyasi	diz’yunk-siyasi
66.	Agar A va B mulohazalarning ikkalasi ham chin yoki ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa A$\Leftrightarrow$ B ekvalnesiya...., qolgan hollarda (ya’ni ularning biri chin ikkinchisi yolg‘on) .... bo‘ladi	Chin/ yolg‘on	Chin/ Shin	Yolg‘on/ yolg‘on	yolg‘on / Chin
67.	A va B lar bir vaqtda chin yoki yolg‘on mulohazalardan iborat bo‘lsa	A$\wedge$B$\Leftrightarrow$ B $\wedge A$ =Ch	A$\wedge$B $\Leftrightarrow$ B $\wedge A$ =yo	A$\vee$B$\Leftrightarrow$ B $\wedge A$ =Ch	A\B $\Leftrightarrow$ B $\wedge A$ =Ch
68.	$x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ mulohazalarni inkor dizyunksiya, konyunksiya, implikatsiya va ekvivalentsiya mantiqiy amallar vositasi bilan ma’lum tartibda birlashtirib hosil etilgan murakkab mulohazaga nima deyiladi.	Formula	Lemma	Teorema	Tasdiq
69.	A va B formulalar berilgan bo‘lsin. (1) elementar mulohazalarning har bir qiymatlari satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil bo‘lsa, A va B formulalarga qanday formulalar deb aytiladi.	Teng kuchli	Teng kuchlimas	Muloxaza	Tasdiq
70.	Tavtologiya bu-?	Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat chin qiymat	Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida	Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida ixtiyoriy	Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo‘lgan barcha

		qabul qiluvchi formula tavtologiya deb ataladi.	faqat yolg`on qiymat qabul qiluvchi formula tavtologiya deb ataladi	qiymat qabul qiluvchi formula tavtologiya deb ataladi	qiymatlar satrlarida chinlik jadvali simmetrik bo‘lgan formula tavtologiya deb ataladi
71.	Quyidagi jadvalda qanday mantiqiy amal ko‘rsatilgan. A B ---!---!--- 1 ! 1 ! 1 1 ! 0 ! 0 0 ! 1 ! 0 0 ! 0 ! 0	A va B	A yoki B	A $\rightarrow$ B	A emas
72.	Qaysi javoblar satrida idempotentlik qonunlari keltirilgan	$x \wedge x \equiv x$, $x \vee x \equiv x$	$x \vee \bar{x} \equiv$ ch	$x \wedge \bar{x} \equiv$ yo	$x \wedge (x \vee y) \equiv$
73.	Konyuktiv normal shakl bu-?	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar diz’yunksiya-larning kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	O‘zgaruv-chilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;
74.	Dizyunktiv normal shakl bu-?	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar diz’yunksiyalarning kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	O‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;
75.	Quyidagi jadvalda qanday mantiqiy amal keltirilgan: A B ---!---!--- 1 ! 1 ! 0 1 ! 0 ! 1 0 ! 1 ! 1 0 ! 0 ! 1	$\overline{A} \vee \overline{B}$	A $\rightarrow$B	A	B

76.	Quyidagi jadvalda qanday mantiqiy amal keltirilgan: A B ---!---!--- 1 ! 1 ! 0 1 ! 0 ! 0 0 ! 1 ! 0 0 ! 0 ! 1	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	A	B	$\overline{A} \to \overline{B}$
77.	Formulaning chinlik to‘plami ?	Berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalarning qiymatlaridan qandaydir tartibda tuzilgan va shu formulaning 1 qiymatiga mos keluvchi barcha kortejlar to‘plami;	Berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalarning qandaydir tartibda tuzilgan va shu formulaning 1 qiymatiga mos keluvchi barcha kortejlar to‘plami;	Berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalarning qiymatlaridan qandaydir tartibda tuzilgan mos keluvchi barcha kortejlar to‘plami;	Berilgan formula tarkibidagi elementar qiymatlaridan qandaydir tartibda tuzilgan va shu formulaning qiymatiga mos keluvchi barcha to‘plami;
78.	Mantiq nima	Aqliy xulosalar chiqarish qoidalari to‘g‘risidagi fan	Fikr yuritish shakllari va qonuniyatlari to‘g‘risidagi fan.	Fikrlash to‘g‘risidagi fan.	Algoritmlarni tuzish to‘g‘risidagi fan.
79.	A = rost, B = yolg‘on, C = rost, D = yolg‘on bo‘lsa, quyidagi mantiqiy ifoda natijasini aniqlang. $\overline{((A \wedge} \vee \overline{(C \wedge)}$	Yozuvda xatolik bor	Rost	Yolg`on	Aniqlab bo‘lmaydi
80.	A= $x \to (y \sim z), B = (x \to y)(x \to z)$ formulalar teng kuchlimi?	Teng kuchli emas	Teng kuchli	Xatolik bor	0
81.	Mulohaza bu-?	Ma’nosiga ko‘ra faqat chin yoki yolg‘on qiymat qabul qila oladigan darak gap mulohaza deb ataladi.	Ma’nosiga ko‘ra faqat chin qiymat qabul qila oladigan darak gap mulohaza deb ataladi.	Ma’nosiga ko‘ra faqat yolg‘on qiymat qabul qila oladigan darak gap mulohaza deb ataladi.	Ma’nosiga ko‘ra faqat chin va yolg‘on qiymat qabul qila oladigan darak gap mulohaza deb ataladi.
82.	Inkor amaliga mos ta’rifni	Berilgan x	Berilgan x	Berilgan x	Berilgan

	aniqlang.	mulohaza chin bo‘lganda yo qiymat qabul qiluvchi va, aksincha, x yolg‘on bo‘lganda ch qiymat qabul qiluvchi amalga x mulohazaning inkori deb ataladi.	mulohaza chin bo‘lganda yo qiymat qabul qiluvchi amalga x mulohazaning inkori deb ataladi.	mulohaza yolg‘on bo‘lganda ch qiymat qabul qiluvchi amalga x mulohazaning inkori deb ataladi.	x mulohaza chin bo‘lganda chin qiymat qabul qiluvchi amalga x mulohazaning inkori deb ataladi.
83.	Kon’yunksiya amaliga mos ta’rifni aniqlang.	Berilgan x va y elementar mulohazalar faqat chin bo‘lgandagina ch qiymat qabul qilib, qolgan hollarda yo qiymat qabul qiluvchi amalga x va y mulohazalarning kon’yunksiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning kon’yunksiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalarning birinchisi chin va ikkinchisi yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning kon’yunksiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalarning ikkalasi ham bir xil qiymat qabul qilgandagina ch qiymat qabul qilib, ular turli qiymat qabul qilganda esa yo qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning kon’yunksiyasi deb ataladi.
84.	Diz’yunksiya amaliga mos ta’rifni aniqlang.	Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan	Berilgan x va y elementar mulohazalar faqat chin bo‘lgandagina ch qiymat qabul qilib,	Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan	Berilgan x va y elementar mulohazalarning ikkalasi ham bir xil qiymat

		hollardа esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning diz’yunksiya deb ataladi.	qolgan hollarda yo qiymat qabul qiluvchi amalga x va y mulohazalarning diz’yunksiya deb ataladi.	hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning diz’yunksiya deb ataladi.	qabul qilgandagina ch qiymat qabul qilib, ular turli qiymat qabul qilganda esa yo qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning
85.	Implikatsiya amaliga mos ta’rifni aniqlang.	Berilgan x va y elementar mulohazalarning birinchisi chin va ikkinchisi yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning implikatsiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalarning birinchisi chin va ikkinchisi yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning implikatsiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning implikatsiyasi deb ataladi.	Berilgan x va y elementar mulohazalar faqat chin bo‘lgandagina ch qiymat qabul qilib, qolgan hollarda yo qiymat qabul qiluvchi amalga x va y mulohazalarning implikatsiyasi deb ataladi.
86.	Ekvivalensiya amaliga mos ta’rifni aniqlang	Berilgan x va y elementar mulohazalarning ikkalasi ham bir xil qiymat qabul qilgandagina ch qiymat	Berilgan x va y elementar mulohazalarning birinchisi chin va ikkinchisi yolg‘on	Berilgan x va y elementar mulohazalar yolg‘on bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan	Berilgan x va y elementar mulohazalar faqat chin bo‘lgandagina ch

		qabul qilib, ular turli qiymat qabul qilganda esa yo qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning ekvivalensiyasi deb ataladi.	bo‘lgandagina yo qiymat qabul qilib, qolgan hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning ekvivalensiyasi deb ataladi	hollarda esa, ch qiymat qabul qiluvchi murakkab mulohaza x va y mulohazalarning ekvivalensiyasi deb ataladi	qiymat qabul qilib, qolgan hollarda yo qiymat qabul qiluvchi amalga x va y mulohazalarning ekvivalensiyasi deb ataladi
87.	Teng kuchli formulalar ta’rifi-?	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning barcha qiymatlar satri uchun bu formulalarning qiymatlari bir xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchli formulalar deb ataladi.	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning qiymatlar satrlaridan hech bo‘lmaganda bittasi uchun bu formulalarning qiymatlari har xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchli formulalar deb ataladi.	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning barcha qiymatlar satri uchun bu formulalarning qiymatlari har xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchli formulalar deb ataladi.	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning bitta qiymatlar satri uchun bu formulalarning qiymatlari bir xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchli formulalar deb ataladi.
88.	Teng kuchlimas formulalar ta’rifi-?	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning qiymatlar satrlaridan hech bo‘lmaganda bittasi uchun	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning barcha qiymatlar satri uchun bu	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning qiymatlar satrlaridan hech bo‘lmaganda bittasi uchun	Agar berilgan ikkita formula tarkibida ishtirok etuvchi elementar mulohazalarning qiymatlar satrlaridan

		bu formulalarning qiymatlari har xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchlimas formulalar deb ataladi.	formulalarning qiymatlari bir xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchlimas formulalar deb ataladi.	bu formulalarning qiymatlari bir xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchlimas formulalar deb ataladi.	hech bo‘lmaganda barchasi uchun bu formulalarning qiymatlari har xil bo‘lsa, u holda ular teng kuchlimas formulalar deb ataladi.
89.	Bajarilmaydigan formulaning ta’rifi-?	Tarkibidagi elementar mulohaza-larning mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat yo qiymat qabul qiluvchi formula aynan yolg‘on (doimo yolg‘on) yoki bajarilmaydigan formula deb ataladi.	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo‘lmagan formula bajarilmaydigan formula deb ataladi.	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo‘lmagan formula bajariluvchi formula deb ataladi	diskni ixchamlash.
90.	Bajariluvchi formula ta’rifi -?	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo‘lmagan formula bajariluvchi formula deb ataladi.	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan yolg`on bo‘lmagan formula baja-riluvchi formula deb ataladi.	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida yolg`on qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo‘lmagan formula bajariluvchi formula deb ataladi.	Tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida yolg`on qiymat qabul qiluvchi aynan yolg`on bo‘lmagan formula bajariluvchi formula

					deb ataladi.
91.	To‘g‘ri elementar kon’yunksiya deb nimaga aytiladi-?	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar kon’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada bir necha marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar kon’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar kon’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar kon’yunksiya deb ataladi.
92.	To‘g‘ri elementar diz’yunksiya deb nimaga aytiladi-?	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar diz’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar diz’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada bir necha marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar diz’yunksiya deb ataladi.	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘g‘ri elementar diz’yunksiya deb ataladi.
93.	Elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar kon’yunksiya-?	Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar kon’yunksiya	Agar berilgan elementar mulohazalar kon’yunksiyalaridan tashkil	Agar berilgan elementar mulohazalar elementar kon’yunksiya ifodasida	Agar formulaning kon’yungtiv normal hakli

		ifodasida faqat bir martta qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar kon’yunksiya deb ataladi.	topgan formula shu o‘zgaruvchilar elementar kon’yunksiyasi deb ataladi.	qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar kon’yunksiya deb ataladi.	ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda to‘liq elementar kon’yunksiya deb ataladi.
94.	Elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar diz’yunksiya ta’rifi -?	Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar diz’yunksiya ifodasida faqat bir matra qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar diz’yunksiya deb ataladi.	Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar diz’yunksiya ifodasida faqat bir matra qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar diz’yunksiya ta’rifi .	Agar berilgan elementar mulohazalar diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula shu o‘zgaruvchilar elementar to‘liq elementar diz’yunksiya .	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to‘liq elementar diz’yunksiya deb ataladi.
95.	Elementar kon’yunksiyasi bu-?	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil	o‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu	Agar elementar kon’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir

		topgan formula shu o‘zgaruvchilar elementar kon’yunksiyasi deb ataladi.	formula esa shu o‘zgaruvchilar elementar kon’yunksiyasi deb ataladi.	ifodada faqat bir marta uchrasa elementar kon’yunksiya deb ataladi.	elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda elementar kon’yunksiya deb ataladi.
96.	Elementar diz’yunksiyasi bu-?	o‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula esa shu o‘zgaruvchilar elementar diz’yunksiyasi deb ataladi.	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula shu o‘zgaruvchilar elementar diz’yunksiyasi deb ataladi.	Agar elementar diz’yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda elementar diz’yunksiyasi deb ataladi.	Agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar diz’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar diz’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan elementar diz’yunksiyasi deb ataladi.
97.	Mukammal kon’yungtiv normal shakl bu-?	Agar formulaning kon’yungtiv normal hakli ifodasida bir xil elementar diz’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar	Agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar	Agar formulaning konyuktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar	Agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida har xil elementar kon’yunks

		diz’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.	kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.	kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.	iyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.
98.	Mukammal diz’yunktiv normal shakl bu-?	Agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning konyuktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida har xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning konyuktiv normal shakl ifodasida har xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u

					holda bu ifoda mukammal diz'yunktiv normal shakl deb ataladi.
99.	To'liq mukammal kon'yunktiv normal shakl bu-?	Agar formulaning mukammal kon'yunktiv normal shaki ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo'lgan barcha elementar diz'yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal konyunktiv normal shakl to'liq mukammal kon'yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo'lgan barcha elementar kon'yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal konyunktiv normal shakl to'liq mukammal diz'yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida qatnashuvchi birgina elementar mulohazasidan tuzish mumkin bo'lgan barcha elementar kon'yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal konyunktiv normal shakl to'liq mukammal diz'yunktiv normal shakl deb ataladi.	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo'lgan barcha elementar diz`yunsiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal konyunktiv normal shakl to'liq mukammal diz'yunktiv normal shakl deb ataladi.
100.	To'liq mukammal diz'yunktiv normal shakl bu-?	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida	Agar formulaning mukammal diz'yunktiv normal shakli ifodasida	Agar formulaning mukammal kon'yunkti

		qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar kon’yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal diz’yunktiv normal shakl to‘liq mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	qatnashuvchi birgina elementar mulohazasidan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar kon’yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal diz’yunktiv normal shakl to‘liq mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar diz`yunsiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal diz’yunktiv normal shakl to‘liq mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.	v normal shaki ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar diz’yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal diz’yunktiv normal shakl to‘liq mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.
101.	Predikat qanday qismlarga bo‘linadi?	subyekt va predikat	Obyekt va predikat qismlarga bo‘linadi	Natija va predikat qismlarga bo‘linadi	Subyekt va obyekt qismlarga bo‘linadi
102.	Subyekt bu-?	mulohazada biror narsa haqida nimadir tasdiqlaydi	Hodisa	predikat	Obyekt
103.	Predikat bu-?	subyektni tasdiqlash	Obyektni tasdiqlash	Natijani tasdiqlash	Obyekt haqidagi mulohaza
104.	Aynan chin (aynan yolg‘on) predikat ta’rifi-?	Agar M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ predikat uchun $I_P = M$ ($I_P = \varnothing$) bo‘lsa, u aynan chin (aynan	Agar M to‘plamda aniqlanmagan $P(x)$ predikat uchun $I_P = M$ bo‘lsa, u	Agar M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ predikat uchun $I_P \neq M$ ($I_P = \varnothing$) bo‘lsa, u aynan (aynan	Agar M to‘plamda aniqlanmagan $P(x)$ predikat uchun $I_P \neq M$ bo‘lsa, u

		yolg‘on) predikat deb ataladi.	aynan aynan chin predikat deb ataladi.	yolg‘on) predikat deb ataladi	aynan aynan chin predikat deb ataladi.
105.	Predikatlarning kon’yunksiyasi deb nimaga aytiladi-?	Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar-ning kon’yunksiyasi deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi	Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar-ning kon’yunk-siyasi deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniq-langan hamda $P(x)$ bir vaqtda yolg`on qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi	Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg‘on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$ aytiladi.	Faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg‘on qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \to Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar ning konyuksiy asi deb ataladi.
106.	Predikatning inkori deb nimaga aytiladi?	Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg‘on qiymat qabul qilganda	Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda chin qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat chin	Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning inkori deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ lar bir vaqtda chin	Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar ning inkori deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlard a

		chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$ predikatning inkori deb ataladi	qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$ predikatning inkori deb ataladi	qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi	aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi
107.	Predikatlarning implikasiyasi deb nimaga aytiladi.	Faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg‘on qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \to Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning implikasiyasi deb ataladi.	Faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg‘on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \to Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning implikasiyasi deb ataladi.	Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning implikasiyasi deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi	Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg‘on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$

					predikatning implikasiyasi deb ataladi
108.	O‘zaro teskari teoremalar ta’rifi-?	Birining sharti ikkinchisining xulosasi va ikkinchisining sharti birinchisining xulosasi bo‘lgan juft teoremalar o‘zaro teskari teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lgan juft teoremalar o‘zaro teskari teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lmagan juft teoremalar o‘zaro teskari teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lgan toq teoremalar o‘zaro teskari teoremalar deb ataladi
109.	O‘zaro qarama-qarshi teoremalar ta’rifi-?	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lgan juft teoremalar o‘zaro qarama-qarshi teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lmagan juft teoremalar o‘zaro qarama-qarshi teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lgan toq teoremalar o‘zaro qarama-qarshi teoremalar deb ataladi.	Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti mos ravishda inkorlari bo‘lmagan juft teoremalar o‘zaro qarama-qarshi teoremalar deb ataladi.
110.	Qanday algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi-?	Matematik amallar asosiy rolni o‘ynaydigan algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi.	Matematik amallar asosiy rolni o‘ynamaydigan algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi.	Matematik amallar qatnashmaydigan algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi.	Grammatik amallar asosiy rolni o‘ynaydigan algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi.
111.	Algoritmning xarakterli xususiyatlarini aniqlang.	Algoritmning diskretligi,	algoritmning determinatsiy	Algoritmning diskretligi,	Algoritmning

		algoritmning determinatsiyalanuvchanligi (aniqlanuvchanligi), algoritm qadamlarining elementarligi, algoritmning ommaviyligi,	alanuvchanligi (aniqlanuvchanligi),algoritm qadamlarining elementarligi, algoritmning ommaviyligi,	algoritmning determinatsiyalanuvchanligi (aniqlanuvchanligi), algoritm qadamlarining elementarligi,	diskretligi, algoritmning qadamlarining elementarligi, algoritmning ommaviyligi,
112.	B= $x \to (y \to z)$ fomulaga teng kuchli formulani aniqlang.	$\overline{x} \vee \overline{y} \vee z$	$(x \leftrightarrow y) \to z$	aynan chin formula	aynan yolg‘on formula
113.	$A = x \vee (y \sim z),\ B = (x \vee y) \sim (x \vee z)$ formulalar teng kuchlimi?	teng kuchli	Teng kuchli emas	$\overline{A} = B$	$A = \overline{B}$
114.	U= $(x \to y) \to z$ fomulaga teng kuchli formulani aniqlang.	$x \wedge \overline{y} \vee z$	aynan chin formula	aynan yolg‘on formula	$(x \leftrightarrow y) \to z$
115.	Quyidagi jadvalda qanday mantiqiy amal ko‘rsatilgan. A B ---!---!--- 1 ! 1 ! 1 1 ! 0 ! 0 0 ! 1 ! 0 0 ! 0 ! 0	A va B	A yoki B	A $\to$ B	A emas
116.	Konyuktiv normal shakl bu-?	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar diz’yunksiyalarning kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	O‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;
117.	Dizyunktiv normal shakl bu-?	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan formulaning unga teng kuchli va elementar diz’yunksiyalarning kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;	O‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula;
118.	Matematikada ko‘plab asosiy	aksiomalar	teoremalar	xossalar	formulalar

	boshlang‘ich tushunchalarning xossalari isbotsiz qabul qilinadi. Ular-				
119.	Teorema – bu A(x) xossadan B(x) xossaning kelib chiqishi haqidagi	predikatdir	aksiomadir	xossadir	xulosadir
120.	Teorema $A(x)\Rightarrow B(x)$ ko‘rinishdagi predikatdan iborat bo‘lsa A(x)-	shart	xulosa	mulohaza	ma’lumot
121.	$A(x)\Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $B(x)\Rightarrow A(x)$ teorema berilgan teoremaga ......deyiladi	teskari teorema	Qarama-qarshi teorema	Qarama-qarshiga teskariteorema	To‘g‘ri teorema
122.	$A(x)\Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $\overline{A}(x)\Rightarrow\overline{B}(x)$ teorema berilgan teoremaga ......deyiladi	Qarama-qarshi teorema	teskari teorem	Qarama-qarshiga teskari teorema	To‘g‘ri teorema
123.	$A(x)\Rightarrow B(x)$ teorema berilgan bo‘lsin. Ushbu $\overline{B}(x)\Rightarrow\overline{A}(x)$ teorema berilgan teoremaga ......deyiladi	Qarama-qarshiga teskari teorema	teskari teorem	Qarama-qarshi teorema	To‘g‘ri teorema
124.	$A\Rightarrow B\Leftrightarrow \overline{B}\Rightarrow\overline{A}$	kontrapozitsiya qonuni	De Morgan qonuni	Inkor qonuni	Assotsiativlik qonuni
125.	A (n) = n^2 +n+41 ifodaning qiymati tub son bo‘lmaydigan eng kichik son	40	41	39	53
126.	T o‘liqsiz induksiya yordamida olingan xulosalar	chin ham, yolg‘on ham bo‘lishi mumkin	Faqatchin bo‘lishi mumkin	Faqat yolg‘on bo‘lishi mumkin	Faqat to‘g‘ri xulosaga olib keladi
127.	......*-bu shunday muloxazalarki, bunda obyekt lar to‘plamining ba’zi xossalarga ega bo‘lishidan bu to‘plamning barcha obyekt lari ham shu xossalarga egaligi matematik induksiya prinsipi asosida ko‘rsatiladi.	To‘la induksiya	To‘liqsiz induksiya	Konkret induksiya	Deduksiya
128.	Matematik induksiya prinsipiga ko‘ra	biror S(k) tasdiq S(i) uchun isbotlangan va S(n) uchun to‘g‘ri degan farazda, S(n+i) uchun ham to‘g‘riligi ko‘rsatiladi.	biror S(k) tasdiq S(n) uchun to‘g‘ri degan farazda, S(n+i) uchun ham to‘g‘riligi ko‘rsatiladi.	biror S(k) tasdiq S(i) uchun isbotlangan farazda, S(n+i) uchun ham to‘g‘ri ligi ko‘rsatiladi.	biror S(k) tasdiq S(i) uchun to‘g‘ri degan farazda, S(n) uchun ham to‘g‘riligi ko‘rsatiladi.

129.	......-bu shunday mulohazalarki, unda ob'ektlar to'plamining ba'zi ob'ektlari ma'lum xulosalarga ega bo'lishdan bu to'plamning barcha ob'ektlari ham shu xossalarga ega deb xulosa chiqarishga asoslandi	To'liqsiz induksiya	To'la induksiya	Konkret induksiya	Deduksiya
130.	To'liqsiz induktiv xulosadan tashqari ...... bo'yicha xulosa chiqarishdan keng foydalaniladi, bunda bilimlarni nisbatan kam o'rganilgan ob'ektlarga ko'chirish amalga oshiriladi.	analogiya	taqqoslash	induksiya	deduksiya
131.	Natural qatorning dastlabki n ta toqsonlari yig'indisi	$S(n)=n^2$	$S(n)=n^3$	$S(n)=n^2+1$	$S(n)=n(n+1)$
132.	Natural qatorning dastlabki n ta sonlari yig'indisi	$S(n)=n(n+1)/2$	$S(n)=n(n-1)/2$	$S(n)=n^2(n+1)/2$	$S(n)=n(n^2+1)/2$
133.	Chekli son qadamda ushbu sinfdagi har qanday savolga biz javob bera oladigan jarayon mavjud bo'lsa, u holda u berilgan savollar sinfi uchun......deb aytiladi.	Echuvchi protsedura	Echuvchi muammo	Echuvchi usul	Echuvchi masala
134.	Formal sistemalar uchun echilish muammosini kun tartibiga birinchi qo'ygan olimlardanbiri	Gilbert	Kleyn	Dekart	Veyershtrass
135.	Bir xil turdagi masalalar sinfi ....deb aytiladi	Ommaviy muammo	Ommaviy masala	Ommaviy savol	ommaviy misol
136.	Berilgan ommaviy muammodagi barcha masalalarni umumiy bir xil shaklda, aniq ma'lum bo'lgan usul bilan yechish jarayoniga .....deb aytamiz.	algoritm	uslub	sxema	variant
137.	Algoritm–miqdorlarni shunday ketma-ket qurish jarayoniki, boshlang'ich holatda miqdorlarning dastlabki chekli sistemasi berilgan bo'lib, har bir navbatdagi momentda miqdorlar sistemasi ma'lum aniqlangan qonun (dastur) asosida oldingi holatdagi miqdorlar sistemasidan hosil qilinadi, bu –algoritmning.....	diskretligi	determinatsiyalanuvchanligi	elementarligi	ommaviyligi
138.	Ilgarigi miqdorlar sistemasidan keyingisini hosil qilish qonuni sodda	elementarligi	diskretligi	determinatsiyalanuvchanligi	ommaviyligi

	qadamlardan iborat bo‘lishi bu algoritmning				
139.	Miqdorlarni topish jarayoni chekli bo‘lishi va natija (masalaning echimini) berishi bu algoritmning......	natijaviyligi	diskretligi	determinatsiyalanuvchanligi	ommaviyligi
140.	Boshlang‘ich miqdorlar sistemasini ayrim potensial cheksiz to‘plamdan tanlash mumkinligi bu algoritmning......	ommaviyligi	natijaviyligi	diskretligi	determinatsiyalanuvchanligi
141.	15 ta predmet bor. O‘yinda 2 kishi qatnashadi: boshlovchi va uning raqibi. Har bir o‘yinchi navbat bilan bir, ikki yoki uchta predmetni oladi. Kim oxirgi predmetni olsa, o‘sha yutgan hisoblanadi. Boshlovchi yutish uchun o‘yinda qanday strategiyani ishlatishi kerak?	bunday strategiyadau3+(4-n)+(4-m)+(4-p)=15-(n+m+p) predmet oladi va raqib n+m+p predmet oladi	bunday strategiyada u3+(4-n)+(4-m)+(4-n)=15-(2n+m) predmet oladi va raqib n+m+n predmet oladi	bunday strategiyadau3+(4-n)+(4-m)+(4-m)=15-(n+2m) predmet oladi va raqib n+m+p predmet oladi	bunday strategiyadau3+(4-n)+(4-p)+(4-p)=15-(n+2p) predmet oladi va raqib n+m+p predmet oladi
142.	Fermaning «buyuk teorema»si….	« $x^n + y^n = z^n$ tenglama $n > 2$ bo‘lganda musbat butun son qiymatli x, y, z, n echimga ega emas	« $x^n + y^n = z^n$ tenglamamusbatbutunsonqiymatli x, y, z, n echimgaegaemas	« $x^n + y^n = z^n$ tenglama $n > 3$ bo‘lganda musbat butun son qiymatli x, y, z, n echimga ega emas	$x^n + y^n = z^n$ tenglama $n \geq 2$ bo‘lganda musbat butun son qiymatli x, y, z, n echimga ega emas
143.	1900 yilda Parijda o‘tkazilgan ikkinchi xalqaro matematiklar kongressida nemis matematigi David Gilbert echilishi muhim bo‘lgan nechta matematik muammolar ro‘yxatini o‘qib berdi	23	24	20	25
144.	10-chi Gilbert muammosi qanday ifodalangan edi?	«Har qanday koeffitsientlari butun sonlardan iborat bo‘lgan algebraik tenglamaning butun sonli echimi mavjudmi?	Har qanday koeffitsientlari natural sonlardan iborat bo‘lgan algebraik tenglamaning butun sonli echimi mavjudmi?	Har qanday koeffitsientlari haqiqiy sonlardan iborat bo‘lgan algebraik tenglamaning butun sonli echimi mavjudmi?	Har qanday koeffitsientlari butun sonlardan iborat bo‘lgan ratsional tenglamaning butun sonli

					echimi mavjudmi ?
145.	Gilbertning 10-muammosini kim birinchi bo‘lib hal etgan?	YU.V.Matiyasevich	I.Kantorovich	I.Perelman	A.N.Kolmogorov
146.	Ikkita chekli to‘plamning Dekart ko‘paytmasidagi juftliklarni hisoblash qoidasi va uni to‘plamlar n ta bo‘lgan hol uchun umumlashtirish ....debataladi	kombinatorik masalalar	matematik masalalar	arifmetik masalalar	algoritmik masalalar
147.	kombinatorik masalalarni yechishda ......qoidalari qo‘llaniladi	qo‘shish va ko‘paytirish	Ayirish va bo‘lish	Yig‘indi va ayirma	Ko‘paytma va bo‘linma
148.	agar $X \cap Y = \varnothing$ bo‘lsa, $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y)$ bu -	Qo‘shish qoidasi	Ayirish qoidasi	Ko‘paytirish qoidasi	Bo‘lish qoidasi
149.	Qo‘shish qoidasi umumiy holda	ixtiyoriy ikki X va Y to‘plamlar uchun $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$	ixtiyoriy ikki X va Y to‘plamlar uchun $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) + n(X \cap Y)$	ixtiyoriy ikki X va Y to‘plamlar uchun $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y))$	ixtiyoriy ikki X va Y to‘plamlar uchun $n(X \cup Y) = n(X) + - n(Y) + n(X \cap Y)$
150.	$n(X \times Y) = n(X) \times n(Y)$	Ko‘paytirish qoidasi	Qo‘shish qoidasi	Ayirish qoidasi	Bo‘lish qoidasi
151.	A shahardan B shaharga ikkita yo‘l B dan C ga esa 4 ta yo‘l olib boradi. Necha xil usul bilan A shahardan C shaharga borish mumkin?	8	6	4	12
152.	Agar chekli X to‘plamning elementlari qandaydir yo‘l bilan raqamlangan bo‘lsa, uni ......to‘plam deymiz	tartiblangan	nomerlangan	raqamlangan	chegaralangan
153.	Kortej tushunchasi tartiblangan to‘plamdan nima bilan farq qiladi? elemetlari orasida o‘zaro tenglari bo‘lmaydi	elementlari orasida o‘zaro tenglari bo‘laydi	elementlari orasida o‘zaro tenglari bo‘lmaydi	elementlari harxil bo‘laydi	elementlari nomerlangan bo‘laydi
154.	m elementdan takrorlanmaydigan o‘rin almashtirishlar soni	$P_m = m!$	$P_m = 2m!$	$P_m = (m-1)!$	$P_m = (m+1)!$
155.	X to‘plamdagi k elementli tartiblangan to‘plamlar soni	$A_m^k = \frac{m!}{(m-k)!}$	$A_m^k = \frac{k!}{(m-k)!}$	$A_m^k = \frac{m!}{(m+k)!}$	$A_m^k = \frac{m!}{(m-k+}$
156.	m elementli X to‘plam elementlaridan k elementli tartiblangan to‘plamlar coni	takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar	o‘rinlashtirishlar	takrorlanmaydigan o‘rinalmashtirishlar	takrorlanuvchi o‘rinlashtirishlar

157.	m elementli X to‘plamdan tuzilgan uzunligi k ga teng bo‘lgan kortejlar soni ga teng	$\bar{A}_m^k = m^k$	$\bar{A}_m^k = k^m$	$\bar{A}_m^k = m^{k-1}$	$\bar{A}_m^k = mk$
158.	m elementli X to‘plam elementlaridan tuzilgan uzunligi k ga teng bo‘lgan kortej m elementdan k tadan tuzilgan ……deyiladi	takrorlanadigan o‘rinlashtirish	takrorlanuvchi o‘rinlashtirish	takrorlanadigan o‘rin almashtirish	takrorlanuvchi almashtirish
159.	$X = \{a,b,c\}$ uch elementli to‘plam elementlaridan uzunligi 2 ga teng bo‘lgan nechta kortej tuzish mumkin.	9	6	12	18
160.	Agar sonning yozuvida raqamlarning takrorlanishi mumkin bo‘lsa, 1, 2, 3 raqamlardan foydalanib nechta 3 xonali son tuzish mumkin?	27	18	9	36
161.	m elementli X elementlaridan har biri k elementli qism to‘plamlar m elementdan k tadan ......deyiladi.	takrorlanmaydigan guruhlashlar	takrorlanuvchi guruhlashlar	takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar	takrorlanmaydigan o‘rin almashtirish lar
162.	m elementdan k tadan takrorlanmaydigan guruhlashlarsoni	$C_m^k = \frac{m!}{(m-k)!k!}$	$C_m^k = \frac{k!}{(m-k)!}$	$C_m^k = \frac{k!}{(m-k)!m!}$	$C_m^k = \frac{(m-k)!}{k!m!}$
163.	12 kishilik guruhdan nechta 5 kishilik (ishchilar) delegatsiya tuzish mumkin.	792	729	972	692
164.	$A^m{}_2=2^m$	Chekli to‘plamlarning qism to‘plamlari soni	Chekli to‘plamlarning to‘ldiruvchi to‘plamlari soni	universal to‘plamlar soni	Chekli to‘plamlarning elementlari soni
165.	100 kishidan 85 tasi ingliz, 45 tasi nemis tilini o‘rgandi. Ikkala tilni o‘rganuvchilar soni nechta?	30	25	15	40
166.	Savatchadagi 12 ta olmadan 5 tasini necha usul bilan tanlash mumkin?	C_{12}^5	A_{12}^5	$\bar{A}_{12}^5$	P_{12}
167.	0,1,2,3,4,5,6 raqamlaridan nechta uch xonali juft son tuzish mumkin, agar raqamlar takrorlanishi mumkin bo‘lsa?	168	128	175	140
168.	1,5,6,7,8 raqmlaridan hammasi bo‘lib nechta to‘rt xonali son tuzish mumkin?	625	676	576	729
169.	O‘nliklar va birliklar xonasi raqami turlicha va toq bo‘lgan nechta ikki xonali son tuzish	20	10	15	25

	mumkin?				
170.	Oltita kitobdan ikkitasi necha xil usul bilan tanlash mumkin?	15	5	10	18
171.	Turli muallif yozgan 7 ta kitobni bir qatorga necha xil usul bilan joylashtirish mumkin?	5040	5010	4900	5050
172.	5 ta kishi stol atrofida necha xil usul bilan joylashishi mumkin?	120	80	140	90
173.	C_n^m sonlari bu-	Nyuton binomi yoyilmasidagi $a^{n-m}b^m$ ifodaning koeffitsienti.	Nyuton binomi yoyilmasidagi $a^n b^m$ ifodaning koeffitsienti.	Nyuton binomi yoyilmasidagi $a^m b^n$ ifodaning koeffitsienti.	Nyuton binomi yoyilmasidagi $a^n b^{n-m}$ ifodaning koeffitsienti.
174.	Ixtiyoriy natural n son uchun barcha $C_n^m(m=\overline{0,n})$ binomial koeffitsientlar yig‘indisi ….ga teng	2^n	2^{n-1}	2^{n-m}	2^{m-n}
175.	Ma’lum shartlar to‘plami (majmuasi) bajarilganda ro‘y berishi (kelib chiqishi) yoki ro‘y bermasligi mumkin bo‘lgan har qanday hodisa (voqea) ..... hodisa deb ataladi..	tasodifiy	ishonchsiz	ishonchli	muqarrar
176.	Shartlar to‘plamini har gal amalga oshirilishi .....deyiladi	tajriba	hodisa	mashq	amaliyot
177.	A hodisaning nisbiy chastotasi yoki chastotasi deb	berilgan hodisaning ro‘y berish soni m ning berilgan hodisa har birida ro‘y berishi yoki ro‘y bermasligi mumkin bo‘lgan bir xil sharoitda o‘tkazilgan tajribalarning umumiy n soniga nisbatiga aytiladi	berilgan hodisaning ro‘y berish soni m ning berilgan hodisa har birida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan bir xil sharoitda o‘tkazilgan tajribalarning umumiy n soniga nisbatiga aytiladi	berilgan hodisaning ro‘y berish soni m ning berilgan hodisa har birida ro‘y bermasligi mumkin bo‘lgan bir xil sharoitda o‘tkazilgan tajribalarning umumiy n soniga nisbatiga aytiladi	berilgan hodisaning ro‘y berish soni m ning berilgan hodisa har birida ro‘y berishi yoki ro‘y bermasligi mumkin bo‘lgan tajribalarning umumiy n soniga nisbatiga aytiladi

178.	A va B hodisalar yig‘indisi deb .... aytiladi	A yoki B hodisalardan bittasi ro‘y beradigan hodisaga	A yoki B hodisalarning ikkalasi ro‘y beradigan hodisaga	A va B hodisalar bir tajribada bir vaqtda yuz beradigan	A va B hodisalardan bittasi ro‘y beradigan odisaga
179.	Tajribaning har bir natijasini ifodalovchi hodisa .....deb ataladi.	elementar hodisa	muqarrar hodisa	mumkin bo‘lmagan hodisa	murakkab hodisa
180.	Tajriba natijasida biror shartlar to‘plami bajarilganda albatta ro‘y beradigan hodisa	muqarrar hodisa	murakkab hodisa	elementar hodisa	mumkin bo‘lmagan hodisa
181.	Tajriba natijasida shartlar to‘plami bajarilganda mutlaqo ro‘y bermaydigan hodisa	mumkin bo‘lmagan hodisa	elementar hodisa	muqarrar hodisa	murakkab hodisa
182.	Elementar hodisalarga ajratish mumkin bo‘lgan hodisa	murakkab hodisa	mumkin bo‘lmagan hodisa	elementar hodisa	muqarrar hodisa
183.	A hodisaning ehtimoli deb	A hodisaga qulaylik tug‘diruvchi xollar soni m ning teng imkoniyatli, birgalikda bo‘lmagan hodisalar to‘liq gruppasini tashkil qiluvchi barcha mumkin bo‘lgan xollar soni n ga nisbatiga aytiladi	A hodisaga qulaylik tug‘diruvchi xollar soni m ning birgalikda bo‘lmagan hodisalar to‘liq gruppasini tashkil qiluvchi barcha mumkin bo‘lgan xollar soni n ga nisbatiga aytiladi	A hodisaga qulaylik tug‘diruvchi xollar soni m ning teng imkoniyatli, birgalikda bo‘lmagan hodisalar to‘liq gruppasini tashkil qiluvchi barcha mumkin bo‘lgan xollar soni n ga nisbatiga aytiladi	A hodisaga qulaylik tug‘diruvchi xollar soni m ning teng imkoniyatli, birgalikda bo‘lmagan barcha mumkin bo‘lgan xollar soni n ga nisbatiga aytiladi
184.	Qutida 36 ta olma bo‘lib, undan bitta olma olindi. 36ta olmadan 9 tasi qizil olma. Qizil olmaning olinganligi ehtimolini toping	1/4	1/6	1/36	1/18
185.	Ikki qutida 10tadan shar bo‘lib, ular 1 dan 10 gacha nomerlangan. Birinchi quti ichida 8 ta qizil va ikkita qora shar bo‘lib, ikkinchisida esa 7ta qizil va uchta qora shar bor. Har bir qutidan bittadan shar olinadi. Olingan ikkita shar ichida kamida bittasi qizil shar bo‘lishi ehtimoli qanday?	0,94	0,9	0,92	0,85

186.	Ikkita birgalikda bo‘lmagan A va B hodisalar yig‘indisining ehtimoli	$P(A+B)=P(A)+P(B).$	$P(A+B)=P(A)+ -P(B).$	$P(A+B)=P(A)+ +P(B)-P(AB)$	$P(A+B)=P(AB)- -P(B).$
187.	Tasodifiy miqdor deb	dastlab ma’lum bo‘lmagan, oldindan hisobga olinishi mumkin bo‘lmagan tasodifiy sabablarga bog‘liq bo‘lgan bitta va faqat bitta mumkin bo‘lgan qiymatni tajriba na-tijasida qabul qiladigan kattalikka aytiladi.	dastlab ma’lum bo‘lmagan, tasodifiy sabablarga bog‘liq bo‘lgan bitta va faqat bitta mumkin bo‘lgan qiymatni tajriba na-tijasida qabul qiladigan kattalikka aytiladi.	dastlab ma’lum bo‘lmagan, oldindan hisobga olinishi mumkin bo‘lmagan bitta va faqat bitta mumkin bo‘lgan qiymatni tajriba na-tijasida qabul qiladigan kattalikka aytiladi.	dastlab ma’lum bo‘lmagan , oldindan hisobga olinishi mumkin bo‘lmagan tasodifiy sabablarga bog‘liq bo‘lgan bitta qiymatni qabul qiladigan kattalikka aytiladi.
188.	Diskret (uzlukli) tasodifiy miqdor deb	ayrim, ajralgan mumkin bo‘lgan qiymatlarni ma’lum ehtimolliklar bilan qabul qiluvchi tasodifiy miqdorga aytiladi.	ayrim mumkin bo‘lgan qiymatlarni ma’lum ehtimolliklar bilan qabul qiluvchi tasodifiy miqdorga aytiladi.	ayrim, ajralgan mumkin bo‘lgan qiymatlarni qabul qiluvchi tasodifiy miqdorga aytiladi.	mumkin bo‘lgan qiymatlarni ma’lum ehtimolliklar bilan qabul qiluvchi tasodifiy miqdorga aytiladi.
189.	$F(x)=P(X<x)$	Uzluksiz tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi	tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi	diskret tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi	Uzluksiz tasodifiy miqdorning funksiyasi
190.	Diskret tasodifiy miqdor ehtimolliklarining taqsimot qonuni deb	mumkin bo‘lgan qiy-matlar bilan ularning ehtimolliklari orasidagi moslikka ay-tiladi	qiymatlar bilan ularning ehtimolliklari orasidagi moslikka ay-tiladi	mumkin bo‘lgan qiymatlar bilan ehtimolliklar orasidagi moslikka aytiladi	qiymatlar bilan ehtimolliklar orasidagi moslikka ay-tiladi
191.	X diskret tasodifiy miqdorning barcha mumkin bo‘lgan qiymatlari bilan ularning ehtimolliklari	matematik kutilmasi	dispersiyasi	O‘rtacha kvadratik chetlanishi	Taqsimot qonuni

	ko‘paytmalari yig‘indisi bu-uning				
192.	$M(X)=\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$	matematik kutilma	dispersiya	O‘rtacha kvadratik chetlanish	Taqsimot qonuni
193.	Agar A hodisaning ehtimolligi r ga teng bo‘lsa, bitta tajribada A hodisaning ro‘y berishlar sonining matematik kutilmasi topilsin.	r	q	1-p	1-q
194.	Ikkita bog‘liqmas tasodifiy miqdor ko‘paytmasining matematik kutilmasi	$M(XY)= = M(X)\cdot M(Y)$	$M(XY)= = M(X)-M(Y)$	$M(XY)= = M(X)+M(Y)$	$M(XY)= = M(X)\cdot M(Y)- - M(X+Y)$
195.	Ikkita shashqoltosh tashlanganda tushishi mumkin bo‘lgan ochkolar yig‘indisining matematik kutilmasi topilsin	7	5	9	11
196.	Har birida A hodisaning ro‘y berish ehtimolligi p o‘zgarmas bo‘lgan n ta bog‘liqmas tajribada bu hodisaning ro‘y berishlari sonining matematik kutilmasi	$M(X)=np$	$M(X)=n-p$	$M(X)=n+p$	$M(X)=n^p$
197.	Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi (tarqoqligi)	$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$	$D(X)=M(X)- -[M(X)]^2$	$D(X)=M(X^2)+ +M(X)]^2$	$D(X)=M(X)^2- -[M(X)]^2$
198.	Ikkita bog‘liqmas tasodifiy miqdor ayirmasining dispersiyasi	$D(X-Y)=D(X)+ +D(Y)$	$D(X-Y)=D(X)- -D(Y)$	$D(X-Y)=-D(X)+ +D(Y)$	$D(X-Y)=-D(X)- -D(Y)$
199.	CX tasodifiy miqdor dispersiyasi	$D(CX)=C^2D(X)$	$D(CX)=CD(X)$	$D(CX)=2CD(X)$	$D(CX)=2C^2D(X)$
200.	X tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi	$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$	$\sigma(X)=D(X)^2$	$\sigma(X)=\sqrt{D^2(X)}$	$\sigma(X)=\sqrt{D(X^2)}$

Mantiqiy savollar

1. Shunday insonlar borki, ular otni ham, filni ham qiyinchiliksiz ko‘tara oladi, joyini o‘zgartira oladi. Ular kimlar?

Javob: Shaxmatchilar

2. Bir kuni shofyor o‘z mashinasining g‘ildiraklaridan birini dami chiqib qolganini ko‘rdi, lekin parvoqilmay uydan chiqib ketdi va qiyinchiliksiz yurib kechga tomon qaytib keldi. U buni qanday uddaladi?

Javob: Dami chiqqan g‘ildirak zahiradagisi edi.

3. Bu shaxmat donasi sabab o‘rta asrlarda arab shohlari bu o‘yinni o‘ynashni istashmagan.

Javob: Ot, sababi islom dinida hayvon tasviri mumkin emas.

4. Mashhur sehrgar xonaning o‘rtasiga qo‘l zo‘rg‘a sig‘adigan shisha qo‘yib uning ichiga kira olishiniaytdi. U buni qanday uddalashi mumkin?

Shisha qo‘yilsa ham, qo‘yilmasa ham xonaga istalgan kishi kira oladi.

5. 4 ta 2 dan har xil matematik amallardan 9 chiqarib bering.

22:2-2

6. Ot o‘z bo‘yniga bog‘langan qo‘ng‘iroqning ovozini eshitmaslik uchun necha km/soat tezlikdachopishi kerak?

0 km/soat tezlikda

7. Bu narsa insonga 2 marta beriladi. Uchinchisida sotib olinadi.

Tish

8. Sherlok Xolms ko‘chada sayr qilib yurgan edi. To‘satdan u yerda jonsiz yotgan ayol tanasiga ko‘zitushdi. Aftidan qotillikka o‘xshardi. U ayolning yoniga kelib, uning sumkasini ochdi va uning telefoninioldi. Telefonda uning turmush o‘rtog‘i raqamini topib, unga qo‘ng‘iroq qildi va shunday dedi:– Tezda yetib keling. Sizning ayolingiz jonsiz topildi.Bir necha daqiqadan keyin ayolning turmush o‘rtog‘i yetib kelib: “Azizam, senga nima bo‘ldi, nega?”, -deya yig‘lab yubordi. Shundan so‘ng politsiya yetib kelgach, Sherlok barmog‘i bilan ayolning turmusho‘rtog‘iga ko‘rsatib: “Bu odamni hibsga oling, u o‘z ayolining qotili”, – deb aytdi. Savol: Sherlok negabunday qarorga keldi?

Sherlok Xolms erkakka qotillik sodir bo‘lgan manzilni aytmagan edi.

9. Daraxtning shoxida qarg‘a bor. Qarg‘ani cho‘chitmasdan shoxni arralash uchun nima qilish kerak?

Qarg‘aning o‘zi uchib ketishini kutish kerak.

10. Shifokor bemorga 30 daqiqa oraliq bilan 3 ta ukol olishni belgiladi. Hamshira ukol qilishni soat8:30 da boshlasa, bemor soat nechida ukollarni to‘liq olib bo‘ladi?

9:30 da to‘liq olib bo‘ladi. 1- 8:30, 2- 9:00, 3- 9:30

11. Itning bo‘yniga 3 metr keladigan arqon bog‘langan edi, lekin it to‘g‘ri yo‘nalish bilan 5 metr yura oldi.U bunga qanday erishdi?

Arqonning ikkinchi uchi hech qayerga bog‘lanmagan edi

11. Qaysi holatda 2 ga qarab, 10 deymiz?

Soat strelkasi 2 da turganda

12. Shifoxonadan to‘rt muchchasi sog‘ bo‘lgan odamni qo‘lda ko‘tarib olib chiqishdi. U mutlaqosog‘lom bo‘lsa, nega ko‘tarib olib chiqishmoqda?

Bu odam yangi tug‘ilgan chaqaloq edi.

13. Qaysi yegulikni pishirish vaqtida qancha tuz solsangiz ham sho‘r bo‘lib ketmaydi?

Qaynatilgan tuxum

14. Bir shifoxonada bemorlar soni qabul qila olish ko‘rsatkichidan oshib keta boshladi. Bemorlarning aksariyati YTH jarohat olgan haydovchilar edi. Bemorlar sonini kamaytirish uchun shahar ma’muriyatihaydovchilarga xavfsizlik kamarini taqishni majburiy qilib qo‘ydi. Vaqt o‘tgach, statistika o‘rganilganda YTH-lar soni kamaymagani, ammo kasalxonaga tushgan bemorlar soni ancha ko‘payganini aniqlandi. Buning sababi nimada?

Chunki xavfsizlik kamari taqilganda YTH’da vafot etadiganlar soni kamaydi, ular jarohat tufayli kasalxonaga tusha boshladi. Oldin esa vafot etishi sababli kasalxonaga tushmasdilar.

15. Bir inson samolyotdan parashyutsiz sakrab, qattiq yerga hech bir jarohat olmasdan tushdi. Ungahech kim yordam bermadi. Buni qanday izohlash mumkin?

U sakragan samolyot hali havoga ko‘tarilmagan edi.

16. Choyga shaker solib qaysi qo‘l bilan aralashtirgan ma’qul?

Qo‘l bilan emas, choyqoshiq bilan aralashtirgan ma’qul.

17. Nima oq bo‘lganda toza xisoblanadi, yashil bo‘lganda tozalash kerak?

Maktab doskasi

18. Jorj Vashington, Sherlok Xolms, Vilyam Shekspir, Lyudvig Van Betxoven, Napoleon Bonapart, Aleksandr Pushkin – ushbu ro‘yxatda kim “ortiqcha”?

Sherlok Xolms. Chunki, qolganlaridan farqli ravishda u to‘qima shaxsdir.

19. Oqila qog‘ozga 86 sonini yozib, dugonasidan “ushbu sonni qog‘ozda hech narsani o‘chirmasdan,bo‘yamasdan va chizmasdan 12 ga oshira olasanmi” deb so‘radi.Dugonasi buni eplay oldi. Qanday qilib?

Qog‘ozni teskari qilish orqali, bunda 86>98 ga aylanadi

20. Yuliy Sezar o‘z qo‘shinlariga qalqon va qilichlarini qimmatbaho narsalar bilan bezatishni buyurgan.Nima uchun?

Shu holda qo‘shinlari o‘z qurol-aslahalarini osonlikcha tashlab qochishmagan.

21. Saudiya Arabistoni mamlakatida nechta daryo o‘rin olgan?

Ushbu mamlakatda 1 ta ham daryo mavjud emas.

22. Balandligi 10 metr keladigan narvondan sakrab, umuman jarohat olmaslik uchun nima qilishkerak?

Narvonning eng quyi pog‘onasidan sakrash kerak.

23. Shoh vaziriga menga nok olma anor keltir – deb buyurdi. Zukko vazir bitta meva keltirdi. Bu qaysimeva edi?

Anor. Chunki shoh nokni olma, anor keltir degan edi.

24. Xonaning qaysi joyiga qalam qo‘yilsa, uning ustidan sakrab o‘tib bo‘lmaydi?

Burchakka

25. Qaysi oyda 28 kun bor?

Barcha 12 oyda 28 kun bor.

26. U sizniki, lekin undan sizdan ko‘ra boshqalar ko‘proq foydalanishadi.

Bu o‘z ismingiz

27. Xomligida iste’mol qilinmaydi, qaynatilganda tashlab yuboriladi.

Lavr yaprog‘i.

28. Kim o‘tirgan holda yuradi?

Shaxmatchi

29. Ko‘p qavatli kiyim kiygan, usti yashil ichi sariq, bolalari qator-qator, pishganda mazali.

Makkajo‘xori

30. Ikki ota va ikki o‘g‘il yo‘lda ketayotib, 3 ta olma topib olishdi. Ularning har biriga bittadan olmategdi. Bu qanday sodir bo‘ldi?

Ular aslida uch kishi: bola, ota va bobo edi.

31. Bir oilada 5 qiz bor ekan. 1- kitob o‘qiyapti, 2- shaxmat o‘ynayapti, 3- ovqat yeyapti, 4- yig‘ishtiryapti,5- nima qilyapti?

Shaxmat o‘ynayapti.

32. Shimoldan janubga qarab elektropoyezd ketmoqda, shamol janubdan shimolga qarab esmoqda.Savol tutun qaysi tarafga qarab ketadi?

Elektropoyezdda tutun bo‘lmaydi.

33. Qanday idishda ovqat yeb bo‘lmaydi?

Bo‘sh idishda.

34. Siz mashinaga o‘tirdingiz va uni haydamoqchisiz, lekin oyoqlaringiz pedallarga yetmayapti. Buholda nima qilish kerak?

Yo‘lovchi o‘rindig‘idan haydovchi o‘rindig‘iga o‘tish kerak.

35. Futbolda “Quruq barg” degan termin bor, qaysi holda ishlatiladi?

Hech kimga tekkizmay gol urilsa

36. U juda qiyinchilik chog‘ida dunyoga keladi. Yoshlik chog‘idayoq uydan chiqib ketadi. Tirik qolishuchun qo‘shiq aytib kun ko‘radi va oz konserti vaqtida joniga qasd qilishadi. Ushbu qahramon vaqotilni toping.

Tulki va bo‘g‘irsoq

37. U savol emas, lekin unga javob berish kerak.

Qo‘ng‘iroq yoki eshik jiringlashi

38. Bir kunda bitta tug‘ruqxonada ikki o‘g‘il farzand dunyoga keldi. Ularning ota-onalari bitta ko‘pqavatli uyda yashashardi. Ikkita bola bitta bog‘chaga, bitta maktabga borishdi, bir sinfda o‘qishdi.Lekin hech qachon bir-birini ko‘rmadi. Bu qanday qilib bo‘lishi mumkin?

Bolalarning ko‘zi ojiz edi.

39. Stolning 4 ta burchagi bor. Uning bir burchagini kesib yuborsak nechta burchak qoladi?

5 ta

40. Shifokorlarning ta’kidlashlaricha, ushbu soha vakillari chap quloqlarining yaxshi eshitmasligidanko‘p shikoyat qilishadi. Ushbu soha vakillarini toping.

Skripkachilar

41. Ikkita soat taqib yuradigan kasb egalari kimlar?

Futbol hakamlari

42. Undan qancha olsangiz, shuncha kattalashib boraveradi. U nima?

Chuqur

43. Tuyaqush o‘zini qush deb atay oladimi?

Yo‘q, chunki u gapira olmaydi.

44. Qanday sharoitda qora mushukka uyga kirish oson bo‘ladi?

Eshik ochiq bo‘lsa

45. It, jirafa, tuya. Bularning qanday umumiy xususiyatlari bor?

Ular qadam olishni chap oyoqdan boshlaydi.

46. Qanday holda 12 sonini teng ikkiga bo‘lsak, 7 chiqadi?

12 soni rim raqamida XII bo‘lganda yarmi VII bo‘ladi.

47. Traktorchining Farhod ismli akasi bor edi, lekin Farhodning ukasi yo‘q edi. Buning sababi qanday?

Traktorchi Farhodning singlisi edi.

48. Qafasda 3 ta quyon bor edi. Uchta qizcha ularga bittadan quyon berishlarini so‘rashdi. Ulargaso‘raganlaridek bittadan quyon berildi. Lekin baribir qafasda bitta quyon qoldi. Buni qandaytushuntirish mumkin?

Qizchalarning biriga quyon qafasi bilan birga berilgan.

49. Bu xarf deyarli dunyoning barcha alfavitlarida 1 xil yozilishi bilan rekord o‘rnatgan. bu qaysi xarf?

O harfi

50. Bir kuni chol ikki nabirasi bilan yo‘lga chiqibdi. Ular yo‘lda ketayotib katta daryoga duch kelibdi.Daryoda qayiq bor ekan. Qayiq esa faqatgina 100 kilogram yukni ko‘tara olarkan. Chol o‘zi 100 kiloekan. Nabiralar esa 50 kilodan ekan. Ular daryoni u betiga o‘tishlari shart. Qanday qilib o‘tib olishmumkin?

Dastlab nabiralar o‘tadi, ulardan biri tushib qolib biri qaytadi. Bu safar bobo narigibetga o‘tadi vau yerdagi nabira qayiqqa o‘tirib bu tarafda qolgan nabira bilan birgao‘tadi.

51. Bir kishi sochini oldirib bo‘lib qancha bo‘ladi dedi. Usta esa g‘aladanda necha so‘m bo‘lsa shunchatashlab 2000 so‘m oling dedi .Keyingi odamga ham shu qaytarildi va 3- odam ham g‘aladanda qanchabo‘lsa shuncha pul tashlab 2000 so‘m olib chiqib ketdi va galadanda pul tugadi. Dastlab g‘aladondanecha so‘m bor bo‘lgan?

1750 bor bo‘lgan. 1- kishi shuncha tashlasa 3500 bo‘ladi, 2000 qaytarib olsa 1500qoladi. 2- kishi1500 tashlasa 3000 bo‘ladi 2000 qaytarib olsa 1000 qoladi. 3- kishi 1000 tashasa2000 bo‘ladi,2000 qaytarib olsa pul qolmaydi.

52. Professor kech soat sakkizda budelnikni 9 ga qo‘yib uyquga yotdi. U necha soat uxlaydi?

1 soat

53. Kichkina, kulranggina, filga o‘xshaydi.

Filning bolasi

54. Qaysi o‘simlik yig‘ib olinganidan so‘ng, uning 90% yoqib yuboriladi, 10% esa tashlab yuboriladi.

Tamaki

55. Merining otasining beshta qizi bor. Ularning ismlari Chacha, Cheche, Chichi, Choch Beshinchi qizining ismi nima bo‘lishi mumkin?

Meri

56. 3 ta archa o‘sardi. Har birida 7 tadan shox mavjud. Har bir shoxda 3 tadan olma meva bor. Barchadaraxtning jami mevalari soni nechta bo‘ladi?

Archada olma nima qilsin

57. Erkak kishi o‘zining bevasining singlisiga uylanishi mumkinmi?

Yo‘q, o‘zi vafot etgan kishi hech kimga uylana olmaydi.

58. Mahmudning 10 ta qo‘yi bor edi. 9 tadan boshqa hamma qo‘ylari o‘lib qoldi. Mahmudning nechtaqo‘yi qoldi?

9 ta

59. Nok osilib turibdi, lekin uni yeb bo‘lmaydi. Lampochka emas.

Begonaning noki

60. Bir vaqtlar Nissa shahrida eng chidamli chekuvchi bo‘yicha konkurs o‘tkazilgandi. Ishtirokchilardan biri ketma-ket 60 dona sigareta chekib, rekord o‘rnatdi, lekin sovrin olmadi. Nega?

U sigaretadan zaxarlanish tufayli vafot etgandi.

61. O‘rdaklar qator bo‘lib suv ichgani ketishayotgan edi. Ulardan biri oldinga qarab 7 ta boshni ortiga qarab 12 ta panjani ko‘rdi. O‘rdaklar nechta?

14 ta. 7 bosh 7 o‘rdak, 12 panja 6 o‘rdak, qaragan o‘rdak bilan xisoblanganda shuncha chiqadi.

62. Juda och qoringa nechta tuxum yeyish mumkin?

1 ta, keyingilari to‘q qoringa yeyiladi.

63. Sen notanish xonaga kirib qolding. U erda benzin va gaz bilan yonadigan chiroqlar bor ekan. Sen birinchi bo‘lib nimani yoqishing kerak?

Gugurt yoki yondirgichni

64. Ota va o‘g‘il avto halokatga uchrashdi. Otasi shu joyning o‘zidayoq halok bo‘ldi, o‘g‘lini esa kasalxonaga yuborishdi. Operasiya vaqtida xirurg bolani ko‘rib: «Voy xudoyim-ey, bu mening o‘g‘lim-ku-deb baqirib yubordi. Shunday ham bo‘lishi mumkinmi?

Ha, bu uning onasi

65. “To‘yingda elak bilan suv tashiy” degan ibora mavjud. Bu mumkinmi?

Mumkin, agar suv muzlatilgan bo‘lsa

66. Yog‘ochni 12 bo‘lakka bo‘lish uchun uni necha marta arralash kerak?

11 marta

67. 1 kg tosh og‘irmi, 1 kg paxta?

Teng

68. 4 ta 4 sonidan turli matematik (qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish, bo‘lish) amallarini bajarib 20 sonini chiqaring.

((4:4)+4)*4

69. Rimliklar sanchqi (vilka) konstruktsiyasiga revolyutsion yangilik kiritishdi. Sanchqilarning barcha keyingi modellari ularning kashyoti varianti qilib yasala boshlandi. Bu kashyotdan oldin sanchqi qanaqa edi?

Bir tishli edi.

70. Qo‘llarda 10 ta barmoq bor. 10 ta qo‘lda nechta barmoq bor?

50 ta

71. Kun vat un nima bilan tugaydi?

N har bilan

72. Uni chap qo‘l bilan ushlasa bo‘ladi, o‘ng qo‘l bilan umuman ushlab bo‘lmaydi.

O‘ng qo‘lning tirsagi

73. Avtobusda 15 yo‘lovchi ketayotgan edi. Birinchi bekatda 3 yo‘lovchi chiqdi, keyingi bekatda 2yo‘lovchi tushib qolib, 4 yo‘lovchi chiqdi, keyingi bekatda 4 yo‘lovchi tushib 7 yo‘lovchi chiqdi, keying bekatda esa 1 yo‘lovchi tushib 6 yo‘lovchi chiqdi. Avtobus necha bekat yurdi?

4 bekat.

74. Yomg‘irda quyon qanday daraxt tagida turishi mumkin?

Ho‘l daraxt

75. 5 ta yigit 1 ta etikda qolishi uchun nima qilish kerak?

Ularning bittadan etigini yechib olish kerak.

76. Bir kishi olmalarni 500 so‘mdan sotib olib, ularni 300 so‘mdan sotardi. Bir muncha vaqt o‘tgach, u kishi millionerga aylandi. Buning sababi nimada?

U kishi avval milliarder edi.

77. 1 dan 100 gacha sonlar orasida nechta 9 bor?

20 ta

78. Ikki kishi daryo sohiliga keldilar. Ularning har ikkisi ham daryoning narigi taraga o‘tishi kerak edi.Sohilda bitta qayiq bo‘lib u faqat bir kishini ko‘tara olardi. Shunga qaramay ular maqsadlariga yetdilar.Ular buni qanday uddalashdi?

Ular daryoning turli sohillarida edilar.

79. 7 ta sham yonib turgan edi. Ulardan 3 tasini o‘chirib qo‘yishdi. Nechta sham qoldi?

3 ta. Chunki, qolganlari yonib tugaydi.

80. Qanday holatda 3 ta yosh bola, 4 ta katta yoshli odam, 1 ta mushuk va 1 ta it bittagina soyabon tagida turib, yomg‘ir ostida nam bo‘lmaydi?

Yomg‘ir yog‘mayotgan bo‘lsa

81. 2+2*2 ning javobi necha bo‘ladi?

6. Matematika qoidalariga ko‘ra avval ko‘paytirish amali bajariladi.

82. Hamma narsani ko‘rayotganingizda uni ko‘ra olmaysiz, hech narsani ko‘rmaganingizda esa uniko‘ra olasiz. U nima?

Qorong‘ulik

83. Qaysi oddiy odam oldida podshohlar ham boshlarini egishgan?

Sartaroshlar oldida.

84. 16 qavatli uyda bir liliput (pakana) odam yashaydi. U har kuni ertalab ishga ketayotib liftda pastga tushib, so‘ng ishga ketadi, ishdan qaytayotganda esa 10- qavatgacha liftda ko‘tarilib, u yog‘iga piyoda ketadi. U nimaga shunday qiladi?

Chunki uning bo‘yi 10- qavat tugmasigacha yetadi xolos.

85. Qaysi oyda odamlar kam gapiradilar?

Fevral oyida. Negaki bu oyda kunlar kam.

86. Ular qanchalik ko‘payib ketsa, vazni shunchalik kamayib boraveradi.

G‘ovak.

87. 100 so‘m pulingiz bor. 100 ta hayvon olishingiz kerak. Mol – 10 so‘m, qo‘y – 3 so‘m, xo‘roz – 50 tiyin. Qaysi hayvonlardan nechtadan olasiz?

Mol 5 ta, qo‘y bitta, xo‘roz 94 ta.

88. Qaysi so‘z har doim xato bo‘lib eshitiladi?

Xato so‘zi

89. Professor do‘stlarini o‘zining maxsus salati bilan mehmon qilishni niyat qildi. Buning uchun unga: 3ta bulg‘or qalampiri va huddi shuncha pomidor, pomidorlardan ko‘ra kamroq, ammo piyozdan ko‘proqbodring kerak bo‘ladi. Professor jami bo‘lib necha dona turli xil sabzavotlar ishlatadi?

9 ta

90. Bola choynak va uning qopqog‘i uchun 11 so‘m pul to‘ladi. Choynakning narxi qopqog‘iga qaraganda 10 so‘m qimmat. Qopqoqning narxi necha pul?

50 tiyin. (50 tiyin + 10 so‘m = choynakning narxi)

91. Men suvman va suv yuzida suzib yuribman. Men kimman?

Muz

92. Dengiz tubida qanday tosh bo‘lmaydi?

Quruq tosh

93. Garchi u yengil bo‘lsa ham nimani 10 daqiqadan ortiq ushlab turib bo‘lmaydi?

Nafasni

94. Uning balandligi ham, eni va bo‘yi ham yo‘q, lekin uni o‘lchasa bo‘ladi. U nima?

Harorat, vaqt.

95. Ko‘rganda quvonamiz, lekin baribir ko‘zimizni olib qochamiz.

Quyosh

96. Cho‘pon karam, qo‘y va bo‘rini olib ketayotgan edi. Oldidan daryo chiqib qoldi. Qarasa sohilda qayiq turibdi, faqat unga cho‘pon o‘zi bilan birga uchta narsadan birini olib o‘tirishi mumkin edi. Cho‘pon qo‘y,karam va bo‘rini sohilni narigi betiga olib o‘tish uchun nima qilishi kerak? (Cho‘pon qarovisiz qolganda bo‘ri qo‘yni, qo‘y esa karamni yeb qo‘yishi mumkin)

Avval cho‘pon o‘zi bilan qo‘yni olib o‘tadi, uni tashlab, qaytib keladi va bo‘rini olib o‘tadi. Bo‘rini qoldirib, qo‘yni yana oldingi sohilga qaytib olib keladi. Endi qo‘yni qoldirib, karamni olib o‘tadi vasohilning narigi betiga

(bo‘ri turgan tomonga) qoldirib keladi. Oxirgi o‘rinda qaytib kelib, nihoyat qo‘yni olib o‘tadi.

97.

Yo‘llari bor, yurib bo‘lmaydi,
yerlari bor – ekib bo‘lmaydi,
yam-yashil o‘tloq bor – yulishni iloji yo‘q,
dengiz, daryo ko‘llari bor, ammo suvi yo‘q.

Bu nima?

Xarita

98. Tuxumni balandlikdan tashlab yuborishdi. U pastga tomon 3 metr tushganda ham yorilmadi. Buning sababi nimada?

Tuxum 10 metr balandlikdan tashlangandi. 3 metr o‘tgach, sinishi uchun yana 7 metr masofa qolgandi.

99. Haydovchi yuk mashinasini haydab ketayotgan edi. Mashinaning yoritgichlari (faralari) o‘chgan,osmonda oy ham ko‘rinmasdi. Shu vaqt yo‘lni bir ayol kesib o‘ta boshladi, lekin haydovchi u ayolniuzoqdan ko‘ra oldi. Haydovchining bunday muvaffaqqiyati nimaga bog‘liq edi?

Chunki o‘sha vaqt kunduzi edi.

100. Yerdan osonlikcha ko‘tarish mumkin,lekin uni uzoqqa otib bo‘lmaydi. Bu nima?

Qush pati

GLOSSARIY (ASOSIY ATAMALAR IZOHI)

Toplamning elementlari - har xil tabiatga ega bo‘lib (odamlar, uylar, kitoblar, geometrik figuralar, sonlar, hayvonlar) to‘plamni tashkil etuvchi ob’yektlar

Bo’sh to’plam - bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam

Toplamlarning umumiy elementlari – ikkita A to’plamga ham B A to’plamga ham tegishli bo‘lgan ob’yekt(lar) , bu to‘plamlar uchun u(lar) umumiy element(lar) hisoblanadi

O‘zaro kesishmaydigan to‘plamlar - umumiy elementlarga ega bo‘lmagan to‘plamlar

Qism to’plam – biror to‘plamning har bir elementi ikkinchi to‘plamning ham elementi bo‘lgan to’plam

Xosmas qism to’plamlar - to‘plamning o‘zi va bo’sh to‘plamlar

Xos qism to’plamlar - to‘plamning o‘zi va bo’sh to‘plamdan tashqari qolgan barcha qism to‘plamlari (agar ular bor bo‘lsa)

Teng to’plamlar - biri kkinchisining qism to’plami bo’lgan ikkita to’plam

Universal to‘plam - qism to‘plamlarini qaralayotgan to‘plam .

To‘plamlarning kesishmasi –to‘plamlarning gar biriga tegishli elementlarnigina o‘z ichiga olgan to’plam.

To‘plamlarning birlashmasi – to‘plamlarning hech bo’maganda bittasiga tegishli elementlardan iborat to’plam

To’ldiruvchi to’plam - biror to‘plamning qism to‘plamga tegishli bo‘lmagan elementlarinigina o‘z ichiga olgan to‘plam/

To‘plamlar ayirmasi - biror to‘plamning ikkinchi to‘plamda yotmagan elementlaridan tashkil topgan to‘plam

To‘plamdagi munosabat - $X \times X$ Dekart ko‘paytmasining har qanday qism to‘plami.

Graf - to‘plamdagi munosabatni ko‘rgazmali tasvirlash uchun nuqtalar strelkalar yordamida tutashtiriladigan chizma.

Sirtmoqlar- grafda boshi va oxiri ustma-ust tushgan strelkalar

Refleksivlik. Agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa, X to‘plamdagi munosabat refleksiv munosabat deyiladi

Simmetrik munosabat-agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, x to‘plamdagi R munosabat **simmetrik munosabat** deyiladi

Antisimmetrik munosabat - Agar x to‘plamning turli x va y elementlari uchun x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabtda bo‘lmasligi kelib chiqsa, x to‘plamdagi R munosabat **antisimmetrik munosabat** deyiladi.

Tranzitiv munosabat Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, X to‘plamdagi R munosabat **tranzitiv munosabat** deyiladi

Tartiblangan to‘plam - agar X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘lsa, u holda bu munosabat tartib munosabati deyiladi. X to‘plam, unda berilgan tartib munosabat bilan birga **tartiblangan to‘plam** deb ataladi

Tartib tushunchasi- matematikada va umuman hayotda ko‘p uchraydi. Bu tushuncha biror X to‘plamda “x y dan keyin keladi” munosabat orqali beriladi. Bu munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘ladi: agar x y dan keyin, y esa z dan kelsa, x z dan keyin keladi va x y dan keyin kelishidan y x dan keyin kelishi kelib chiqmaydi.

Tartib munosabati Agar X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘lsa, u holda bu munosabat **tartib munosabati** deyiladi. X to‘plam, unda berilgan tartib munosabat bilan birga tartiblangan to‘plam deb ataladi

Fikr - chinligi yoki yolg'onligini bir qiymatli aniqlash mumkin bo'lgan har qanday tasdiqlovchi darak gapdir.

Inkor amali - o'zi chin bo'lganda yolg'on, yolg'on bo'lganda esa chin bo'ladigan fikrga aytiladi va fikrning inkori deyiladi. U o'zbek tilidagi « emas» bog'lovchisiga mos keladi.

Kon'yunksiya - A va B fikrlar bir vaqtda chin bo'lgandagina chin bo'ladigan fikrni bildiruvchi fikr bo'lib, uni mantiqiy ko'paytma ham deyiladi. U o'zbek tilidagi « va» bog'lovchisiga mos keladi.

Diz'yunksiya - A va B fikrlarning kamida bittasi chin bo'lgandagina chin bo'ladigan fikrni bildiruvchi fikr bo'lib, uni mantiqiy yig'indi ham deyiladi. U o'zbek tilidagi « yoki» bog'lovchisiga mos keladi.

Implikasiya - A fikr chin, B fikr yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan barcha hollarda chin bo'ladigan fikr A va B larning implikativ bog'lanishidan sodir bo'lgan fikrdir. U o'zbek tilidagi « agar ... bo'lsa, u xolda ... bo'ladi» bog'lovchisiga mos keladi.

A va B mulohazalarning ekvivalensiyasi - bu bir vaqtda chin yoki bir vaqtda yolg'on bo'lganda rost, boshqa holatlarda yolg'on bo'ladigan mulohaza. A va B mulohazalarning ekvivalensiyasi AoB kabi belgilanadi.

DNF- formulaning dizyunktiv normal formalasi.

KNF - formulaning konyunktiv normal formalasi.

MDNF - formulaning mukammal dizyunktiv normal formalasi.

MKNF - formulaning mukammal konyunktiv normal formalasi.

Bul funksiyasi -N to‘plamni *E* to‘plamga akslantiruvchi funksiya.

Superpozitsiya - N to’plamdan f $(x_1, \ldots, xn)$ funksiyani hosil qilish jarayonini superpozitsiya amali deyiladi.

Ekvivaient formuiaiar – bir xil rostlik jadvaliga ega bo‘lgan formulalar

Duaiiik printsipi - berilgan funksiyaga dual bo’lgan funksiyani aniqlash usuli

Yopiq to‘plam - yopilmasi o‘ziga teng bo’lgan Bul funksiyalari to‘plami.

Aksiomatik nazariya – *L* nazariyaning aksiomalari deb ataluvchi formulalar to‘plami ajratilgan bo‘lib, *L* nazariyaning berilgan formulasi aksioma bo‘lish yoki bo‘lmasligini effektiv aniqlash mumkin bo‘lsa.

Mulohaza - agar jumlaga nisbatan u chinmi yoki yolg‘on savoli ma’noga ega bo‘lsa

Formula- $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ mulohazalarni inkor dizyunksiya ,konyunksiya, implikatsiya va ekvivalentsiya mantiqiy amallar vositasi bilan ma'lum tartibda birlashtirib hosil etilgan murakkab mulohaza

Teng kuchli mulohazalar - A va B formulalar berilgan bo'lsin. (1) elementar mulohazalarning har bir qiymatlari satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil bo'lsa,

Tavtologiya- Tarkibidagi elementar mulohazalarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat chin qiymat qabul qiluvchi formula

Idempotentlik qonunlari- $x \wedge x \equiv x$, $x \vee x \equiv x$

Formulaning chinlik to'plami - Berilgan formula tarkibidagi elementar mulohazalarning qiymatlaridan qandaydir tartibda tuzilgan va shu formulaning 1 qiymatiga mos keluvchi barcha kortejlar to'plami

Mantiq - aqliy xulosalar chiqarish qoidalari to'g'risidagi fan

Bajarilmaydigan formula- tarkibidagi elementar mulohaza-larning mumkin bo'lgan barcha qiymatlar satrlarida faqat yo qiymat qabul qiluvchi formula aynan yolg'on (doimo yolg'on) yoki baja-rilmaydigan formula deb ataladi.

Bajariluvchi formula - tarkibidagi elementar mulohazalarning kamida bitta qiymatlar satrida ch qiymat qabul qiluvchi aynan chin bo'lmagan formula bajariluvchi formula deb ataladi.

To'g'ri elementar kon'yunksiya -agar elementar kon'yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to'g'ri elementar kon'yunksiya deb ataladi.

To'g'ri elementar diz'yunksiya - agar elementar diz'yunksiya ifodasida ishtirok etuvchi har bir elementar mulohaza shu ifodada faqat bir marta uchrasa, u holda bu ifoda to'g'ri elementar diz'yunksiya deb ataladi.

Elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar kon'yunksiya- Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar kon'yunksiya ifodasida faqat bir martta qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to'liq elementar kon'yunksiya deb ataladi.

Elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar diz’yunksiya - Agar berilgan elementar mulohazalarning har biri elementar diz’yunksiya ifodasida faqat bir matra qatnashsa, bu ifoda shu elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq elementar diz’yunksiya deb ataladi

Elementar kon’yunksiyasi - Berilgan elementar mulohazalar (o‘zgaruvchilar) yoki ularning inkorlari kon’yunksiyalaridan tashkil topgan formula shu o‘zgaruvchilar elementar kon’yunksiyasi deb ataladi

Elementar diz’yunksiyasi - o‘zgaruvchilar yoki ularning inkorlari diz’yunksiyalaridan tashkil topgan formula esa shu o‘zgaruvchilar elementar diz’yunksiyasi deb ataladi

Mukammal kon’yungtiv normal shakl bu- agar formulaning kon’yungtiv normal hakli ifodasida bir xil elementar diz’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar diz’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.

Mukammal diz’yunktiv normal shakl bu- agar formulaning diz’yunktiv normal shakl ifodasida bir xil elementar kon’yunksiyalar bo‘lmasa va barcha elementar kon’yunksiyalar to‘g‘ri hamda ifodada qatnashuvchi barcha elementar mulohazalarga nisbatan to‘liq bo‘lsa, u holda bu ifoda mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.

To‘liq mukammal kon’yunktiv normal shakl bu- Agar formulaning mukammal kon’yunktiv normal shaki ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar diz’yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal konyunktiv normal shakl to‘liq mukammal kon’yunktiv normal shakl deb ataladi.

To‘liq mukammal diz’yunktiv normal shakl bu- Agar formulaning mukammal diz’yunktiv normal shakli ifodasida qatnashuvchi barcha elementar mulohazalardan tuzish mumkin bo‘lgan barcha elementar kon’yunksiyalar shu ifodada ishtirok etsa, u holda bunday Mukammal diz’yunktiv normal shakl to‘liq mukammal diz’yunktiv normal shakl deb ataladi.

Predikat qismlari- subyekt va predikat

Subyekt bu- mulohazada biror narsa haqida nimadir tasdiqlaydi

Predikat bu-subyektni tasdiqlash

Aynan chin (aynan yolg‘on) predikat - agar M to‘plamdagi $P(x)$ predikat uchun $I_P = M$ ($I_P = \varnothing$) bo‘lsa, aynan chin (aynan yolg‘on) predikat deb ataladi.

Predikatlarning kon'yunksiyasi - berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning kon'yunksiyasi deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi

Predikatning inkori -Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg‘on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$ predikatning inkori deb ataladi

Predikatlarning implikasiyasi - faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg‘on qiymat qabul qilganda yolg‘on qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \rightarrow Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlarning implikasiyasi deb ataladi.

O‘zaro teskari teoremalar- Birining sharti ikkinchisining xulosasi va ikkinchisining sharti birinchisining xulosasi bo‘lgan juft teoremalar o‘zaro teskari teoremalar deb ataladi.

O‘zaro qarama-qarshi teoremalar -Birining sharti va xulosasi ikkinchisining sharti va xulosasi uchun mos ravishda inkorlari bo‘lgan juft teoremalar o‘zaro qarama-qarshi teoremalar deb ataladi.

Sonli algoritmlar -*м*atematik amallar asosiy rolni o‘ynaydigan algoritmlar sonli algoritmlar deb ataladi.

Algoritmning xarakterli xususiyatlari- algoritmning diskretligi, algoritmning determinatsiyalanuvchanligi (aniqlanuvchanligi), algoritm qadamlarining elementarligi, algoritmning ommaviyligi,

ТАРИХИЙ МАЪЛУМОТ

Мантиқ - бу қандай қилиб тўғри фикр юритишга, тўғри ақлий хулосалар чиқаришга ва пировард натижада тўғри мулоҳазалар олишга ўргатадиган фандир. Мантиқ тилда сўзлар, жумлалар ва уларнинг жамланмаси кўринишида ифодаланган тафаккур фикрлаш усулларини ўрганади. Мантиқ фан сифатида эрамизгача IV асрда шаклланган. Формал мантиқнинг яратувчиси қадимги грек олими Аристотель (эрамизача 384–322 йиллар.) ҳисобланади. Бу соҳадаги унинг ишлари кўп вақт давомида мантиқнинг ривожининг якунловчи босқичи деб қаралган.

Математик мантиқ ғоясини биринчи марта очиқ шаклда немис математиги Лейбниц (1646–1716) томонидан илгари сурилган. Аристотел мантиқини алгебралаштириш бўйича биринчи илмий ишлар шотландиялик де Морган (1806–1875) ва инглиз олими Джордж Буль (1815–1864)лар томонидан чоп этилган. Мулоҳазалар ва предикатлар мантиқининининг қатъий аксиоматик баёнини немис математиги ва мантиқчиси Г.Фреге (1848–1925) берган. Математик мантиқ А. Уайтхед (1861–1947) ва Б.Рассел (1862–1970) нинг " Математика асослари" (1910–1913) асарида а сўнгра эса немис математиги Д.Гильберт (1862–1943)нинг ишларида энг олий ривожланиш даражасига етказилди. Математик мантиққа рус математиклари А.А.Марков (кичиги) ва П.С.Новиковлар ҳам катта ҳисса қўшганлар. .

Математик мантиқ усуллари компьютерларни яратишда (мулоҳазалар алгебраси ва буль функциялари – релели-контакт сжхемеларни ишлаб чиқиш учун математик аппарат ҳисобланади) ва улар учун математик таъминотни яратишда (предикатлар мантиқи, алгоритмлар назарияси, эксперт системалар) кенг фойдаланилади.

Ҳозирги замон математик мантиқи иккита асосий бўлимдан иборат, улар мулоҳазалар мантиқи ва уни қамраб олувчи предикатлар мантиқидан иборат.Уларни яратиш учун иккита формал мантиқнинг иккит вариантини ташкил қилувчи иккита ёндашув(тил) мавжуд: мантиқ алгебраси ва мантиқий ҳисоблашлар.

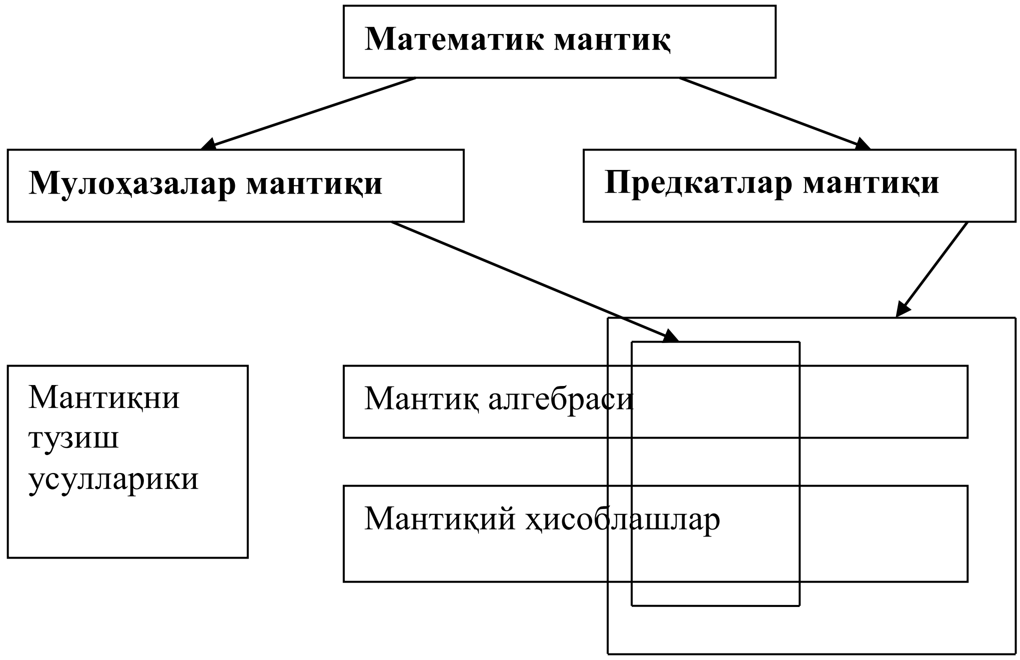


Рис. 1

Мантиқнинг асосий объектлари бўлиб мулоҳазалар ҳисобланади.

Мулоҳаза деб “рост” ёки “ ёлғон” тушунчаларини қўллаш мумкин бўлган жумлага айтилади.

Математик мантиқда мулоҳазалар маъноси маъноси қаралмайди, фақат унинг ростлиги ёки ёлғонлиги аниқланади.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Mendelson E. Introduction to mathematical logic. Sixth edition. New York.Taylor&Francis Group, 2015
2. Kenneth H. Rosen, Discrete mathematics and its applications, 7-edition, The McGraw-Hill Companies, 2012.
3. H.T. To‘rayev, I. Azizov. Matematik mantiq va diskret matematika. 1,2 jild. “Tafakkur-Bo‘stoni”, Toshkent, 2011y.
4. Kasimov N.X., Dadajonov R.N., Ibragimov F.N. Diskret matematika va matematik mantiq asoslari (o‘quv qo‘llanma), T., O‘zbekiston Milliy universiteti, 2016.
5. Matematik mantiq. O’quv-uslubiy majmua. Alisher Navoiy nomidagi Toshkent davlat o’zbek tili va adabiyoti universiteti.Matematika va axborot kommunikatsiya texnologiyalari kafedrasi. Toshkent, 2016.
6. To‘xtasinov M., Diskret matematika va matematik mantiq.-T., Universitet, 2005.
7. To‘rayev X.T., Matematik mantiq va diskret matematika.-T., O‘qituvchi, 2003.
8. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari, T., 2003.
9. Lavrov I.A., Maksimova L.L. Zadachi po teorii mnojestv, matematicheskoy logike i teorii algoritmov. M.: Fiz.-mat. literatura, 1995.
10. Yershov Yu. L., Palyutin Ye. A. Matematicheskaya logika. M.: Nauka, 1987.
11. Варламова Т.П. Формирование логической компетентности у учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике: Автореферат дисс... канд. пед. наук - Красноярск, 2006. -22 с.
12. Высокий Б.Ф. Факультативный курс по изучению понятий логики //Математика в школе. 1977. № 24. С. 48-52.
13. Гетманова А.Д. Занимательная логика для школьников, Ч. 1. - М.: Гуманит.-изд. центр «ВЛАдОС», 1998. -239 с.
14. Гетманова А.Д. Логика: Учебник для педагогических учебных заведений. - б-е изд. - М.: I4КФ Омега-Л; Высшая школа, 2002. - 416 с.
15. Елифантьева С.С. Математическая логика: Учебно-методическое пособие. Ярославль: Издательство ЯГПУ им. К.д. Ушинского, 2004. 32 с.
16. Зубков В.А. Необходимые и достаточные условия в курсе математики средней школы / В сб.: Из опыта преподавания математики в средней школе. - М.: Просвещение, 1979. - С. 100 - 106.
17. Игошин В.И. Математическая логика в системе подготовки учителей математики. - Саратов: Изд-во Слово, 2002. - 240 с.

18.Калужнин А. А. Элементы теории множеств и математической логики в школьном курсе математики - Москва Просвещение1978
19.Калужнин Л.А. Что такое математическая логика. М.: Наука, 1964.
20.Калужнин Л.А. Элементы теории множеств и математической логики в школьном курсе математики. Пособие для учителей. - М., «Просвещение», 1978. - 88 с.
21.Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Введение в математическую логику. М.: МГУ, 1982.
22.Кольман Э.Я., Зих О. Занимательная логика. - М.: «Наука», 1966.
23.Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. - М.: Просвещение, 1968.
24.Кутасов А.Д. Элементы математической логики. Пособие для учащихся 9-10 кл. - М.: Просвещение, 1977. -63 с.
25.Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Наука, 1984.
26.Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. 4-е изд. - М.: Физматлит, 2001. 256 с.
27.Лупанов О.Б. Лекции по математической логике. М.: МГУ, 1970.
28.Математика. 6 класс: Учеб. для общеобразоват. учеб. заведений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, и др.; Под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. - 5-е изд. - М.: Просвещение, 2000.-416с.
29.Математика: Учебник для 6 кл. средн. шк. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. - 3-е изд.- М.: Фирма «Фарминвест» совместно «Русское слово», 1995. - 286 с.
30.Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1971.
31.Никольская И.Л. Математическая логика: Учебник. - М.: Высш. школа, 1981.-127с.
32.Новиков П.С. Элементы математической логики.-М.: Наука, 1959.
33.Перязев Н.А. Основы теории булевых функций. - М.: Физматлит, 2002. 112 с.
34.Успенский В.А. Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики 2-е изд. - М.: Физматлит, 2002. 128 с.
35.Успенский В.А., Верещагин П.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. М.: МГУ, 1991, 2-е изд.- М.: Физматлит, 2002.-128 с.
36.Эдельман С.Л. Математическая логика. М., Высшая школа, 1979.
37.Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.
38.Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 448 с.
39.Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.:1986.

40. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 1975.
41. Мендельсон Э. Введение в математическую логику: Пер. с англ. – М.,1976.
42. Мощенский В.А. Лекции по математической логике. – Минск, 1973.
43. Аристотель. Сочинения: В 4 т. – М., 1976-1981.
44. Бойко А.П. Краткий курс логики. – М., 1995.
45. Ефремов Г.О. Алгебра логики и контактные схемы. – М., 1969.
46. Новиков П.С. Элементы математической логики. – М., 1973.
47. Столл Р.Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории: Пер. с анг. – М.,1966.

Internet saytlari

1. http://epubs.siam.org/sam-bin/dbq/toclist/SIDMA
2. http://www.vsppub.com/journals/jn-DisMatApp.html
3. http://www.uni-bonn.de/logic/world.html
4. http://www.math.uni-bonn.de/people/logic/
5. http://www.math.uu.se/logik/logic-server/
6. @JahongirXakimovich