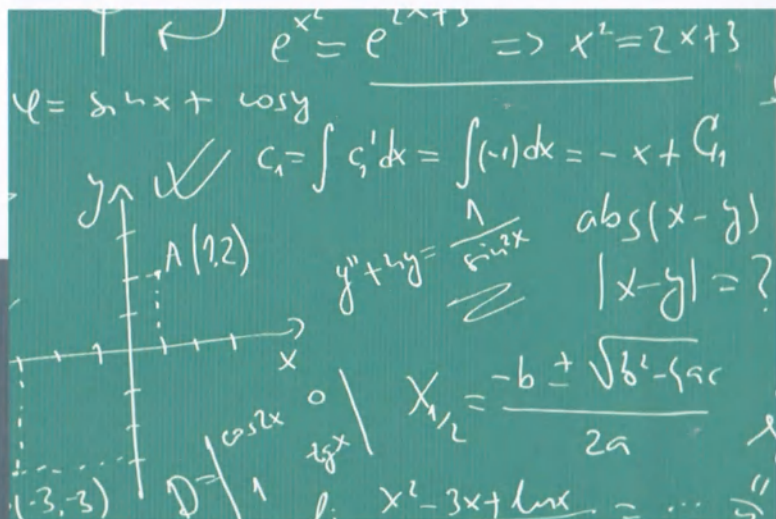


X.Q. Qarshiboyev,  
B.I. Ashurov,  
E.H. Salimov

# IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR



SAMARQAND

**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI**  
**OLIY VA O`RTA MAXSUS TA`LIM VAZIRLIGI**  
**SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI**

**OLIY MATEMATIKA KAFEDRASI**  
**X.Q. Qarshiboyev, B.I. Ashurov, E.H. Salimov**

**IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA**  
**MODELLAR**

**O`quv qo`llanma**

*5230200-Menejment (tarmoqlar va sohalar bo`yicha) ta`lim yo`nalishi*  
*talabalari uchun*

**SAMARQAND-2022**

**UDK: 519.86(075.8)**

**330.4(075.8)**

**Q 22**

**KBK: 22.18ya73**

**65.9ya73**

*X.Q.Qarshiboyev, B.I.Ashurov, E.H.Salimov. "Iqtisodiy matematik usullar va modellar". /O`quv qo`llanma/ - Samarqand, SamISI, «FAN BULOG'I» nashriyoti. 2022 yil - 280 bet.*

**Taqrizchilar:**

N.U.Arabov Samarqand Davlat universiteti "Inson resurslarini boshqarish" kafedrası professori, i.f.d.

Sh.A.Djalilov Samarqand iqtisodiyot va servis instituti "Oliy matematika" kafedrası katta o`qituvchisi.

Mazkur o`quv qo`llanma Samarqand iqtisodiyot va servis instituti o`quv-uslubiy Kengashi tomonidan tasdiqlangan "Iqtisodiy matematik usullar va modellar" fani amaldagi fan dasturiga mos bo`lib, uning asosiy bo`limlarini qamrab olgan. Ushbu o`quv qo`llanmaning har bir paragrafida mavzuga oid tayanch iboralar berilgan bo`lib, ular asosida zaruriy nazariy ma`lumotlar bayon etilgan hamda nazariy bilimlarni qo`llab misol va masalalar yechib ko`rsatilgan.

O`quv qo`llanma 5230200-Menejment (tarmoqlar va sohalar bo`yicha) ta`lim yo`nalishidagi bakalavriatlar ishchi o`quv rejasidagi "Iqtisodiy matematik usullar va modellar" fanini o`zlashtirishga mo`ljallangan bo`lib, undan boshqa ta`lim yo`nalishdagi bakalavriatlar ham foydalanishlari mumkin.

**ISBN: 978-9943-8516-3-4**

© X.Q.Qarshiboyev, B.I.Ashurov, E.H.Salimov 2022.

© «FAN BULOG'I» nashriyoti, 2022.

## KIRISH

Bizga ma'lumki amaliyotda iqtisodni boshqarishning asosiy muammosi aholini tobora o'sib borayotgan ehtiyojlarini to'la-to'kis qondirish uchun ijtimoiy ishlab chiqarishning samaradorligini oshirishdan iboratdir.

Biroq ishlab chiqarishni yuksak suratlarda bilan o'sishi, xo'jalik ichki va tashqi aloqalarining murakkabligi uni boshqarish uchun zarur bo'lgan iqtisodiy axborotlarni yil sayin, kundan-kunga yanada ko'payishi muammosiga olib kelmoqda. Bu esa iqtisodiy imkoniyatlardan to'la foydalanilgan holda ishlab chiqarish va xizmat ko'rsatish uchun eng rasional qarorlar qabul qilish muammosini tug'dirmoqda.

Ana shu qiyinchiliklarni hal etish uchun fan va texnikaning yutuqlaridan, jumladan iqtisodiy matematik modellashtirish vositalari hamda usullaridan yanada oqilona foydalanish zarur. Hozirgi zamon iqtisodiy-matematik usullarini qo'llanilishi axborotlarni juda tez va ko'p variantlarda qayta ishlash, ularni miqdor jihatdan chuqur tahlil qilishga olib kelmoqda. Bu esa iqtisod fanini yuqori pag'onalarga ko'tarish va ishlab chiqarishni rivojlantirishning tayanch nuqtalaridan biri bo'lib hisoblanadi.

Iqtisodiy matematik modellashtirishni va usullarini xalq xo'jaligi va uning tarmoqlarini boshqarishdagi afzalliklaridan biri shundaki, ularni yordamida modellashtiriluvchi obyektga omillarni (faktorlarni) ning ta'sirini, natija ko'rsatgichiga resurslarning o'zaro munosabatlarini ko'rsatish mumkin. Bu esa unlab tarmoqlar va minglab korxonalardan tashkil topgan xalq xo'jaligimizni ilmiy asosda boshqarishga imkon beradi.

Iqtisodiy matematik modellashtirish va usullarini iqtisodiy jarayonlarga tadbiq etish natijasida quyidagilarga erishish mumkin:

- moddiy, mehnat va pul resurslaridan oqilona foydalanish, hamda tejash muammosini yechishga;

- iqtisodiy jarayonlarni faqat chuqur tahlil qilibgina qolmasdan balki ularning yangi, o'rganilmagan qonuniyatlarini ham ochish imkoniyatiga ega bo'lish;

- iqtisodiyotni kelgusidagi rivojlanishini oldindan aytib berish;

- hisoblash ishlarini kompyuterlarda o'tkazish sharoitini tug'dirish asosida iqtisodchi xodimlarni mehnatini ilmiy asosda tashkil etilgan aqliy mehnatga aylantirish;

VASERVIS  
AXBOROT RESURS MARKA

3  
№

66213

- xalq xo`jaligini yuqori iqtisodiy samaraga erishtirish bilan mahsulot ishlab chiqarishni ko`paytirishga imkoniyat yaratish kabilardir.

Amaliyotda iqtisodiyotni rejalashtirishning uch asosiy usuli, ya`ni balansli (muvozanat) usuli, normativ usuli, ekstropolyasiya usullari ko`proq qo`llaniladi. O`z navbatida balans usuli yordamida talab va taklif, jamg`arish va iste`mol, daromad va buromad (xarajat) kabi ko`rsatgichlar o`rtasidagi bog`lanishlar aniqlanadi. Normativ usulida esa alohida ko`rsatgichlarni rejalashtirishni eng ilg`or mehnat xarajatlari, moddiy va pul vositalari sarflarini normalari-me`yorlari asosida amalga oshiriladi. Ekstropolyasiya usuli esa ko`rsatgichlarni ularni rivojlanish qonuniyatlarini hisobga olgan holda rejalashtirishga imkon beradi. Iqtisodiy matematik usullar va modellar esa yuqorida qayd etilgan rejalashtirishning qabul qilingan usullarini imkoniyatlarini oshiradi va kengaytiradi. Birinchi navbatda rejalarni ilmiyligini iqtisodiy qonunlardan to`g`ri foydalanish, barcha imkoniyat va resurslarni hisobga olish hamda fan va texnikani eng yangi yutuqlariga tayanish, qo`llash asosida ta`minlanadi.

Hozirgi zamonda iqtisodga, ishlab chiqarishga qo`yilayotgan yuksak talablarni bajarishda kadrlarning umumiy malakasi odingi o`ringa qo`yilmoqda. Bu yuksak talablar hamma mutaxassislariga ham tegishlidir.

Bunday yuksak vazifalarni har tomonlama kamol topgan, yuksak malakali mutaxassislar amalga oshiradi. Yuksak malakali mutaxassislar tayyorlashda "Iqtisodiy matematik usullar va modellar" fanining katta ahamiyatga ega ekanligi hech kimda shubha tug`dirmasa kerak.

O`quv qo`llanma 12 ta bobdan iborat bo`lib, birinchi va ikkinchi boblarda iqtisodiyotni modernizasiyalash sharoitida fanning ahamiyati, iqtisodiy-matematik modellarning tasnifi, iqtisodiy-matematik modellashtirishning bosqichlari, ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar va ularni ifodalash usullari, ijtimoiy-iqtisodiy tizimlarning iyerarxik tuzilishi, model va modellashtirish jarayonining ma`nosi, iqtisodiy-matematik modellar tasnifi, iqtisodiy-matematik modellashtirish bosqichlari, 3-bobda iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo`llash. Chiziqli dasturlash usulining asosiy masalasini qo`yilishi. Chiziqli dasturlash masalalarining umumiy qo`yilishi, Kasr chiziqli va butun sonli dasturlash, chiziqli dasturlash masalalarining turlari va ularning qo`llanishi, 4-bobda cheklangan resurslarni samarali taqsimlash masalasini yechishda ikkilanganlik nazariyasi. Ikkilanma masalalar. To`g`ri va ikkilanma masalalar va ular yechimlarining

iqtisodiy talqini. Ikkilanma simpleks usul. 5-bobda xomashyo va materiallardan optimal foydalanish modellari. Optimal qirqish masalasi. Korxonani vositalaridan optimal foydalanish masalasi. Korxonada ishlab chiqarish quvvatidan optimal foydalanish masalasi. Texnik materiallardan optimal qirqish modellari. 6-bobda Iqtisodiy sub`ektlar o`rtasida xo`jalik aloqalarini optimallashtirish modellari. Transport masalasi. Transport masalasini iqtisodiy qo`yilishi va turlari. Transport masalasining matritsaviy va matematik modelning tuzilishi. Transport masalasida optimal baholarning qo`llanishi. Ko`p bosqichli transport masalasi. 7-bobda ishlab chiqarishni rivojlantirish va joylashtirish modellari hamda ekspert baholash usullari. Xalq xo`jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va uning turlari. Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari. Ko`p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari. Ekspert baholash usullari. 8- bobda iste`molchi tanlovini modellashtirish. Iste`molchining tanlash erkinligi. Iste`molchi naflik funksiyasini maksimallashtirish. Befarqlik egri chiziqlari va byudjet chegarasi. Nochiziqli (chiziqli bo`lmagan) dasturlash masalasining qo`yilishi. Lagranjning ko`paytuvchilar usuli. Shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usullari. Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo`lmagan dasturlash usullari yordamida yechish. 9-bobda milliy iqtisodiyotning tarmoqlararo balans modeli. Tarmoqlararo balans usulining ahamiyati, mazmuni va vazifalari. Tarmoqlararo hisobot balansining statistik modellari. Tarmoqlararo rejali balansining dinamik modellari. 10-bobda dinamik dasturlashning amaliy masalalari, dinamik dasturlash haqida tushunchalar. Resurslarning optimal taqsimoti, Bellman funksional-ekstremal tenglamasi. Dinamik dasturlash usuli. Iqtisodiyotga oid ba`zi masalalarni dinamik dasturlash usuli yordamida yechish. 11-bobda tovar zaxiralarini boshqarish modellari, tovar zaxiralarini boshqarishning ahamiyati va vazifalari, bir turdagi joriy tovar zaxiralarini boshqarish modellari. Vilson formulasi. Kup turdagi tovar zaxiralarini boshqarishning matematik modellari, sug`urtali tovar zaxiralarini boshqarish modellari. 12-bobda tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usuli, tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulining ahamiyati, qo`llanish sohalari va mo`ljali, tarmoqli grafikni qurishning asosiy qoidalari va elementlari, tarmoqli grafikni asosiy ko`rsatkichlari va ularni hisoblash qoidalari, tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish. 13-bobda bozordagi noaniqlik sharoitida o`yinlar nazariyasi yordamida

qarorlar qabul qilish, o`yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari, to`lov matritsasi. O`yinning bahosi, maksmin va minmaks prinsiplari (qonun qoidalari), o`yinlarni optimal aralash strategiyani qo`llab yechish, o`yinlarni chiziqli programmalashning masalasiga keltirib ikkilangan simpleks usuli bilan yechish bayon etilgan.

Har bir mavzuga oid tayanch iboralar berilgan bo`lib, ular asosida zaruriy nazariy ma`lumotlar bayon etilgan hamda nazariy bilimlarni qo`llab misol va masalalar yechib ko`rsatilgan.

# I-BOB. IQTISODIY JARAYONLARNI MODELLASHTIRISH

## 1.1-§. Iqtisodiy-matematik usullar va modellar fanining predmeti va vazifalari

Hozirgi paytda iqtisodiy fan va amaliyot amaliy matematika yutuqlaridan tobora kengroq foydalanmoqda, ularni ilmiy tadqiqotlar qurolidan murakkab xo`jalik masalalarini samarali hal qilishning muhim vositasiga aylantirmoqda.

Zamonaviy iqtisodiyot nazariyasi ham mikro-, ham makrodarajada tabiiy, zaruriy element sifatida matematik modellar va usullarni o`z ichiga oladi. Matematikadan iqtisodiyotda foydalanish iqtisodiy o`zgaruvchilar va ob`ektlarning eng muhim, ahamiyatli bog`lanishlarini ajratishga va formal tasvirlashga, iqtisodiyot nazariyasining qoidalari, tushunchalari va xulosalarini aniq va lo`nda bayon qilishga imkon beradi.

*Model* — bu shunday moddiy yoki xayolan tasavvur qilinadigan ob`ekt, qaysiki tadqiqot jarayonida haqiqiy ob`ektning o`rnini shunday bosadiki, uni bevosita o`rganish haqiqiy ob`ekt haqida yangi bilimlar beradi. Modellar qurishda tadqiq qilinayotgan hodisani belgilovchi muhim omillar aniqlanadi va qo`yilgan masalani yechish uchun **muhi**m bo`lmagan qismlar chiqarib tashlanadi.

Bir tomondan, modellar oson o`rganiladigan bo`lishi kerak, shuning uchun ular juda murakkab bo`lmasligi kerak — binobarin, ular albatta faqat soddalashtirilgan nusxalar bo`ladi. Biroq, ikkinchi tomondan, modellar o`rganishdan olingan xulosalarni haqiqiy ob`ektlarga ham qo`llash lozim, demak, model o`rganilayotgan haqiqiy ob`ektning muhim tomonlarini aks ettirishi kerak.

*Modellashtirish* deganda modellar qurish, o`rganish va qo`llash jarayoni tushuniladi. Modellashtirish jarayoni quyidagi uch elementni o`z ichiga oladi:

- 1) sub`ekt (tadqiqotchi);
- 2) tadqiqot ob`ekti;
- 3) o`rganuvchi sub`ekt bilan o`rganilayotgan ob`ektning munosabatlarini vositalovchi model.

Ilmiy izlanishlarda modellashtirish qadimgi zamonlardayoq qo`llanila boshlandi va asta-sekin ilmiy bilimlarning qurilish va arxitektura, astronomiya, fizika, ximiya, biologiya va, nihoyat, ijtimoiy fanlar kabi tobora yangi sohalarini qamrab ola boshladi. Birinchi matematik modellar F.Kene (1758 y., iqtisodiy jadval), A.Smit (klassik



makroiqtisodiy model), D.Rikardo (xalqaro savdo modeli) tomonidan ishlatilgan. XX asr zamonaviy fanning amalda barcha sohalarida modellashtirish usuliga katta muvaffaqiyatlar va obro`-e`tibor keltirdi.

Turli iqtisodiy hodisalarni o`rganish uchun ularning *iqtisodiy modellar* deb ataluvchi soddalashtirilgan formal tasvirlaridan foydalaniladi. Iste`mol tanlovi modellari, firma modellari, iqtisodiy o`shish modellari, tovar va moliya bozorlaridagi muvozanat modellari va boshqa ko`p modellar iqtisodiy modellarga misol bo`ladi.

*Iqtisodiy-matematik model* — bu iqtisodiy ob`ektlar yoki jarayonlarni tahlil qilish yoki boshqarish maqsadida ularning matematik tasvirlanishi, ya`ni iqtisodiy masalaning matematik yozuvi. Iqtisodiy ob`ektning matematik modeli — bu uning funksiyalar, tenglamalar, tengsizliklar, mantiqiy munosabatlar, grafiklar majmuasi ko`rinishidagi aks ettirilishi. Bunday aks ettirish o`rganilayotgan ob`ekt elementlarining munosabatlari guruhlarini model elementlarining shunga o`xshash munosabatlariga birlashtiradi.

Iqtisodiy-matematik modellarni amaliyotda qo`llash usullari *iqtisodiy-matematik usullar* deb ataladi. Iqtisodiy-matematik usullar (IMU) iqtisodiyotni o`rganish uchun birlashtirilgan iqtisodiy va matematik fanlarning uyushmasidir. Bu tushuncha fanga XX asrning 60-yillarida akademik V.S.Nemchinov tomonidan kiritilgan. IMU iqtisodiyot, matematika va kibernetikaning tutashishida hosil bo`ldi.

Ekonometrika fanining predmeti:

- makroiqtisodiyot (xalq xo`jaligi) va uning tarmoqlarida kechayotgan iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish asoslarini o`rganish;
- aniq iqtisodiy tizim misolida modellashtirish masalasini qo`yish va iqtisodiy ma`nosini tushunish;
- iqtisodiy masalalarni yechish usullarini, shuningdek kompyuterda hisoblash tajribalarini o`tkazish va ularning natijalarini tahlil qilishni o`rganishdan iborat.

«Ekonometrika fanining vazifalari:

- iqtisodiy jarayonlarning matematik modellarini qurish va ularni yechish usulini tanlash;
- matematik modellarni tahlil qilish asosida iqtisodiy jarayon qonuniyatlari haqidagi bilimlarni chuqurlashtirish;
- makro- va mikroiqtisodiyotda qo`llanilayotgan turli matematik modellarni o`rganishdan iborat.

## 1.2-§. Iqtisodiy-matematik modellar va ularni qurish

Modellashtirish va modellar o'zining turli sohalardagi tadbirlariga qarab, moddiy va abstrakt kabi sinflarga bo'linadi.

*Moddiy modellar* asosan o'rganilayotgan ob'ekt va jarayonni geometrik, fizik, dinamik yoki funksional tavsiflarini ifodalaydi. Masalan, ob'ektning kichiklashtirilgan maketi (masalan, litsey, kollej, universitet) va turli xil fizik, ximik va boshqa xildagi maketlar bunga misol bo'la oladi. Bu modellar yordamida turli xil texnologik jarayonlarni optimal boshqarish, ularni joylashtirish va foydalanish yo'llari o'rganiladi. Umuman olganda, moddiy modellar tajribaviy xarakterga ega bo'lib, texnika fanlarida keng qo'llaniladi.

Ammo moddiy modellashtirishdan iqtisodiy maslalani yechish uchun foydalanishda ma'lum chegaralanishlar mavjud. Masalan, iqtisodiyotni biror sohasini o'rganish bilan butun iqtisodiy ob'ekt haqida xulosa chiqarib bo'lmaydi. Ko'pgina iqtisodiy masalalar uchun esa moddiy modellar yaratish qiyin bo'ladi va ko'p xarajat talab etadi.

*Abstrakt (ideal) modellar* inson tafakkurining mahsuli bo'lib, ular tushunchalar, gipotezalar va turli xil qarashlar sistemasidan iborat. Iqtisodiy tadqiqotlarda, boshqarish sohaslarida, asosan, abstrakt modellashtirishdan foydalaniladi.

Ilmiy bilishda abstrakt modellar ma'lum tillarga asoslangan belgilar majmuidan iborat. O'z navbatida, belgili abstrakt modellar matematik va logic(mantiq) tillar shaklidagi matematik logik modellarni ifodalaydi.

Matematik modellashtirish turli xil tabiatli, ammo bir xil matematik bog'lanishlarni ifodalaydigan voqea va jarayonlarga asoslangan tadqiqot usulidir.

Hozirgi paytda matematik modellashtirish iqtisodiy tadqiqotlarda, amaliy rejalashtirishda va boshqarishda yetakchi o'rin egallab, kompyuterlashtirish bilan chambarchas bog'langan. Iqtisodiy-matematik modellar turli asoslarga ko'ra tasniflanadi.

Amaliy maqsadiga ko'ra iqtisodiy-matematik modellar iqtisodiy jarayonlarning umumiy xususiyatlari va qonuniyatlarini tadqiq qilishda ishlatiladigan *nazariy-analitik modellarga* va tayinli iqtisodiy masalalarni yechishda qo'llaniladigan *amaliy modellar* (iqtisodiy tahlil, bashoratlash, boshqarish modellari)ga bo'linadi.

Iqtisodiy-matematik modellar iqtisodiyotning turli tomonlari (xususan, uning ishlab chiqarish-texnologik, ijtimoiy, hududiy tuzilmalari)ni va uning alohida qismlarini tadqiq qilish uchun mo'ljallanishi mumkin. Modellarini tadqiq qilinayotgan iqtisodiy

jarayonlar va muammolar mazmuni bo'yicha tasniflashda butun iqtisodiyot modellari (*makroiqtisodiy modellar*)ni va uning quyi tizimlari — tarmoqlar, hududlar va hokazolarning modellari, ishlab chiqarish, iste'mol, daromadlarni shakllantirish va taqsimlash, mehnat resurslari, baholarni shakllantirish, moliyaviy aloqalar va shu kabilar modellarining majmualari (*mikroiqtisodiy modellar*)ni ajratib ko'rsatish mumkin.

*Tuzilmaviy modellar* ob'ektlarning ichki tuzilishi, tarkibiy qismlari, ichki parametrlarini, ular orasidagi o'zaro bog'liqliklarni ifodalaydi. Iqtisodiyot miqyosidagi tadqiqotlarda ko'proq tuzilmaviy modellar qo'llaniladi, chunki quyi tizimlarning o'zaro bog'liqliklari rejalashtirish va boshqarish uchun katta ahamiyatga ega. O'ziga xos tuzilmaviy modellar sifatida tarmoqlararo aloqalar modellarini olish mumkin. *Funksional modellar* iqtisodiy boshqarishda keng qo'llaniladi, bunda ob'ektning holati («chiqish»)ga «kirish»ni o'zgartirish yo'li bilan ta'sir ko'rsatiladi. Iste'molchilarning tovar-pul munosabatlari sharoitidagi xatti-harakatlari modeli bunga misol bo'la oladi. Aynan bir ob'ekt bir vaqtning o'zida ham tuzilmaviy, ham funksional model bilan tasvirlanishi mumkin. Masalan, alohida tarmoq tizimini rejalashtirish uchun tuzilmaviy modeldan foydalaniladi, iqtisodiyot miqyosida esa har bir tarmoq funksional model bilan ifodalanishi mumkin.

*Determinirlangan modellar* model o'zgaruvchilari orasidagi qat'iy funksional bog'lanishlar borligini nazarda tutadi. *Stoxastik modellar* tadqiq qilinayotgan ko'rsatkichlarga tasodifiy ta'sirlarning borligiga yo'l qo'yadi hamda ularni tasvirlash uchun ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning vositalaridan foydalanadi.

*Statik modellarda* barcha bog'lanishlar vaqtning tayinli payti yoki davriga tegishlidir. *Dinamik modellar* iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha o'zgarishini tavsiflaydi. Qaralayotgan vaqt davrining uzunligiga qarab bashoratlash va rejalashtirishning qisqa muddatli (bir yilgacha), o'rta muddatli (5 yilgacha), uzoq muddatli (10-15 va undan ko'proq yilgacha) modellari farqlanadi. Iqtisodiy-matematik modellarda vaqtning o'zi yo uzluksiz, yo diskret ravishda o'zgarishi mumkin.

Iqtisodiy jarayonlarning modellari matematik bog'lanishlarning shakli bo'yicha juda xilma-xildir. Ayniqsa tahlil va hisoblashlar uchun eng qulay bo'lib, shu tufayli keng tarqalgan *chiziqli modellar* sinfini ajratib ko'rsatish muhimdir. Chiziqli va *chiziqli bo'lmagan modellar* orasidagi farqlar nafaqat matematik nuqtai nazardan, balki nazariy-iqtisodiy jihatdan ham muhimdir, chunki iqtisodiyotdagi ko'p bog'lanishlar aniq chiziqli bo'lmagan tabiatga ega: ishlab chiqarish

o`sganda resurslardan foydalanish samaradorligi, ishlab chiqarish ko`payganda yoki daromadlar o`sganda aholi talabi va iste`molining o`zgarishi va h.k.

Iqtisodiyot modellari fazoviy omillar va shartlarni o`z ichiga olishiga qarab *fazoviy* va *nuqtaviy* modellar farqlanadi.

Shunday qilib, iqtisodiy-matematik modellarning umumiy tasnifi o`ndan ortiq asosiy belgilarni o`z ichiga oladi. Iqtisodiy-matematik tadqiqotlarning rivojlanishi bilan qo`llanilayotgan modellarni tasniflash muammosi murakkablashadi. Yangi turlar (ayniqsa aralash turlar)dagi modellarning va ularni tasniflash yangi belgilarining paydo bo`lishi bilan bir qatorda har xil turdagi modellarning murakkabroq qurilmalarga birlashishi jarayoni amalga oshadi.

Iqtisodiy-matematik usullardan matematik iqtisodiyotda va ekonometrikada qo`llaniladigan usullarni alohida ajratib ko`rsatish lozim. *Matematik iqtisodiyot* — iqtisodiy fanning iqtisodiy jarayonlar matematik modellarining xossalari va yechimlarini tahlil qilish bilan shug`ullanadigan bo`limidir. Matematik iqtisodiyotda tayinli formal asoslar (chiziqlilik, qavariqlik, monotonlik va shu kabi bog`liqliklar, kattaliklar o`zaro bog`liqligining konkret formulalari)ga asoslangan nazariy modellar tadqiq qilinadi. Matematik iqtisodiyotning vazifasi model yechimining mavjudligi, uning nomanfiyligi, statsionarligi shartlari, boshqa xossalarning borligi haqidagi muammoni o`rganishdir.

*Ekonometrika* — iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlar va o`zaro bog`liqliklarni matematik statistika usullari yordamida tadqiq qiluvchi fan. Bu usullarning asosi — korrelyatsiyaviy-regressiyaviy tahlil. Ekonometrika empirik ma`lumotlarni o`rganish asosida iqtisodiy bog`liqliklar va modellarni statistik baholash va tahlil qilish bilan shug`ullanadi.

### **1.3-§. Iqtisodiy-matematik modellashtirishning bosqichlari**

Modellashtirish jarayonining asosiy bosqichlari turli sohalarda, shu jumladan, iqtisodiyotda ham o`ziga xos xususiyatlarga ega bo`ladi. Iqtisodiy-matematik modellashtirish bitta siklining bosqichlari ketma-ketligi va mazmunini tahlil qilaylik.

***Iqtisodiy muammoning qo`yilishi va uni sifat jihatdan tahlil qilish.*** Bu bosqich modellashtiriladigan ob`ektning eng muhim xususiyatlari va xossalari ajratib, ularni ikkinchi darajalilaridan abstraksiyalashni; ob`ektning tuzilmasi va uning elementlarini bog`lovchi asosiy bog`lanishlarni o`rganishni; ob`ektning holati va

rivojlanishini tushuntiruvchi (hech bo`limganda dastlabki) gipotezalarni shakllantirishni o`z ichiga oladi.

**Matematik modelni qurish.** Bu bosqich iqtisodiy muammoni formallashtirish, uni tayinli matematik bog`lanishlar va munosabatlar (funktsiyalar, tenglamalar, tengsizliklar va h.k.) ko`rinishida ifodalash bosqichidir. Odatda avval matematik modelning asosiy qurilmasi (turi) aniqlanadi, so`ngra bu qurilmaning tarkibiy qismlari (o`zgaruvchilar va parametrlarning konkret ro`yxati, bog`lanishlar shakli) aniqlashtiriladi.

**Modelni matematik tahlil qilish.** Bu bosqichning maqsadi modelning umumiy xossalarini aniqlashdan iborat. Bu yerda tadqiqotning sof matematik usullari qo`llaniladi. Modelning analitik tadqiqotida yechimning mavjudligi, yagonaligi, yechimga qaysi o`zgaruvchilar (noma`lumlar) kirishi mumkinligi, ular orasidagi munosabatlar, bu o`zgaruvchilar qaysi doirada va qanday dastlabki shartlarga bog`liq ravishda o`zgarishi, ularning o`zgarishining yo`nalishlari va shu kabi masalalar oydinlashtiriladi. Modelning analitik tadqiqoti empirik (sonli) tadqiqotiga nisbatan shunisi bilan afzalki, bunda olinayotgan xulosalar model tashqi va ichki parametrlarining har xil tayinli qiymatlarida o`z kuchini saqlaydi.

Shunga qaramay, murakkab iqtisodiy ob`ektlarning modellari juda katta qiyinchilik bilan analitik tadqiqotlarga keltiriladi. Analitik usullar bilan modelning umumiy xossalarini aniqlashning ilojisi bo`lmaydigan hamda modelni soddalashtirish maqsadga muvofiq bo`lmagan natijalarga olib keladigan hollarda tadqiqotning sonli usullariga o`tiladi.

**Dastlabki ma`lumotlarni tayyorlash.** Modellashtirish axborot tizimiga qat`iy talablar qo`yadi. Shu bilan birga axborot olishning haqiqiy imkoniyatlari amalda qo`llash uchun mo`ljallangan modellarning tanlanishini chegaralab qo`yadi. Bunda nafaqat (aniq muddatlarda) axborot tayyorlashning amaldagi imkoniyati, balki tegishli axborot massivlarini tayyorlashning sarf-xarajatlari ham e`tiborga olinadi. Bu sarf-xarajatlar qo`shimcha axborotdan foydalanish samarasidan oshishi kerak emas.

**Sonli yechish.** Bu bosqich masalani sonli yechish uchun algoritmlarni ishlab chiqish, EHMLarda dasturlar tuzish va bevosita hisoblashlar o`tkazishni o`z ichiga oladi. Bu bosqichdagi qiyinchiliklar, birinchi navbatda, iqtisodiy masalalarning katta hajmi, juda katta axborot massivlarini qayta ishlash zaruriyatidan kelib chiqadi.

Sonli usullar bilan o`tkaziladigan tadqiqot analitik tadqiqot natijalarini jiddiy to`ldirishi mumkin, ko`pgina modellar uchun esa u

amalga oshiriladigan birdan-bir tadqiqot bo`ladi. Sonli usullar bilan yechish mumkin bo`lgan iqtisodiy masalalar sinfi analitik tadqiqot qilish mumkin bo`lgan masalalar sinfidan ancha kengroq.

**Sonli natijalar tahlili va ularning tatbiqi.** Siklning bu yakunlovchi bosqichida modellashtirish natijalarining to`g`riligi va to`laligi, ularning amalda qo`llanish darajasi haqida muammo ko`tariladi.

Tekshirishning matematik usullari modellarning noto`g`ri tuzilishini aniqlashi va shu bilan to`g`ri bo`lishi mumkin bo`lgan modellar sinfini toraytiradi. Model vositasida olinadigan nazariy xulosalar va sonli natijalarning formal bo`lmagan tahlili, ularni mavjud bilimlar va haqiqatdagi faktlar bilan solishtirish iqtisodiy masala qo`yilishining, qurilgan matematik modelning, uni axborot bilan va matematik ta`minlashning kamchiliklarini payqashga imkon beradi.

### **Takrorlash va nazorat uchun savollar**

1. Model va iqtisodiy model nima?
2. Iqtisodiy-matematik model nima, modellashtirish deganda nimani tushunasiz va u qanday elementlarni o`z ichiga oladi?
3. Modellashtirishni qo`llashning tarixi haqida nima bilasiz va iqtisodiy-matematik usullar deb nimaga aytiladi?
4. «Iqtisodiy-matematik usullar va modellar» fanining predmeti nimadan iborat?
5. «Iqtisodiy-matematik usullar va modellar» fanining vazifalari nimadan iborat?
6. Nazariy-analitik, amaliy, makroiqtisodiy va mikroiqtisodiy modellar nima?
7. Funksional, tuzilmaviy, determinirlangan va stoxastik modellar nima?
8. Statik, dinamik, chiziqli, chiziqli bo`lmagan, fazoviy va nuqtaviy modellar haqida nima bilasiz?
9. Matematik iqtisodiyotning ekonometrikadan farqi nimada?
10. Modellashtirishning qaysi bosqichlarini bilasiz va modellashtirishning birinchi ikkita bosqichining mohiyati nimada?
11. Modellashtirishning so`nggi to`rtta bosqichi nimaga mo`ljallangan?

## II BOB. IJTIMOYIY-IQTISODIY TIZIMLAR VA ULARNI IFODALASH USULLARI

### 2.1-§. Ijtimoiy-iqtisodiy tizimlarning tuzilishi

Bozor iqtisodiyoti sharoitida iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish o`ziga xos xususiyatlarga ega. Chunki, birinchidan, bozor tavakkalchilik va noaniqlik elementlariga ega; ikkinchidan, resurslarning chegaralanganligi; uchinchidan, ishlab chiqaruvchilar va iste`molchilar o`rtasida raqobatning mavjudligi; to`rtinchidan, iqtisodiy ko`rsatkichlarni istiqboldagi holatini oldindan ko`ra bilish va boshqalar. Iqtisodiy jarayonlar turli xil va bir-biridan aniq bir belgilari bilan farqlanadi.

Ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar murakkab ierarxik tuzilishga ega. Ierarxiya – ko`p bosqichli tizim bo`lib, unda biror bir elementning o`zgarishi butun tizimning o`zgarishiga sabab bo`lishi mumkin.

*“Iqtisodiy-matematik usullar va modellar” fani o`rganishi lozim bo`lgan muammolar:*

- Korxonalar va firmalarda matematik usullarni qo`llash;
- Chegaralangan resurslardan optimal foydalanish;
- Raqobatchi firma va korxonalar strategiyalarining optimallashtirish va muqobillashtirish;
- Iste`molchining xatti-harakati;
- Zaxiralarni optimal boshqarish;
- Ommaviy xizmat ko`rsatish modellarini qo`llash;
- Optimallashtirish masalalari va ikkilanganlik nazariyasi;
- Makroiqtisodiy jarayonlarni modellashtirish;
- Tarmoqlararo balansda agregirlash;
- Noaniqlik va tavakkalchilik sharoitida qaror qabul qilishning matematik modellarini tuzish;
- Tarmoqli modellashtirish;
- Tuzilgan modellarning real jarayonlarga mosligi tekshirish va miqdoriy baholash.

*“Iqtisodiy-matematik usullar va modellar” fani oldida turgan vazifalar:*

- Iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish asoslarini o`rgatish;
- Iqtisodiyot murakkab va ierarxik tuzilishga egaligi, iqtisodiy jarayonlarning mohiyati, mazmuni va xususiyatlarini o`rgatish;
- Mikro- va makro darajadagi iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish tamoyil-larini o`rgatish;
- Korxonalar va firmalarning faoliyat ko`rsatish mexanizmini o`rgatish;

- Korxonalarda o`rganilayotgan har bir jarayonga mos keluvchi iqtisodiy-matematik usullar va modellarni tuzish yo`llarini o`rgatish;

- Korxonalar ma`lumotlari bo`yicha optimizatsion, balans, trend modellarini tuzishni o`rgatish;

- Tanlangan modelni maxsus kompyuter dasturlari asosida echishni o`rgatish;

- Har bir iqtisodiy jarayon va hodisalarning ko`p variantli echimlarini olishni o`rgatish;

- Olingan echimlarni iqtisodiy tahlil qilish va qaror qabul qilishni o`rgatish.

*Iqtisodiy-matematik usullar va modellarning nazariy va amaliy ahamiyati:*

1. Iqtisodiy va tabiiy fanlarni rivojlantirishda etakchi vosita bo`lib xizmat qiladi.

2. Moddiy, mehnat va moliyaviy resurslardan amalda samarali foydalaniladi.

3. Iqtisodiy jarayonlar bo`yicha bashoratlarni amalga oshirish vaqtida ayrim tuzatishlarni kiritish imkoniyatining mavjudligi.

4. Iqtisodiy jarayonlar faqatgina chuqur tahlil qilinihgina qolmasdan, balki ularning yangi o`rganilmagan qonuniyatlarini ham ochish imkoniyati yaratiladi.

5. Murakkab hisoblash ishlarini kompyuterlashtirish va avtomatlashtirishni osonlashtirish bilan birga, aqliy mehnat engillashtiriladi, boshqaruv va iqtisodiy soha xodimlarining mehnatini ilmiy asosda tashkil etishga va boshqarishga yordam beradi.

“Iqtisodiy-matematik usullar va modellar” fani o`z ichiga maxsus fanlar tizimidan iborat bo`lgan quyidagi tushuncha va qoidalarni oladi:

- Iqtisodiy jarayonlarda ob`ektiv va sub`ektiv omillar ta`sirini, ularning o`zaro bog`lanishlarini o`rganish;

- Biznes-rejalarini ilmiy asoslash va ularni bajarilishini ob`ektiv baholash;

- Iqtisodiyotga ta`sir etuvchi ijobiy va salbiy omillarni izlab topish va ularning ta`sirini miqdoriy baholash;

- Ishlab chiqarishni rivojlantirishdagi tendensiyalarini va nisbatlarni, foydalanilmayotgan ichki imkoniyatlarning zaxiralarini aniqlash va ochib berish;

- Ilg`or tajribalarni umumlashtirish, optimal boshqaruv qarorlarini qabul qilish.



Kuzatilayotgan ob`ektlarni chuqur va har tomonlama o`rganish maqsadida tabiatda va jamiyatda ro`y beradigan jarayonlarning modellari yaratiladi. Buning uchun ob`ektlar hamda ularni xossalari kuzatiladi va ular to`g`risida dastlabki tushunchalar hosil bo`ladi. Bu tushunchalar oddiy so`zlashuv tilida, turli rasmlar, sxemalar, belgilar, grafiklar orqali ifodalanishi mumkin. Ushbu tushunchalar **model** deb aytiladi.

Model so`zi lotincha *modulus* so`zidan olingan bo`lib, o`lchov, me`yor degan ma`noni anglatadi.

Keng ma`noda model biror ob`ektning yoki ob`ektlar sistemasini namunasidir. Model tushunchasi biologiya, meditsina, fizika va boshqa fanlarda ham qo`llaniladi.

Jamiyatdagi va iqtisodiyotdagi ob`ektlarni matematik modellar yordamida kuzatish mumkin. Bu tushuncha **modellashtirish** deyiladi.

**Iqtisodiy model** - iqtisodiy ob`ektlarning soddalashtirilgan nusxasidir. Bunda modelning hayotiyliigi, uning modellashtiriladigan ob`ektga aynan mos kelishi muhim ahamiyatga egadir. Lekin yagona modelda o`rganilayotgan ob`ektning hamma tomonini aks ettirish mumkin emas. SHunda jarayonning eng xarakterli va eng muhim belgilari aks ettiriladi.

Modellashtirishning universal usul sifatida boshqa usullarga qaraganda afzalliklari mavjud. Ushbu afzalliklar esa quyidagilardan iborat:

I. Avvalo, modellashtirish katta va murakkab sistemani oddiy model yordamida ifodalashga imkoniyat beradi. Masalan, xalq xo`jaligi bu o`ta murakkab sistemadir. Uni oddiy qora yashik sxemasi orqali ifodalash mumkin.

II. Model tuzilishi bilan kuzatuvchiga eksperimentlar qilish uchun keng maydon tug`iladi. Modelning parametrlarini bir necha marta o`zgartirib, ob`ektning faoliyatini eng optimal holatini aniqlab, undan keyin hayotda qo`llash mumkin. Real ob`ektlar ustida eksperiment qilish ko`plab xatolarga va katta xarajatlarga olib kelishi mumkin.

III. Model, noshakl sistemani, matematik formulalar yordamida shakllantirishga imkoniyat beradi va EHMLar yordamida sistemani boshqarishga yordam beradi.

IV. Modellashtirish o`rganish va bilish jarayonini kengaytiradi. Model hosil qilish uchun ob`ekt har tomonlama o`rganiladi, tahlil qilinadi. Model tuzilganidan so`ng, uning yordamida ob`ekt to`g`risida yangi ma`lumotlar olish mumkin. Shunday qilib, ob`ekt to`g`risidagi bilish jarayoni to`xtovsiz jarayonga aylanadi.

Modellashtirish jarayoni va bosqichlari tavsifi.

1-bosqich. Iqtisodiy muammoning qo'yilishi va uning nazariy sifat jihatdan tahlili.

2-bosqich. Tuzilgan iqtisodiy-matematik modelning matematik tahlili.

3-bosqich. Iqtisodiy-matematik modelni tuzish.

4-bosqich. Modellashtirilayotgan ob'ekt bo'yicha iqtisodiy ma'lumotlarni tayyorlash.

5-bosqich. Masalani Yechish algoritmini tuzish, kompyuter dasturlari-ni tayyorlash va ular asosida masalani hisoblash, echimini olish.

6-bosqich. Masalani echimining miqdoriy tahlili va uning amalda qo'llanilishi.

#### Nazorat uchun savollar

1. Iqtisodiyotning qaysi sohalarida iqtisodiy-matematik modellashtirish usullaridan foydalanish mumkin?

2. Model deb nimaga aytiladi?

3. Modellashtirish deganda nimanı tushunasiz?

4. Modellashtirish jarayonida bir bosqichdan boshqa bosqichga o'tish mumkinmi?

5. Korxonalar va firmalarning joriy holatini tahlil qilishda qaysi usullar foydali hisoblanadi?

6. Agar yirik va murakkab iqtisodiy tizim tadqiq etilayotgan bo'lsa, u holda jarayonlarni modellashtirishda bir xil usul va modellardan foydalanish maqsadga muvofiqmi? Fikrlaringizni asoslab bering.

7. Firmalar va korxonalar ishlab chiqarish faoliyatini modellashtirishda asosan nimalarga e'tibor berish kerak?

Quyidagi holatni asoslab bering. Turli xil mahsulot ishlab chiqarishga asoslangan korxonada asosiy resurslardan biri taqchil. Korxonada mahsulot ishlab chiqarishni davom ettirish uchun qanday strategiyani tanlashi kerak. Fikringizni asoslab bering.



### III BOB. IQTISODOY JARAYONLARDA OPTIMALLASHTIRISH USULLARINI QO`LLASH

#### 3.1-§. Maxsus iqtisodiy-matematik usullar va bozor iqtisodiyoti sharoitida modellashtirish

*Bozor iqtisodiyoti sharoitida iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishning o`ziga xos xususiyatlari:*

- bozor tavakkalchilik va noaniqlik elementlariga ega;
- resurslarning chegaralanganligi va alternativ xarajatlar;
- ishlab chiqaruvchilar va iste`molchilar o`rtasida raqobatning mavjudligi;

- iqtisodiy ko`rsatkichlarni istiqboldagi holatini oldindan ko`ra bilish;

- bozorda assimetrik axborotning mavjudligi.

*Asosiy iqtisodiy-matematik usullar:*

a) *Matematik statistika usullari:*

- dispersion tahlil;
- korrelyasion tahlil;
- regression tahlil;
- omilli tahlil.

b) *Ekonometrik usullar:*

- iqtisodiy o`shish nazariyasi;
- tarmoqlararo balans;
- ishlab chiqarish funksiyasi;
- talab va taklif tahlili.

v) *Optimal dasturlash usullari:*

- Chiziqli dasturlash;
- Chiziqsiz dasturlash;
- stoxastik dasturlash;
- dinamik dasturlash.

g) *Bozor iqtisodiyotiga taalluqli usullar:*

- erkin raqobat;
- ishlab chiqarish sikli modeli;
- firmalarga taalluqli modellar.

d) *Iqtisodiy tizimni eksperimental o`rganish usullari:*

- imitatsion;
- ishbilarmonlik o`yinlari;
- ssenariylarni o`tkazish.

Model - *tor ma`noda* – o`rganilayotgan obyektning, jarayonning

yoki hodisaning muhim xususiyatlarini, xossalarini aks ettiruvchi yordamchi obyekt; *keng ma'noda* – biror obyektni yoki obyektlar tizimining namunasi.

Modellashtirish usullari yordamida tuziladigan barcha modellarni 2 turga bo'lish mumkin: Moddiy modellar va ideal modellar.

*Moddiy modellar* real obyektlarni tabiiy va sun'iy materiallar yordamida aks ettiradi: mel bilan doskada, karton bilan maket tuzish, qalam bilan formula yozish, metallardan aviamodel yasash.

*Ideal modellar* odamni fikrlash jarayoni bilan chambarchas bog'langanidir. Bunday modellar bilan operatsiyalar miyada amalga oshiriladi.

Iqtisodiyotda eng keng qo'llaniladigan modellardan biri - bu *iqtisodiy-matematik modellar*. *Matematik modellashtirish* - iqtisodiy jarayonlarni tenglamalar, tengsizliklar, funksional, logik sxemalar orqali ifodalash deb tushuniladi.

Matematik modellashtirish keng ma'noda o'z tabiatiga ko'ra turli, lekin o'xshash matematik bog'lanishlar bilan tasvirlanuvchi jarayonlar o'rganuvchi tekshirish va izlanishlar usulidir.

Iqtisodiy-matematik modellar o'z o'rnida funksional va strukturali bo'lishi mumkin.

*Funksional modellar* kirish va chiqish parametrlarini bog'lanish funksiyalarini aks ettiradilar.

*Strukturali modellar* murakkabroq bo'lib, tizimni ichki strukturasi ifodalab, ichki aloqalarni aks ettiradi.

Modellar statik va dinamik, chiziqli va chiziqsiz, determinatsion va stoxastik bo'lishi mumkin

Statik modellarda iqtisodiy jarayonlar va ko'rsatkichlarning ma'lum bir vaqtdagi holati o'rganiladi.

Dinamik modellarda esa iqtisodiy ko'rsatkichlarning vaqt davomida qanday o'zgarishi kuzatiladi va ularga qaysi omillar ta'sir etishi o'rganiladi.

Chiziqli modellarda maqsad mezoni chiziqli funksiya ko'rinishda bo'lad, uning ekstremal qiymatlari orasidagi munosabat chiziqli tenglamalar va tengsizliklar orqali ifodalanadi.

Chiziqsiz modellarda - maqsad funksiyasi va yechimi orasidagi munosabatlar chiziqsiz ko'rinishda ifodalanadi. O'z navbatida chiziqsiz dasturlash quyidagi turlarga bo'linadi:

Qavariq dasturlash - echilayotgan masala qavariq to'plamida berilgan bo'lib, maqsad funksiyasi qavariq shaklda berilishi mumkin.

Kvadratik dasturlash - maqsad funksiyasi kvadratik shaklda ifodalanib, chegaraviy shartlar chiziqli tenglamalar va tengsizliklar ko`rinishida beriladi.

Butun sonli dasturlash - izlanayotgan o`zgaruvchilarga nisbatan butunlik shartda kiritiladi.

Dinamik dasturlash - ekstremal masalaning yechimi bir necha bosqichlardan iborat bo`lib, har bir oldingi bosqichning yechimi keyingi bosqichlar uchun boshlang`ich ma`lumotlar sifatida foydalaniladi.

Optimal modellar ishlab chiqarishni tashkil qilishning optimal variantini topishga xizmat qiladi. Boshqacha qilib aytganda, ular optimallik mezonlari bo`yicha maqsad funksiyasiga maksimal yoki minimal qiymat bera oladi.

*Optimallashtiruvchi modellari ikki qismdan iborat:*

1. *Cheklanishlar sistemalari* yoki iqtisodiy sistema o`zgarishini shart-sharoitlari;

2. *Optimallik mezoni (maqsad funksiyasi)*. Bu mezon iqtisodiy sistema mumkin bo`lgan holatining samaradorlik darajasini aniqlash, taqqoslash va undan eng qulayini tanlash uchun ishlatiladi.

Agar maqsad funksiya musbat iqtisodiy omilni ifodalasa (masalan, foyda yoki daromad), u holda maqsad funksiyaning maksimum qiymati izlanadi, xarajatlarni kamaytirish masalalarida esa maqsad funksiyaning minimumini izlash kerak bo`ladi.

Noma`lumlarning sonli qiymatlari to`plamini masalaning rejasi deyiladi. Cheklanishlar sistemasini qanoatlantiruvchi har qanday reja mumkin bo`lgan reja deyiladi. Maqsad funksiyaga maksimum (yoki minimum) qiymat bera oladigan mumkin bo`lgan reja, optimal reja deyiladi.

Agar maqsad funksiya hamda cheklanishlar sistemasiga kiradigan noma`lumlarga nisbatan Chiziqli bo`lsa, u holda Chiziqli dasturlash deyiladi. Agar maqsad funksiya yoki cheklanishlar sistemasi Chiziqsiz ifodalardan tashkil topsa, u holda Chiziqsiz dasturlash deyiladi.

Optimal dasturlash masalasining kanonik ko`rinishdagi iqtisodiy-matematik modeli Har bitta ishlab chiqarish jarayonini matematik formulasi bilan yozib chiqish mumkin. Masalan, bir nechta tarmoqlarda ( $j=1,2,\dots,n$ ) korxonalar bor. ( $i=1,2,\dots,m$ ). Ularning har biri turli xildagi mahsulotlar ishlab chiqaradilar  $x_{ij}$ . Mahsulotdan oladigan daromadni  $c_{ij}$  bilan belgilaymiz. Undan keyin yalpi daromad  $c_{ij} \cdot x_{ij}$  teng bo`ladi. U daromadni albatta iloji boricha ko`p olish kerak. Ya`ni  $C_{ij} X_{ij} \rightarrow \max$

intilishi lozim.

Buning maqsad funksiyasi:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

Bu maqsadga yetish uchun bir nechta shartlar bajarilish kerak, ya'ni:

1) ishlatiladigan resurslar korxonada resurslarni bor zahirasidan ko'p bo'lishi kerak emas.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i,$$

Bu yerda  $a_{ij}$  - har bitta mahsulotga  $i$ -korxonadan  $j$ -tarmoqda ketadigan harajat normativlari.

2) O'zgaruvchilarning nomanfiylik sharti:

$$x_{ij} \geq 0.$$

Bularni hisobga olib, ushbu chiziqli dasturlash usulining umumiy masalasini yozib chiqamiz:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min(\max)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Chiziqli dasturlashning umumiy masalasi ikkita usul yordamida hal etilishi mumkin. Bularan birinchisi - simpleks usuli yoki rejani ketma-ket yaxshilash usulidir.

Ikkinchi usul - bu taqsimlash usulidir. Chiziqli dasturlashning bu usuli bajaradigan asosiy vazifa - transport masalasini bo'lib hisoblanadi. Taqsimlash usuli yuk tashishni samarali tashkil etishda qo'llanilgan, keyingi mavzularda bu masalani transport masalasi sifatida ko'rib chiqamiz.

Agar noma'lum o'zgaruvchilar  $m$  shartlar tengsizliklarga  $n$  teng bo'lsa, unda masalaning bitta optimal yechimi bor.

Ko'pincha  $m < n$  tenglamalar tizim ko'riladi. Unda masalaning bir nechta yechimi bor. Bizning asosiy vazifamiz - bir nechta yechimdan optimal yechimini topish.

Chiziqli dasturlash matematikaning yangi bir tarmog'i bo'lib, u ko'p variantli yechimga ega bo'lgan iqtisodiy masalalarning eng yaxshi (optimal) yechimini topishga oid ish ko'radi.

Matematik til bilan aytganda chiziqli dasturlash noma`lumlarga chiziqli cheklashlar (chegaraviy shartlar) qo`yilgan chiziqli funksiyaning ekstrimal qiymatini topish usullarini urganuvchi fandir. Shunday qilib chiziqli dasturlash masalalari funksiyaning shartli ekstremumini topish masalalaridan iboratdir.

Umumiy holda chiziqli dasturlash masalasi bunday ta`riflanadi. Ushbu

$$\begin{cases} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \varphi_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

chiziqli cheklashlarda

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

Chiziqli funksiyaning ekstrimum qiymatlari topilsin. Bu yerda  $y$  funksiya chiziqli bo`lganligi sababli, umumiy holda  $\frac{\partial y}{\partial x_j} \neq 0$  bo`ladi.

Demak (1) shartlarni qanoatlantiruvchi sohaning ichki nuqtalarida funksiya ekstremum qiymatga erishmaydi. Funksiyaga ekstremum qiymat beruvch nuqta bu soxaning chetida yotadi. Shu sababli funksiyaning (1) shartli cheklashlaridagi ekstremum qiymatni topish uchun matematik analiz ko`rsidagi funksiyaning shartsiz ekstremum qiymatini topish usullaridan farq qiluvchi maxsus usullar ishlatilishni talab qilinadi. Chiziqli dasturlash bulimi ana Shunday usullarni o`rganadi.

### 3.2-§. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning geometrik usuli

Chiziqli dasturlash masalasini geometrik usulda yechish uni geometrik tasvirlashga asoslangan. Berilgan chiziqli programmalash masalasini yechish uchun grafik usulini Ikki o`lchovli fazoda qo`llashni ko`rib chiqamiz.

Ikki o`lchovli fazoda berilgan quyidagi chiziqli programmalash masalasini keltiramiz:

#### 1-misol.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ y_{max} = 2x_1 - 5x_2 \end{cases}$$

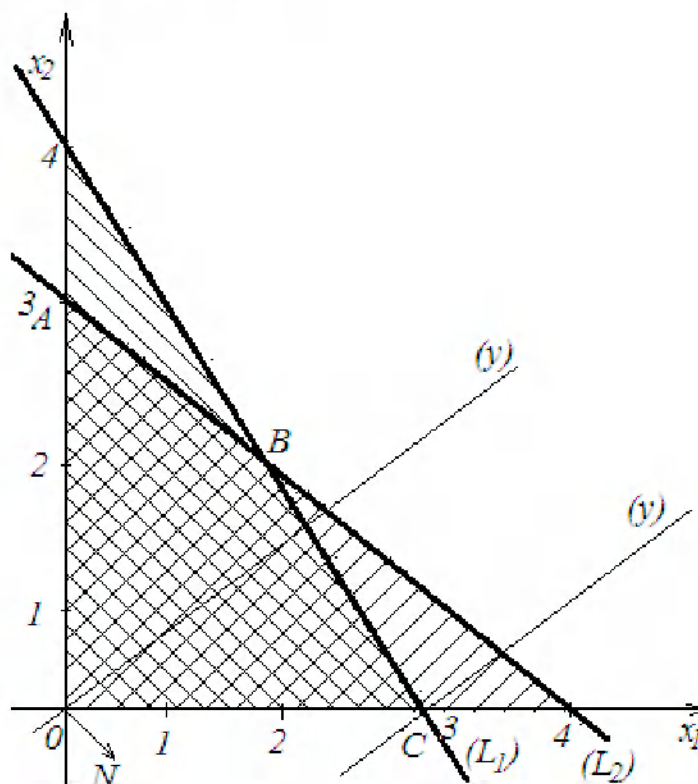
**Yechish:** yechimlardan tashkil topgan qavariq ko`pburchakni yasash uchun koordinatalar sistemasida

$$4x_1 + 3x_2 = 12, (L_1)$$

$$3x_1 + 4x_2 = 12, (L_2)$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0$$

chiziqlarni yasaymiz (1-chizma).



3.2.1-chizma.

Berilgan tengsizliklarni qanoatlantiruvchi yechim shtrixlangan  $OABC$  ko`pburchakni tashkil qiladi. Endi koordinatalar boshidan  $N = (2; -5)$  vektorni yasaymiz va unga perpendikulyar bolgan to`g`ri chiziq o`tkazamiz. Bu to`g`ri chiziq

$$2x_1 - 5x_2 = const$$

tenglama orqali ifodalanadi. Uni  $N$  vektor yo`nalishida o`ziga parallel siljitib boramiz. Natijada chizikli funksiyaga maksimal qiymat beruvch  $C = (3; 0)$  nuqtani topamiz bu nuqtani koordinatalari  $x_1 = 3, x_2 = 0$  masalaning optimal yechimi bo`ladi va

$$y_{max} = 2 * 3 - 5 * 0 = 6.$$

bo`ladi.

### 3.3-§. Chizikli programmalash masalasini yechishda Simpleks usuli



Simpleks metod yordamida chiziqli programmalashning ko'pgina masalalarini yechish mumkin. Bu metod yordamida yechish mumkin bo'lgan masalalarni chekli qadamlar natijasida optimal yechimlarni topish oson. Har bir qadamda Shunday mumkin bo'lgan yechimlarni topish kerakki maqsadli funktsiyaning qiymati oldingi qadamdagi qiymatidan katta bo'lsin. Bu jarayon maqsadli funktsiya optimal yechimga ega bo'lguncha davom ettiriladi.

Simpleks metodni tushuntirish uchun quyidagi ko'rinishdagi masalani ko'rib chiqaylik.

**Masala:**

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (3)$$

maqsadli funktsiyaning quyidagi tengsizliklar sohasida

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m, \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

manfiy bo'lmagan Shunday  $x_1 = \alpha_1, x_2 = \alpha_2, \dots, x_n = \alpha_n$  yechimlari topilsinki maqsadli funktsiya  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  eng katta (maksimum) qiymatga ega bo'lsin.

Bu masalani yechish uchun (4) chiziqli tengsizliklar sistemasiga Shunday  $y_1, y_2, \dots, y_m$  manfiy bo'lmagan bazisli o'zgaruvchilarni mos ravishda qo'shib (4) -chi sistemaga ekvivalent bo'lgan sistemani hosil qilamiz.

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2 = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + y_m = b_m, \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

U vaqtda maqsadli funktsiya quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + 0 \cdot y_1 + \dots + 0 \cdot y_m \quad (6)$$

Bu masalada  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$  deb olib birinchi mumkin bo'lgan yechimlar to'plamini topamiz.

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = b_1, x_1 = 0 \\ y_2 = b_2, x_2 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ y_m = b_m, x_n = 0 \end{array} \right\}$$

Chiziqli maqsadli funksiyaning yuqoridagi yechimlar to'plamiga mos bo'lgan qiymatini topamiz.

$$F(0,0,\dots,0,b_1,b_2,\dots,b_m) = c_1 \cdot 0 + c_2 \cdot 0 + \dots + c_n \cdot 0 + 0 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + \dots + 0 \cdot b_m = 0$$

Maqsadli funksiyaning qiymatini maksimum (minimum) qiymatga ega yoki ega emasligini tekshiramiz. Agar  $F$  maksimum (minimum) ga ega bo'lmasa, u vaqtda qo'shimcha o'zgaruvchilardan bir nechtasini asosiy o'zgaruvchilar safiga o'tkazishimiz va yangi o'zgaruvchilar bilan yuqoridagi kabi ish olib boramiz. Lekin ko'p adabiyotlarda ko'rsatilganki bu jarayon uzilishga ega, ya'ni yechimga ega yoki ega emas. Endi simpleks jadvallar tuzishga o'tamiz. Buning uchun quyidagicha jadval tuzib olib boramiz:

1. Jadvalning eng yuqoridagi  $m + 1$  satriga maqsadli funksiyaning koeffitsentlarini joylashtiramiz va bu satrga maqsadli satr deb ataymiz.

2. Jadvalning yuqoridagi 2-chi satriga o'zgaruvchilar satri deyiladi. Bu satrga  $x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m$  -larni joylashtiramiz.

3.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  larning sistemadagi koeffitsentlari asosiy qismni (asosiy matritsa) tashkil qiladi.  $u_1, u_2, \dots, u_m$  o'zgaruvchilarning sistemadagi koeffitsentlari esa bosh diagonal bo'yicha yozilib, birlik matritsani tashkil etadi.

4. Jadvalning oxirgi satrini indekslar satri deb ataymiz va bu satr kattaliklarini maqsadli funksiya qatnashuvchi koeffitsentlarni teskari ishora bilan olib yozamiz. Natijada quyidagi jadval hosil bo'ladi.

Dastlabki berilganlarning asosiy jadvaliga asoslanib birinchi simpleks jadvalni tuzamiz.

$m + 1$	III	II	I	$c_1$	$c_2$	...	$c_n$	0	0	...	0	Maksadli satr
				$x_1$	$x_2$	...	$x_n$	$u_1$	$u_2$	...	$u_m$	O'zgaruvchilar satri
1	0	$y_1$	$b_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$	1	0	...	0	
2	0	$y_2$	$b_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$	0	1	...	0	

:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	Birlik matritsa
$m$	0	$y_m$	$b_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$	0	0	...	1	
indeks satri	Maq sad ustun	o`zgar uvchila r ustuni	o`zg arma slar ustu ni	$-c_1$	$-c_2$	...	$-c_n$	0	0	...	0	

Dastlabki berilganlarning asosiy jadvalini tahlil qilamiz.

Indeks satri tahlil qilganda satr elementlarining musbat va manfiyligiga etibor beramiz. Agar indeks satr elementlarining hammasi musbat bo`lsa, u vaqtda mumkin bo`lgan yechimlar to`plamini o`zgartirib bo`lmaydi va yechimlar to`plami optimal yechim bo`ladi.

Faraz qilaylikki, indeks satri elementlarining ichida bir necha manfiy va musbat sonlar bor, u vaqtda manfiy sonlar ichidan eng kichigini tanlab olamiz (absolyut qiymati bo`yicha eng kattasini).

Faraz qilaylikki bu son  $-c_2$  ga teng bo`lsin.  $-C_2$  ni (jadvalga qarang) kora to`rtburchak ichiga olamiz va  $-C_2$  joylashgan ustunni kalitli ustun deb ataymiz.

Bu yerda shuni ham aytish kerakki, agar bordiyu indeks satrida bir-biriga teng birorta kichik manfiy sonlar bo`lsa, u vaqtda chap tomondan boshlab birinchi katakdagi manfiy sonni tanlaymiz.

Kalitli satrni topish uchun, o`zgarmaslar ustunidagi sonlarni mos ravishda kalitli ustundagi musbat sonlarga (0-dan farqli) bo`lib ularning ichidan eng kichigini tanlab olamiz. Faraz qilaylikki bu son  $\frac{b_1}{a_{12}}$  bo`lsin, ya`ni

$$K = \min \left\{ \frac{b_1}{a_{12}}, \frac{b_2}{a_{22}}, \dots, \frac{b_m}{a_{m2}} \right\} = \frac{b_1}{a_{12}}$$

$\frac{b_1}{a_{12}}$  joylashgan satrga kalitli satr deymiz. Kalitli satrni ham qora chiziq bilan chizilgan to`rtburchak ichiga olamiz. Kalitli ustun bilan kalitli satr kesishgan katakda turgan songa kalitli son deyiladi. Dastlab berilganlar jadvalini oxirgi ustunga tekshirish ustunidagi har bir son o`zgarmaslar ustunidan boshlab satr kataklardagi sonlar yig`indisiga ( $S_i \ i = \overline{1, m}$ ) tengdir.

Shuni ham aytish kerakki, tekshirish ustunidagi sonlar kalitli ustunni(satrn) topishda qo`llanilmaydi.

Natijada birinchi simpleks jadval hosil bo`ladi.

*Birinchi simpleks jadval*

$m + 1$	III	II	I	$C_2$	$C_2$	-	$C_n$	0	0	----	0	Tekshirish ustuni
				$x_1$	$x_2$	-	$x_n$	$u_1$	$u_2$	----	$u_m$	
1	0	$y_1$	$b_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	-	$a_{1n}$	1	0	-----	0	$C_1$ – Kalitli satr
2	0	$y_2$	$b_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	-		0	1	-----	0	$C_2$
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
M	0	$y_m$	$b_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	..	$a_{mn}$	0	0	-----	1	$C_1$
indeks satri	Maqsadli ustun	Maqsadli ustun		$-c_1$	$-c_2$	..	$-c_n$	0	0	-----	0	$C_{m+1}$

Birinchi simpleks jadvaldagi  $S_1, S_2, \dots, S_{m+1}$  lar quyidagicha hisoblanadi:

$$S_1 = 1 + b_1 + \sum_{i=1}^n a_{1i},$$

$$S_2 = 1 + b_2 + \sum_{i=1}^n a_{2i},$$

.....,

$$S_m = 1 + b_m + \sum_{i=1}^n a_{mi},$$

$$S_{m+1} = -\sum_{i=1}^n c_i.$$

Ikkinchi simpleks jadvalni tuzish tartibi

1. O`zgaruvchilar ustunidagi  $u_1$  ni o`rnini o`zgaruvchilar satridagi  $X_2$  o`zgaruvchi bazisiga o`zgaruvchi sifatida egallaydi (kalitli ustun va kalitli satrdagi o`zgaruvchilar bo`lgani uchun).

2. Birinchi simpleks jadvaldagi kalitli satr, ikkinchi simpleks jadval uchun bosh satr bo`ladi va bu satr kataklari quyidagi formula yordamida to`ldiriladi.

$$K_i = \frac{O_i}{k}$$

$K_i$  - kelgusi son,  $O_i$  - oldingi son,  $k$  - kalitli son.

3. Ikkinchi simpleks jadvalning qolgan satrlardagi barcha kataklar quyidagi formula yordamida to`ldiriladi.

$$A_{ij} = O_i - \frac{M_1 \cdot M_2}{k}$$

bu yerda

$A_{ij}$  - bo`lgusi son,  $M_1$  -  $O_i$  ga mos bo`lgan kalitli satrdagi son:

$M_2$  -  $O_i$  -mos bo`lgan kalitli ustundagi son,  $K$  - kalitli son

Bu formulalarni birinchi simpleks jadvalga qo`llab ikkinchi simpleks jadval tuziladi.

*Ikkinchi simpleks jadval.*

$m + 1$	III	II	I	$C_1$	$C_2$	---	$C_n$	0	0		0	Tekshirish ustuni
				$x_1$	$x_2$	---	$x_n$	$y_1$	$y_2$	---	$y_m$	
1	$C_2$	$x_2$	$b'_1$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	---	$\alpha_{1n}$	$\beta_{11}$	$\alpha_{12}$	---	$\beta_{1m}$	
2	0	$y_2$	$b'_2$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	---	$\alpha_{2n}$	$\beta_{21}$	$\beta_{22}$	---	$\beta_{2m}$	
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
$m$	0	$y_m$	$b'_m$	$\alpha_{m1}$	$\alpha_{m2}$	---	$\alpha_{mn}$	$\beta_{m1}$	$\beta_{m2}$	---	$\beta_m$	
indeks satri			$f_2 = F_1$	$C'_1$	$C'_2$	---	$C'_n$	$d_1$	$d_2$	---	$d_m$	

Agar bordiyu indeks satrida hamma kataklarda joylashgan sonlar musbat bo`lsa, u vaqtda ikkinchi simpleks jadval optimal reja bo`ladi va  $x_2 = b'_1, y_2 = b'_2, \dots, y_m = b'_m, x_1 = x_3 = \dots = x_n = 0$  optimal yechimlar bo`lib  $f_2 = C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot b'_1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot b'_2 + \dots + 0 \cdot b'_m = C_2 \cdot b'_1$  maksimum qiymatga ega bo`ladi. Agar indeks satrida bordiyu manfiy sonlar bo`lsa, ikkinchi programmani tuzish qoidasidan foydalanib uchunchi programma tuziladi. Programmalar tuzish indeks satrdagi kataklarda joylashgan barcha sonlar musbat sonlar bo`lganicha davom ettiriladi. Maqsadli satrda joylashgan sonlar kelgusi jadvallarda o`zgarmaydi.

Simpleks jadvallarni tuzishda quyidagi qoidalarga rioya qilinsa, jadvallarni tuzish ancha osonlashadi.

1. Agar kalitli ustundagi kataklarda 0 bo'lsa, kelgusi jadvalda bu satr o'zgarmaydi.

2. Agar kalitli satrdagi katakda 0 bo'lsa, kelgusi jadvalda bu ustunlar o'zgarmaydi.

Shu vaqtgacha biz maqsadli funksiya

$$f(x_1, \dots, x_n) = -(-f) = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

ni maksimum qiymatini izlagan edik. Lekin ayrim masalalarda maqsadli funksiyaning minimum qiymatlarini topish talab etiladi. Buning uchun

$$f(x_1, \dots, x_n) = -(-f) = -C_1x_1 - C_2x_2 - \dots - C_nx_n$$

funksiyani qiymatini topsak bas. Yuqoridagi qoida va formulalardan foydalanib quyidagi masalani yechamiz.

**2-misol.** Korxonada uch turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun uch xil xom-ashyo ishlatiladi. Birinchi turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun birinchi xil xom-ashyodan 18 kg, ikkinchi, xil xom-ashyodan 6 kg, uchinchi xil xom-ashyodan 5 kg ishlatiladi. Ikkinchi turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun birinchi xil xom-ashyodan 15 kg, ikkinchi xil xom-ashyodan 1 kg, uchinchi xil xom-ashyodan 3 kg ishlatiladi hamda uchinchi turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun esa birinchi xil xom-ashyodan 12 kg, ikkinchi xil xom-ashyodan 8 kg, uchinchi xil xom-ashyodan 3 kg ishlatiladi.

Agar korxonada birinchi xil xom-ashyodan 360 kg, ikkinchi xil xom-ashyodan 192 kg, uchinchi xil xom-ashyodan 180 kg tamin etilganda va birinchi mahsulotni har bir donasini sotganda 9 ming so'm, ikkinchi tur mahsulotni har bir donasini sotganda 10 ming so'm va uchinchi tur mahsulotni har bir donasini sotganda 16 ming so'm foyda olganda, korxonani mahsulot ishlab chiqarishini Shunday rejalashtiringki, korxonada olgan daromad maksimum qiymatga ega bo'lsin.

Korxonaning ishini planlashtirish masalasining matematik modeli bunday ko'rinishda bo'ladi:

Xomashyo turlari	Mahsulot turlari va xomashyodan ajratiladigan norma (kg)			Xomashyo zaxirasi (kg)
	A	B	C	
I	18	15	12	300
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Bir dona	9	10	16	

maxsulot narxi (so`m)				
--------------------------	--	--	--	--

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 \leq 300 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 180 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0.$$

$$F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3$$

bu tengsizliklar sistemasini tenglamalar sistemaasiga keltiramiz buning uchun qo`shimcha o`zgaruvchilar kritamiz  $x_4, x_5, x_6$

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 300 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 = 180 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0.$$

$$F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3$$

berilgan sistemani vektor ko`rinishida ifodalaymiz

$$x_1P_1 + x_2P_2 + x_3P_3 + x_4P_4 + x_5P_5 + x_6P_6 = P_0$$

bu yerda  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  vektorlar quyidagiga teng

$$P_1 = \begin{bmatrix} 18 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} 15 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}; P_3 = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}; P_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; P_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; P_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; P_0 = \begin{bmatrix} 360 \\ 192 \\ 180 \end{bmatrix}$$

Masalada o`zaro chiziqli bog`liq bo`magan vektorlar  $P_4, P_5, P_6$  berilgan. Ularni bazis vektorlar deb qabul qilamiz. Bu vektorlarga  $X = (0, 0, 0, 360, 192, 180)$  plan mos keladi.

Simpleks jadval tuzamiz:

3.3.1-jadval

	Bazis	$C_0$	$P_0$	9	10	16	0	0	0
				$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	$P_4$	0	300	18	15	12	1	0	0
2	$P_5$	0	192	6	4	8	0	1	0

3	$P_6$	0	180	5	3	3	0	0	1
4			0	-9	-10	-16	0	0	0

Bu jadvalning 4-qatoriga  $F_0$  va  $z_j - c_j$  larning qiymatini yozamiz.

$$F_0 = 0 \cdot 9 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 16 + 360 \cdot 0 + 192 \cdot 0 + 180 \cdot 0 = 0$$

$z_1 - c_1 = -9, z_2 - c_2 = -10$  va  $z_3 - c_3 = -16$  lardan eng kichigini tanlaymiz.  $z_3 - c_3 = -16$  bo'lganligi sababli bazisga  $P_3$  vektorni kritamiz va

$$\Theta_0 = \min(360/12; 190/8; 180/3) = 192/8.$$

Bo'lganligi sababli bazisdan  $P_5$  vektor chiqariladi. Shunday qilib 8 soni aniqlovch element bo'ladi. Birinchi simpleks jadvaldagi kalitli satr, ikkinchi simpleks jadval uchun bosh satr bo'ladi va bu satr kataklari quyidagi formula yordamida to'ldiriladi.

$$K_i = \frac{O_i}{k}$$

$K_i$  - kelgusi son,  $O_i$  - oldingi son,  $k$  - kalitli son.

Ikkinchi simpleks jadvalning qolgan satrlardagi barcha kataklar quyidagi formula yordamida to'ldiriladi.

$$A_{ij} = O_i - \frac{M_1 \cdot M_2}{k}$$

bu yerda

$A_{ij}$  - bo'lgusi son,  $M_1$  -  $O_i$  ga mos bo'lgan kalitli satrdagi son:

$M_2$  -  $O_i$  -mos bo'lgan kalitli ustundagi son,  $K$  - kalitli son. Natijada ikkinch jadval quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

3.3.2-jadval

	Bazis	$C_0$	$P_0$	9	10	16	0	0	0
				$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	$P_4$	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2	$P_3$	16	24	3/4	1/2	1	0	1/8	0
3	$P_6$	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4			384	-9	-2	0	0	2	0

Maqsad funksiyasining qiymati  $F_1 = 0 \cdot 72 + 16 \cdot 24 + 0 \cdot 108 = 384$ ; ga teng bo'ladi.

$z_1 - c_1 = 3, z_2 - c_2 = -2$  va  $z_5 - c_5 = 2$  lardan eng kichigini



tanlaymiz.  $z_2 - c_2 = -2$  bo'lganligi sababli bazisga  $P_2$  vektorni kiritamiz va

$$\Theta_0 = \min \left\{ \frac{72}{9}; \frac{24 \cdot 2}{1}; \frac{108 \cdot 2}{3} \right\} = \frac{72}{9} = 8.$$

bo'lganligi sababli bazisdan  $P_4$  vektor chiqariladi va uchinchi jadvalni ikkinch jadval singari hisoblab quyidagi uchinchi jadvalni xosil qilamiz.

3.3.3-jadval

	Bazis	$C_0$	$P_0$	9	10	16	0	0	0
				$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	$P_1$	10	8	1	1	0	1/9	-1/6	0
2	$P_3$	16	20	1/4	0	1	-1/18	5/24	0
3	$P_6$	0	96	5/4	0	0	-1/6	-1/8	1
4			400	5	0	0	2/9	5/3	0

natijada  $X = (0, 8, 20, 0, 0, 96)$  plan xosil bo'ladi va maqsad funksiyasining qiymati  $F_2 = 0 * 9 + 8 * 10 + 20 * 16 + 0 * 0 + 0 * 0 + 0 * 96 = 400$ ; ga teng bo'ladi.

### 3.4-§. Chiziqsiz dasturlash masalalarining turlari va ularning qo'llanishi

Matematik dasturlash masalasi deganda, umumiy holda

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \{ \leq, =, \geq \}, b_i, i = \overline{1, m} \quad (1)$$

munosabatlarni qanoatlantiruvchi va  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyani maksimum, minimumga aylantiruvchi  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  noma'lumlarning qiymatlarini topish masalasi nazarda tutiladi. Bu masala shartlarini qisqacha Shunday yozish mumkin.

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), b_i, i = \overline{1, m} \quad (2)$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max (\min)$$

Bu yerda  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  berilgan funkciyalar  $b_i, i = \overline{1, m}$  lar o'zgarimas sonlar. (1) shartlar masalaning chegaraviy shartlari,  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiya esa maqsad funksiyasi deb ataladi. (1) dagi har bir munosabat uchun  $\leq, =, \geq$  belgilardan faqat bittasi o'rinli bo'ladi va shu bilan bir qatorda turli munosabatlarga to'la belgilar mos bo'lishi mumkin.

Ayrim chiziqsiz dasturlash masalalarida  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  o'zgaruvchilarning ba'zilariga yoki hammasiga manfiy bo'lmaslik sharti qo'yilgan bo'ladi. Ba'zi masalalarda esa noma'lumlarning bir qismi

(yoki hammasi) butun bo'lishligi talab qilinadi. (1) (2) masaladagi hamma  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyalar chiziqli bo'lsa holda barcha o'zgaruvchilarning nomanfiy bo'lishligi talab qilinsa, bu masala chiziqli dasturlash masalasi bo'ladi. Aksincha, agar bu funksiyalardan nomida bittasi chiziqsiz funksiya bo'lsa, masala chiziqsiz dasturlash masalasi deyiladi.

(2) masalada  $m=0$  bo'lsa, ya'ni chegaraviy shartlar qatnashmasa, u shartsiz optimallashtirish masalasi deyiladi. Bu holda masala quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad (\min) \\ (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E_n \end{aligned} \quad (4)$$

bu yerda  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$   $n$  o'lchovli vektor (nuqta),  $E_n$  -  $n$  o'lchovli Yevklid fazosi, ya'ni, vektorlarni qo'shish, songa ko'paytirish va ikki vektorning skalyar ko'paytmasi amallari kiritilgan  $n$  o'lchovli  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  vektorlar (nuqtalar) to'plami.

Faraz qilaylik (1) tizim faqat tenglamalar tizimidan iborat bo'lib, noma'lumlarga nomanfiy bo'lishlik sharti qo'yilmasin hamda  $m < n$  bo'lib,  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyalar uzluksiz va kamida ikkinchi tartibli xususiy hosilaga ega bo'lsin. Bu holda chiziqsiz dasturlash masalasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b, \quad (i = \overline{1, m}) \quad (5)$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad (\min) \quad (3)$$

Bunday masala chegaraviy shartlari tenglamalardan iborat bo'lgan shartli maksimum (minimum) masalasi deyiladi. (4), (5), (3) ko'rinishdagi masalalarni differensial hisobga asoslangan klassik usullar bilan yechish mumkin bo'lgani uchun ularni optimallashtirishning klassik masalalari deyiladi.

Agar (1) tizimdagi hamma munosabatlar tengsizliklardan iborat bo'lsa hamda ularning ba'zilariga  $\leq$ , ba'zilariga esa  $\geq$  belgilar mos kelsa, bu tengsizliklarni osonlik bilan bir xil ko'rinishga keltirish mumkin. Bundan tashqari

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max$$

shartni

$$- f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min$$

ko'rinishda yozish mumkin. Shuning uchun umumiylikni buzmasdan, shartlari tengsizlikdan iborat bo'lgan chiziqsiz dasturlash masalasini quyidagicha yozish mumkin:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}) \quad (6)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n}) \quad (7)$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (8)$$

Noma'lumlarning nomanfiylik sharti (7) qatnashmagan masalalarga bunday shartni osonlik bilan kiritish mumkin.

Ba'zi hollarda masalaning (1) shartidagi ayrim munosabatlar tenglamalardan, ayrimlari esa tengsizliklardan iborat bo'lishi mumkin. Bunday masalalarni shartlari aralash belgili bo'lgan minimum masalasi ko'rinishicha keltirib yozish mumkin:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m_1}) \quad (9)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_i, \quad (i = \overline{m_1 + 1, m}) \quad (10)$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (11)$$

Bunda (9) (10) munosabatlar chegaraviy shartlardan iborat bo'lib, noma'lumlarning nomanfiy bo'lishlik shartini ham o'z ichiga oladi.

Endi quyidagi ko'rinishda berilgan masalani ko'ramiz:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}) \quad (12)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in G \cap E_n \quad (13)$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (14)$$

Bu masala chekli o'lchovli chiziqsiz dasturlash masalasining umumiy ko'rinishidan iborat bo'lib, bunda  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  - maqsad funksiyasi,  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  chegaraviy funksional,  $G$  - masalaning aniqlanish sohasi,  $G$  to'planning nuqtalari masalaning tanlari deb, (12) (14) masalaning mumkin bo'lgan tani deb ataladi.

Chiziqsiz dasturlashda lokal va global optimal tan tushunchasi mavjud bo'lib, ular quyidagicha ta'riflanadi.

Faraz qilaylik,  $x^*$  nuqta (12) (14) masalaning mumkin bo'lgan tani va uning kichik  $\sum_{(x^*) \in G}$  dan iborat bo'lsin.

Agar

$$f(x^*) \leq f(x^*) \text{ ] } f(x^*) \geq f(x^*) \text{ ]} \quad (15)$$

tengsizlik ixtiyoriy  $X \in \sum_{(x^*)}$  uchun o'rinli bo'lsa ( $x^*$ ) tan (15) maqsad funksiyaga lokal minimum (maksimum) qiymat beruvchi lokal optimal tan deb ataladi.

Agar

$$f(x^*) \leq f(x^*) \text{ ] } f(x^*) \geq f(x^*) \text{ ]}$$

tengsizlik ixtiyoriy  $X \in G$  uchun o`rinli bo`lsa,  $X$  (15) maqsad funksiyaga global (absolyut) minimum (maksimum) qiymat beruvchi global optimal tan yoki global optimal yechim deb ataladi.

Yuqoridagi (6) (9) (11) masalalarni yechish uchun chiziqli dasturlashdagi simpleks usulga o`xshagan universal usul kashf qilinmagan.

Bu masalalar  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  lar ixtiyoriy chiziqsiz funksiyalar bo`lgan hollarda juda kam o`rganilgan.

Hozirgi davrgacha eng yaxshi o`rganilgan chiziqsiz dastrulash masalalari  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyalar qavariq (botiq) bo`lgan masalalardir. Bunday masalalar **qavariq dasturlash masalalari** deb ataladi.

Qavariq dasturlash masalasining asosiy xususiyatlari shundan iboratki, ularni har qanday lokal optimal yechimi global yechimdan iborat bo`ladi.

Iqtisodiy amaliyotda uchraydigan ko`p masalalarda  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyalar chiziqli bo`lib,  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  maqsad funksiyasi kvadratik formada

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n g_j x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j$$

bo`ladi. Bunday masalalar kvadratik dasturlash masalalari deb ataladi, yoki chegaraviy shartlar yoki maqsad funksiyasi yoki ularning har ikkisi  $n$  ta funksiyalarning yig`indisidan iborat, ya`ni

$$g_i(x_1 x_2 \dots x_n) = g_{i1}(x_1) + g_{i2}(x_2) + \dots + g_{in}(x_n) \quad (16)$$

va

$$f(x_1 x_2 \dots x_n) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) \quad (17)$$

bo`lgan masalalar separabel dasturlash masalalari deb ataladi.

Kvadratik va separabel dasturlash masalalarini yechish uchun simpleks usuliga asoslangan taqribiy usullar yaratilgan. Chiziqsiz dasturlash masalalarini, jumladan, kvadratik dasturlash masalasini taqribiy yechish usullaridan biri - gradiyent usulidir.

Gradiyent usulini har qanday chiziqsiz dasturlash masalasini yechishga qo`llash mumkin. Lekin bu usul masalaning lokal optimal yechimlarini topishini nazarga olib, qavariq dasturlash masalalarini yechishga qo`llash maqsadga muvofiqdir.

Chiziqsiz dasturlashga doir bo`lgan ishlab chiqarishni rejalashtirish va resurslarni boshqarishda uchraydigan muhim masalalardan biri

stoxastik dasturlash masalalaridir. Bu masalalardagi ayrim parametrlar noaniq yoki tasodifiy miqdorlardan iborat bo`ladi.

Yuqorida aytib o`tilgan har qanday chiziqli va chiziqsiz dasturlash masalalarini hamda barcha parametrlari vaqtincha bog`liq ravishda o`zgaruvchan masalalarni *statik masalalar* deb ataymiz. Parametrlari o`zgaruvchan miqdor bo`lib, ular vaqtning funksiyasi deb qaralgan masalalar *dinamik dasturlash masalasi* deyiladi. Bunday masalalarni yechish usullarini o`z ichiga olgan matematik dasturlashning tarmog`ini dinamik dasturlash deb ataymiz. Dinamik dasturlashning usullarini faqat dinamik dasturlash masalalarini yechishda emas, balki ixtiyoriy chiziqsiz dasturlash masalalarini yechishda ham qo`llash mumkin.

### **Qisqacha xulosalar**

Iqtisodiy-matematik usullar an`anaviy usullarni inkor etmaydi. Ularni yanada rivojlantirishga va ob`ektiv o`zgaruvchan natija ko`rsatkichlarini boshqa ko`rsatkichlar orqali muayyan tahlil qilishga yordam beradi. Matematik usullar va modellar ahamiyati quyidagilar: moddiy, mehnat va pul resurslaridan oqilona foydalaniladi; iqtisodiy va tabiiy fanlarni rivojlantirishda yetakchi vosita bo`lib xizmat qiladi; prognozlarni umumiy amalga oshirish vaqtida ayrim tuzatishlarni kiritish mumkin; iqtisodiy jarayonlar faqat chuqur tahlil qilibgina qolmasdan, balki ularning yangi o`rganilmagan qonuniyatlarini ham ochish imkoni yaratiladi; hisoblash ishlarini mexanizatsiyalash va avtomatlashtirish bilan birga, aqliy mehnatni yengillashtiradi. Iqtisodiy-matematik usullar va modellar fanining predmeti bo`lib ichki va tashqi omillar ta`siri ostida ishlab chiqarish jarayonlarini va pirovard natijalarni shakllantirish va ularni matematik usullar orqali baholash tushuniladi.

Chiziqli dasturlashning umumiy masalasi simpleks usuli yoki rejani ketma-ket yaxshilash usuli hamda taqsimlash usuli yordamida yechiladi. Ikkilangan masala berilgan masalaga teskari masala bo`lib, uni yechish natijasida resurslarning samaradorligini aniqlash mumkin.

### **Nazorat savollari**

1. Iqtisodiy jarayonlarni o`rganishning qanday an`anaviy usullarini bilasiz?

2. Iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirishni zarurligi nimalardan iborat?

3. Matematik usullar va modellarning ahamiyatini nimalarda ko`rish mumkin?

4. Iqtisodiy-matematik modellarga ta`rif bering.
5. Iqtisodiy tahlilda iqtisodiy-matematik usullarning vazifalari nimalardan iborat?
6. Chiziqli dasturlash masalalarining umumiy qo`yilishini tushuntirib bering.
7. Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullarini tushuntirib bering.
8. Chiziqsiz dasturlash masalalarini yechish usullarini tushuntirib bering.
9. Iqtisodiy-matematik modellashtirishda obyektning qaysi jihatlariga e`tibor qaratilishi lozim?
10. Dinamik modellarda vaqt tushunchasi qanday ahamiyatga ega?

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Topshiriqlar quyidagi masalalarni chiziqli dasturlashning asosiy masalasiga keltiring.

1.

$$\left. \begin{array}{l} 5x_1 - 2x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 8x_2 \leq 3. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

2.

$$\left. \begin{array}{l} 4x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 24, \\ 3x_1 + 8x_2 \geq 14, \\ x_1 \geq 2. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

3.

$$\left. \begin{array}{l} 7x_1 + 2x_2 \geq 14, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

4.

$$\left. \begin{array}{l} -5x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + 5x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 7. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

5.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 8x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ x_1 + 5x_2 \geq 4. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

7.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 1, \\ 2x_1 - x_2 \leq 2. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 3x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$$

9.

$$\left. \begin{array}{l} 18x_1 + 9x_2 \leq 720, \\ 8x_1 + 28x_2 \leq 56. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 11x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

6.

$$\left. \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 22, \\ 2x_1 + 7x_2 \geq 28. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 7x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

8.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 1, \\ 2x_1 - x_2 \leq 2. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 3x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$$

10.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 \geq 70, \\ 15x_1 + 12x_2 \leq 36, \\ 7x_1 + 13x_2 \geq 200. \end{array} \right\}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = 27x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$$

## IV BOB. CHEKLANGAN RESURSLARNI SAMARALI TAQSIMLASH MASALASINI YECHISHDA IKKILANGANLIK NAZARIYASI

### 4.1-§. Iqtisodiy masalalarni qo`yilishida Ikkilanganlik shartlari

1. Chiziqli dasturlashning har bir masalasi ikkilanma (qo`shma) deb ataluvchi boshqa chiziqli masala bilan uzviy bog`langan. Bunda birinchi masalaga boshlang`ich yoki to`g`ri deyiladi. Bu masalalar birgalikda o`zaro ikkilanma masalalar juftini tashkil etib ulardan istalganini boshlang`ich deb qarash mumkin. Bulardan birining yechimini topish bilan ikkinchisining ham yechimini olish mumkin.

Ikkilanma masala - CHDning ko`makchi (yordamchi) masalasi bo`lib boshlang`ich masala shartlaridan aniq qoidalar yordamida bevosita olinadi. Ikkilanma masalani tuzish qoidalarini ifodalaymiz:

1) boshlang`ich masalada maqsadli funksiya maksimumi topilayotgan bo`lsa, ikkilanma masalada maqsadli funksiya minimumi topiladi;

2) boshlang`ich masala cheklash shartlari soni  $m$  ikkilanma masala o`zgaruvchilari soniga, boshlang`ich masala  $n$  o`zgaruvchilari soni esa ikkilanma masala cheklash shartlari soniga teng; Odatda ikkilanma masala o`zgaruvchilarini  $y_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) bilan belgilanadi;

3) boshlang`ich masala o`zgaruvchilari, unga ikkilanma masalaning cheklash shartlari bilan bog`langanligi uchun har bir  $x_j \geq 0$  o`zgaruvchiga unga ikkilanma masalada “ $\leq$ ” ( $z \rightarrow \max$  bo`lsa) yoki “ $\geq$ ” ( $z \rightarrow \min$  bo`lsa) cheklash shartlari mos keladi;

4) biror belgi bilan cheklanmagan boshlang`ich masaladagi har bir  $x_j$  o`zgaruvchiga, unga ikkilanma masalada “ $=$ ” ko`rinishdagi shart mos keladi va aksincha;

5) boshlang`ich masalaning cheklash shartlaridagi  $b_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) ozod hadlari, unga ikkilanma masalada  $y_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) o`zgaruvchilarning maqsadli funksiyadgi koeffitsiyentlaridan,  $x_j$  larning boshlang`ich masala maqsadli funksiyasidagi koeffitsiyentlari  $c_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) lar esa ikkilanma masala cheklash shartlari ozod hadlaridan iborat bo`ladi;

6) boshlang`ich masala cheklash shartlari noma`lumlarining koeffitsiyentlari matritsasi  $A=(a_{ij})$  unga ikkilanma masala cheklash shartlari noma`lumlari matritsasida  $A^T$  - transponirlangan bo`ladi.



Boshlang'ich va unga ikkilanma masalalarning bog'likligi ko'rinarli bo'lishi uchun uni quyidagi jadvalda yozamiz:

Boshlang'ich masala	Ikkilanma masala
1. $F \rightarrow \max$	1. $z \rightarrow \min$
2. $m$ - cheklash shartlari soni;	2. $y_i$ ( $i=1,2,\dots,m$ ) o'zgaruvchilar;
3. $x_j$ ( $j=1,2,\dots,n$ ) o'zgaruvchilar;	3. $n$ cheklash shartlari soni;
4. $x_j \geq 0$ ;	4. $j$ ta " $\geq$ " ko'rinishdagi cheklash;
5. $i$ ta cheklash " $\leq$ " ko'rinishda;	5. $y_i \geq 0$ ko'rinishda;
6. $x_j$ biror belgi bilan chegaralanmagan;	6. $j$ ta " $=$ " ko'rinishdagi belgili shart;
7. $i$ ta " $=$ " ko'rinishdagi shart;	7. $y_i$ hech qanday shart bilan chegaralanmagan;
8. Cheklash shartlaridagi ozod hadlar;	8. Maqsadli funksiyadagi noma'lumlar ( $b_i$ ) ko'effitsiyentlari;
9. Maqsadli funksiyada $x_j$ larning ( $kj$ ) ko'effitsiyentlari	9. Cheklash shartlaridagi ( $ki$ ) ozod hadlar;
10. Cheklash shartlari noma'lumlari ko'effitsiyentlari matritsasi ( $A$ ).	10. Cheklash shartlari noma'lumlari ko'effitsiyentlari matritsasi transponirlangan ( $A^T$ ).

CHD ning xususiy masalalaridan birini umumiy holda qaraymiz va u boshlang'ich masala bo'lsin.

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n})$$

Bu masalaga ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$z = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m \rightarrow \min \begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \dots + a_{m1}y_m \geq c_1, \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{m2}y_m \geq c_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \dots + a_{mn}y_m \geq c_n, \end{cases}$$

$$y_i \geq 0 \quad (i = \overline{1, m})$$

Oxirgi masalaga ikkilanma masalani tuzsak, boshlang'ich masalani olamiz.

Endi CHD boshlang'ich masalasi xususiy hollarining ularga ikkilanma masalalarini matritsa ko'rinishda yozamiz:

## Boshlang'ich masala

$$\text{I. } F = CX \rightarrow \max ,$$

$$AX \leq B,$$

$$X \geq 0 .$$

$$\text{II. } F = CX \rightarrow \min ,$$

$$AX \geq B,$$

$$X \geq 0 .$$

$$\text{III. } F = CX \rightarrow \max ,$$

$$AX = B,$$

$$X \geq 0 .$$

$$\text{IV. } F = CX \rightarrow \min ,$$

$$AX = B,$$

$$X \geq 0 .$$

## Ikkilanma masala

$$Z = BY \rightarrow \min ,$$

$$YA \geq C ,$$

$$Y \geq 0 .$$

$$Z = BY \rightarrow \max ,$$

$$YA \leq C ,$$

$$Y \geq 0 .$$

$$Z = BY \rightarrow \min ,$$

$$YA \geq C ,$$

$$Y \geq 0 .$$

$$Z = YB \rightarrow \max ,$$

$$YA \leq C ,$$

$$Y \geq 0 .$$

Bunda ikkilanma masalaning noma'lumlari  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  satr matritsa bo'ladi.

I va II ikkilanma masalalar juftiga simmetrik, III va IV masalalar juftiga esa "=" ko'rinishdagi cheklash shartlari bo'lganligi uchun simmetrik bo'lmagan masalalar deyiladi.

Yuqoridagi ko'rsatilgan to'rtta hol bilan CHD istalgan masalasining unga ikkilanma masalasini tuzish mumkin.

Endi bir necha misollar qaraymiz:

### 1-misol.

$$F = x_1 - x_2 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Masalaga ikkilanma masalani tuzing.

Yechish. Buning uchun 2-tengsizlikni (-1) ko'paytirib ushbu masalani hosil qilamiz. Bu masalani 1 ko'rinishga keltiramiz;

$$F = x_1 - x_2 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Bu holda ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$z = 1 \cdot y_1 + 0 \cdot y_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} y_1 - y_2 \geq 1, \\ -y_1 + y_2 \geq -1, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

2-misol. Ushbu masalaga ikkilanma masalani tuzing:

$$F = 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 12, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 10, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 7, \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Yechish. Buning uchun (II) va (IV) ko`rinishlardan foydalanamiz.

Ikkinchi tengsizlikni (-1)ga ko`paytirish bilan o`zgartiramiz:

$$f = 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 12, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \geq -10, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 7, \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Endi ikkilanma masala quyidagicha bo`ladi:

$$f = 12y_1 - 10y_2 + 7y_3 \rightarrow \max \begin{cases} 2y_1 + y_2 + 3y_3 = 7, \\ -y_1 - 2y_2 + 5y_3 \leq 6, \\ 2y_1 + y_2 \leq 3, \\ -3y_1 - y_2 + 4y_3 = -1, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \end{cases}$$

Bu masala orqali o`zaro ikkilanma masalani tuzishning ayrim qoidalarini ko`rsatamiz. Boshlang`ich masalada cheklash shartlari  $m=3$ , demak unga ikkilanma masalada uchta o`zgaruvchi bo`lishi kerak  $y_1, y_2, y_3$ . Boshlang`ich masalada o`zgaruvchilar soni  $n=4$  bo`lganligi uchun ikkilanma masalada cheklash shartlari soni to`rtta bo`ldi. Boshlang`ich masalaning  $x_1$  va  $x_4$  o`zgaruvchilari biror belgi bilan chegaralanmagan bo`lgani uchun ikkilanma masalada birinchi va to`rtinchi cheklashlar tenglik ko`rinishida bo`ladi. Boshlang`ich masalada uchinchi cheklash sharti tenglik ko`rinishida bo`lganligi uchun  $y_3$  o`zgaruvchi biror belgi bilan chegaralanmagan.

2) O`zaro ikkilanma masalalar o`zgaruvchilarining iqtisodiy talqini. Resurslardan optimal foydalanish haqidagi masalada ikki xil  $R_1$  va  $R_2$  mahsulotlar ishlab chiqarish uchun  $R_1$ ,  $R_2$  va  $R_3$  uch xildagi xom ashyolardan foydalanish kerak edi, ularning miqdori albatta chegaralangan bo`ladi. Bu masalada:

1) har bir xom ashyo miqdori;

2) har bir resursdan bir-birlik mahsulot ishlab chiqarishga ketgan sarfi;

3) har bir mahsulotni realizatsiya qilishdan olinadigan foydalar berilganida har bir mahsulotni ishlab chiqarishning Shunday miqdorini aniqlangki, korxonada ularni realizatsiya qilishdan maksimal foyda olinadi. Bunday boshlang'ich masalaning matematik modeli quyidagicha bo'lsin:

$$f = 12x_1 + 15x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \leq 36, \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Endi faraz qilaylik, qandaydir sabab bilan korxonada mahsulot ishlab chiqarishdan voz kechadi va bor resurslarni sotishga qaror qiladi. Tabiiyki, korxonada resurslarni sotib hamda foyda olishni va u foyda mahsulot ishlab chiqargandagidan kam bo'lmashini istaydi. Resurslarni sotib oluvchi haridorni esa uni iloji boricha kam bahoda olish qiziqtiradi. Endi Shunday savol tug'iladi. Resurslarni qanday bahoda sotish kerak?

Resurslarni nisbiy baholash uchun boshlang'ich masalaga ikkilanma masalani tuzamiz.

Buning uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:  $y_1$  -  $R_1$  resursning bahosi bo'lsin;  $y_2$  -  $R_2$ ,  $y_3$  -  $R_3$  resurslarning bahosi bo'lsin. Haridorni  $z = 36y_1 + 20y_2 + 40y_3$  chiziqli funksiyaning minimal qiymati qiziqtiradi, ya'ni butun resurslar bahosini kamaytirish bo'ladi. Cheklash shartlarida shu ifodalanishi kerakki, korxonada resurslarni sotganda ham, mahsulot ishlab chiqargandagiga nisbatan ko'proq foyda olinishi kerak, ya'ni

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 4y_3 \geq 12, \\ 6y_1 + 2y_2 + 8y_3 \geq 15. \end{cases}$$

Bu sistemada birinchi cheklash shartining ma'nosi - bir birlik  $R_1$  mahsulotni ishlab chiqarish uchun ketgan resurslar bahosi uni realizatsiya qilishdan keladigan foydadan kichik bo'lishi mumkin emas. Ikkinchi cheklash xuddi Shunday  $R_2$  mahsulot uchun bo'ladi. Bundan tashqari ravshanki, xom ashyolar bahosi manfiy bo'lmaydi, ya'ni  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ .

Shunday qilib, boshlang'ich masalaga ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$z = 36y_1 + 20y_2 + 40y_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 4y_3 \geq 12, \\ 6y_1 + 2y_2 + 8y_3 \geq 15, \end{cases}$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0.$$

Demak, ikkilanma masala o'zgaruvchilarining iqtisodiy ma'nosi korxonalar resurslarini nisbiy baholashdan iboratdir. Bu baholar nisbiydir, chunki bir xil resurslar har xil korxonalar uchun har xil bahoga ega bo'ladi. Bunday baholar maishiy xizmat korxonalarida ko'proq uchraydi. Masalan, oshxonadan xom (go'sht, baliq va boshqalar) oziq-ovqatlar, ko'zoynakning oynasini tuzatish ustaxonasidan, ko'zoynak oynasini sotib olish bahosi magazindan olinganiga nisbatan balandroq bo'ladi. Har bir korxonalar bu mollar uchun, ulardan ovqatlar pishirib sotishga va ko'zoynakka oynani qo'yib berishga nisbatan kam bo'lmagan foyda olishga harakat qiladi.

**Teorema.** O'zaro ikkilanma masalalar juftidan birortasi optimal yechimga ega bo'lsa, boshqasi ham optimal yechimga ega bo'lib, maqsadli funksiya ekstremal qiymatlari uchun  $F_{\max} = z_{\min}, F_{\min} = z_{\max}$  munosabat bajariladi. Masalalarning birida maqsadli funksiya chegaralanmagan bo'lsa, ikkinchisi ham yechimga ega bo'lmaydi.

Yuqorida ta'kidlanganidek, o'zaro ikkilanma masalalardan birining yechimini topish bilan ikkinchisining ham yechimini olish mumkin. Buning qanday bajarilishiga misol sifatida simpleks usul bilan yechilgan masalaga ikkilanma masalaning yechimini qanday olishni ko'rsatamiz. Ma'lumki, 4-jadvalda  $x_1 = 2,5, x_2 = 2$  yechim optimal edi va  $F_{\max} = 3 \cdot \frac{5}{2} + 6 \cdot 2 = 19,5$ . Ikkilanma masala o'zgaruvchilarini  $y_1, y_2, y_3, y_4$  bilan belgilaylik.  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  bo'lganligi uchun cheklash shartlari

$$\begin{cases} 4y_1 - y_2 + y_3 \geq 3, \\ 5y_1 + y_2 + y_4 \geq 6 \end{cases} \quad (1)$$

bo'ladi.

Boshlang'ich masalaning cheklash shartlari " $\leq$ " tengsizliklardan iborat bo'lganligi uchun

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0. \quad (2)$$

(1) va (2) shartlarida

$$z = 20y_1 + y_2 + 3y_3 + 2y_4 \quad (3)$$

chiziqli funksiyaning minimal qiymatini topish kerak.

O'zaro ikkilanmalik teoremasidan ma'lumki

$$z_{\min} = F_{\max}.$$

Simpleks usul 4-jadvali  $(m+1)$  satridan  $y_1 = \frac{3}{4}, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = \frac{9}{4}$

ekanligini aniqlaymiz va

$$z_{\min} = 20 \cdot \frac{3}{4} + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{9}{4} = 15 + 4,5 = 19,5 = F_{\max}.$$

#### 4.2-§. Ikkilangan simpleks usul

Ma'lumki boshlang'ich (to'g'ri) masalaning yechimini olish uchun ikkilanma masalaga o'tib, uning optimal yechimi baholaridan foydalanib boshlang'ich masala optimal yechimini ham olish mumkin.

Qo'shimcha bazis, birlik matritsaga ega bo'lgan boshlang'ich masala birinchi simpleks jadvaliga e'tibor bersak, ustunlar bo'yicha boshlang'ich masala, satrlar bo'yicha ikkilanma masala yozilganligi payqaymiz hamda boshlang'ich masala baholari bo'lib  $c_j$  lar, ikkilanma masala baholari bo'lib, esa  $b_i$  xizmat qiladi. Boshlang'ich masala yozilgan simpleks jadval bo'yicha ikkilanma masalani yechamiz va ikkilanma masala optimal yechimini olamiz, shu bilan birga boshlang'ich masala optimal yechimiga ham ega bo'ladi. Bunday usulga ikkilanma simpleks usul deb ataladi.

Kanonik ko'rinishda qo'yilgan CHD ning  $Z = CX, AX = A_0, X \geq 0$  boshlang'ich masalasining minimum qiymatini topish kerak bo'lsin. Bunga mos ikkilanma masalada  $F = YA_0$  funksiyaning  $YA \leq C$  shartlarni qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini topish kerak bo'ladi. Faraz qilaylik,  $D = (A_1, A_2, \dots, A_l, \dots, A_m)$  bazis Shunday tanlanganki  $X = D^{-1}A_0 = (x_1, x_2, \dots, x_l, \dots, x_m)$  vektor komponentlaridan hech bo'lmaganda bittasi manfiy (masalan,  $x_l < 0$ ) bo'lib, lekin hamma  $A_j$  vektorlar uchun  $z_j - c_j \leq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) munosabat bajarilsin. Ikkilanmalik teoremasiga asosan,  $Y = C_{\text{bas}} D^{-1}$  ikkilanma masalaning yechimi bo'ladi. Bu yechim optimal bo'lmaydi, chunki birinchidan, tanlangan  $X$  bazisda manfiy komponent mavjud va boshlang'ich masalaning yechimi emas, ikkinchidan, ikkilanma masalaning optimal yechimi baholari manfiy bo'lmasligi kerak.

Shunday qilib,  $x_{lj} < 0$  komponentga mos  $A_l$  vektorni boshlang'ich masala bazisidan chiqarib, manfiy bahoga ega bo'lgan vektorni esa ikkilanma masala bazisiga kiritish kerak bo'ladi.

Boshlang'ich masala bazisiga kiritiladigan vektorni tanlash uchun  $\iota$  - satrni qaraymiz: bunda  $x_{lj} < 0$  larga ega bo'lmasa ikkilanma masala chiziqli funksiyasi yechimlar ko'pburchagida chegaralanmagan bo'lib, boshlang'ich masala esa yechimga ega bo'lmaydi. Ayrim  $x_{lj} < 0$  bo'lsa, bu manfiy qiymatlarga mos ustunlar uchun

$$\min (x_i/x_{ij}) \geq 0 \quad (4)$$

larni hisoblaymiz va  $\max \theta_{0j}(z_j - c_j)$  ga mos vektorni aniqlaymiz.

Masala minimumga yechilayotgan bo'lsa,  $\max \theta_{0j}(z_j - c_j)$  ga mos vektorni, masala maksimumga yechilayotgan bo'lsa, masala maksimumga yechilayotgan bo'lsa  $\min \theta_{0j}(z_j - c_j)$  ga mos vektorni aniqlaymiz. Bu vektorni boshlang'ich masala bazisiga kiritamiz. Boshlang'ich masala bazisidan chiqariladigan vektorni yo'naltiruvchi satr aniqlaydi.

$\theta_{0j} = \min (x_i/x_{ij}) = 0$ , ya'ni  $x_i = 0$  bo'lsa,  $x_{ij}$  ochuvchi element uchun,  $x_{ij} > 0$  bo'lgan holdagina olinadi. Bu bosqichda ochuvchi elementni bunday tanlash  $X$  vektor manfiy komponentlarining ko'payishiga olib kelmaydi. Jarayonni  $X \geq 0$  ni olguncha davom ettiramiz va ikkilanma masalaning optimal yechimini topamiz, demak, boshlang'ich masalaning ham optimal yechimini olamiz. Ikkilanma simpleks usuli algoritmi bo'yicha, jarayonida  $z_j - c_j \leq 0$  shartni hamma  $x_i < 0$  larni yukotguncha hisobga olmaslik mumkin va keyin optimal yechimni oddiy simpleks usul bilan topamiz. Buni hamma  $x_i < 0$  bo'lsa, ishlatish qulay bo'lib, boshlang'ich masala yechimiga o'tishda bitta iteratsiyani  $\theta_{0j}$  minimumi bilan emas, nisbatning maksimumi orqali, ya'ni  $\theta_{0j} = \max (x_i/x_{ij}) > 0$  bilan aniqlanadi.

Ikkilanma simpleks usul bilan CHD masalasini musbat bazisda cheklash shartlari sistemasi ozod hadlari istalgan ishorali bo'lganda ham yechish mumkin. Bunday usul, cheklash shartlari sistemasi shakl almashtirishlari sonini va simpleks jadval o'lchami (soni)ni kamaytirishga imkon beradi.

3-misol.  $z = -2x_1 + x_2 + 5x_3$  chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 5, \quad x_j \geq 0 (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini toping.

Yechish. Ikkinchi tengsizlikni (-1) ga ko'paytiramiz, hamda qo'shimcha o'zgaruvchilar kiritib, birinchi ikkala tengsizlikni tenglamaga aylantirib ushbuni hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 + x_5 = -5, \quad x_j \geq 0 (j = 1, 2, 3, 4, 5). \end{cases}$$

Birinchi simpleks jadvalni tuzamiz:  $A_4$  va  $A_5$  vektorlarni bazis uchun qabul qilamiz.  $x_2 = -5 < 0$  bo'lganligi uchun, ikkinchi satr koeffitsiyent-

larini qaraymiz. Bu koeffitsiyentlardan  $A_1$  va  $A_3$  vektorlar ustunida manfiy koeffitsiyentlar mavjud. (4) qoida bo'yicha hisoblashlarni bajaramiz:

$$\theta_{01} = \min(4/1, -5/(-1)) = 4/1, \quad \theta_{01}(z_1 - c_1) = 4/1 \cdot 2 = 8,$$

$$\theta_{03} = -5/(-1) = 5, \quad \theta_{03}(z_3 - c_3) = 5 \cdot (-5) = -25.$$

Chiziqli funksiyaning minimum qiymati topilayotganligi uchun

$$\max \theta_{0j}(z_j - c_j) = \max(-25, 8) = 8$$

bo'lib,  $A_1$  vektor kalit ustun, kalit satr  $A_4$  vektor satri bo'lib ochuvchi (kalit) element 1 bo'ladi.  $A_4$  vektorni bazisdan chiqarib bazisga  $A_1$  vektorni kiritamiz.

1-simpleks jadval.

$I$	Bazis	Bazis koeff.	$A_0$	-2	1	5	0	0
				$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1	$A_4$	0	4	1	1	-1	1	0
2	$A_5$	0	-5	-1	5	-1	0	1
$m+1$	$z_j - k_j$		0	2	-1	-5	0	0

1-simpleks jadvalda Jordan-Gauss to'liq yo'qotish usulidan bir marta foydalanib, 2-simpleks jadvalni tuzamiz va keyingi iteratsiyada javobni olamiz:

2-simpleks jadval.

$I$	Bazis	Bazis koeff.	$A_0$	-2	1	5	0	0
				$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1	$A_1$	-2	4	1	1	-1	1	0
2	$A_5$	0	-1	0	6	-2	1	1
$m+1$	$z_j - k_j$		-8	0	-3	-3	-2	0
1	$A_1$	-2	9/2	1	-2	0	1/2	-1/2
2	$A_3$	5	1/2	0	-3	1	-1/2	-1/2
$m+1$	$z_j - k_j$		-13/2	0	-12	0	-7/2	-3/2

Boshlang'ich masalaning optimal yechimi  $X = (9/2, 0, 1/2)$  bo'lib,  
 $z_{\min} = -2 \cdot 9/2 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 1/2 = -9 + 5/2 = -13/2.$

Ikkilanma masalaning yechimi

$$Y = (7/2, 3/2)$$

bo'ladi.

### Tayanch iboralar

Ikkilanma va boshlang'ich masalalar,  $m$  cheklash shartlari soni,  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) ikkilanma masala o'zgaruvchilari soni,  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )



o`zgaruvchilar soni, ikkilanma masala  $n$  cheklash shartlar soni,  $i$  ta cheklash " $\leq$ " ko`rinishda,  $y_i \geq 0$  ko`rinishda  $x_j$  biror belgi bilan chegaralanmagan,  $j$  ta " $=$ " ko`rinishdagi belgili shart, boshlang`ich masalada " $=$ " shart, ikkilanma masalada, boshlang`ich masala ozod hadlari, ikkilanma masala chiziqli funksiyasi ( $b_i$ ) koeffitsiyentlari, boshlang`ich va ikkilanma masalalar matritsa ko`rinishda yozilishi, o`zaro ikkilanma masalalar o`zgaruvchilarining iqtisodiy talqini, o`zaro ikkilanmalik teoremasi, ikkilanma simpleks usul.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Quyidagi masalalarni chiziqli dasturlashning ikkilangan masalasiga keltiring va ikkilangan simpleks usul bilan yeching

1.

$$\left. \begin{array}{l} 5x_1 + 3x_2 \leq 52, \\ x_2 \leq 2, \\ 10x_1 + 4x_2 \leq 70, \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

2.

$$\left. \begin{array}{l} 9x_1 + 11x_2 \leq 46, \\ 5x_1 + x_2 \leq 42, \\ x_1 + 13x_2 \leq 4, \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

3.

$$\left. \begin{array}{l} 8x_1 + 2x_2 \leq 90, \\ 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 6x_2 \leq 60. \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 9x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

4.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 11x_2 \leq 11, \\ 3x_1 + x_2 \leq 28, \\ 2x_1 + 13x_2 \leq 11. \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 8x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

5.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 35, \\ 5x_1 + 13x_2 \leq 18. \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

6

$$\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 \leq 1, \\ 5x_1 + x_2 \leq 42, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 11. \end{array} \right\}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$F = 7x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

7.

8.

$$\left. \begin{aligned} 8x_1 + 14x_2 &\leq 14, \\ 13x_1 + 5x_2 &\leq 100, \\ 5x_1 + 9x_2 &\leq 5. \end{aligned} \right\}$$

$x_1, x_2 \geq 0.$   
 $F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$\left. \begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 &\leq 1, \\ 17x_1 + x_2 &\leq 152, \\ 5x_1 + 14x_2 &\leq 13. \end{aligned} \right\}$$

$x_1, x_2 \geq 0.$   
 $F = 13x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

9.

$$\left. \begin{aligned} 11x_1 + 17x_2 &\leq 72, \\ x_1 + 11x_2 &\leq 20, \\ 5x_1 + 3x_2 &\leq 20. \end{aligned} \right\}$$

$x_1, x_2 \geq 0.$   
 $F = 9x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$

10.

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 9x_2 &\leq 16, \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 1. \end{aligned} \right\}$$

$x_1, x_2 \geq 0.$   
 $F = 7x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

### Takrorlash uchun savollar

1. Ikkilanma masala deb qanday masalaga aytiladi?
2. Qanday masalaga boshlang`ich deyiladi?
3. Ikkilanma masalani tuzish qoidalarini ifodalang.
4. Boshlang`ich masalada  $i$  ta cheklash “ $\leq$ ” ko`rinishda bo`lsa ikkilanma masalada unga nima mos keladi?
5. Boshlang`ich masala cheklash shartlaridagi ozod hadlarga ikkilanma masalada nima mos keladi?
6. Ikkilanma masala maqsadli funksiyasi noma`lumlari koeffitsiyentlariga boshlang`ich masalada nima mos qo`yiladi?
7. Boshlang`ich masala cheklash shartlari soniga ikkilanma masalada nima mos keladi?
8. Boshlang`ich masala o`zgaruvchilari soni, ikkilanma masalada nimani ifodalaydi?
9. Boshlang`ich masala maksimumga qo`yilgan bo`lsa, ikkilanma masala qanday qo`yiladi?
10.  $i$  ta “ $=$ ” shartga ikkilanma masalada nima to`g`ri keladi?
11. Ikkilanma masaladagi “ $=$ ” shartga boshlang`ich masalada qanday shart mos keladi?
12. Boshlang`ich masala cheklash shartlari matritsasi nima?
13. Ikkilanma va boshlang`ich masalalarni matritsa ko`rinishda yozing.
14. Qanday masalalarga simmetrik deyiladi?
15. Simmetrik bo`lmagan masalalar nima?

16. O'zaro ikkilanma masalalar o'zgaruvchilarining iqtisodiy ma'nosi qanday bo'ladi?
17. O'zaro ikkilanmalik teoremasi nima?
18. Ikkilanma simpleks usul deb nimaga aytiladi?
19. Ikkilanma simpleks usul algoritmi nima?
20. Boshlang'ich masala bazisiga kiritiladigan vektor qanday tanlanadi?
21. Boshlang'ich va ikkilanma masalalar qanday holda yechimga ega bo'lmaydi?
22. Boshlang'ich masala bazisidan chiqariladigan vektorni qanday tanlaymiz?
23. Ikkilanma va boshlang'ich masalalar yechimi oxirgi (optimal) jadvaldan qanday aniqlanadi?

## V BOB. XOMASHYO VA MATERIALLARDAN OPTIMAL FOYDALANISH MODELLARI

### 5.1-§. Korxonalarda qat'iy tejamgorlik tizimini joroy qilish

Sanoat korxonalarida bir necha asbob uskunalari mavjud. Ularni 2 turtga bo'lish mumkin.

1). Agar vositalarda faqat bitta operatsiya bajarish mumkin bo'lsa, ularni o'zaro almashishi mumkin bo'lmagan vositalar deb aytiladi.

2). Agar vositalarda bir necha turdagi operatsiyalar qilinsa, ularni o'zaro almashuvchi vositalar deyiladi.

Birinchi turdagi vositalarda detalga ketma-ket ishlov beriladi.

Agar har bitta detalga har bitta stanokda ishlov berish vaqti aniq bo'lsa, stanoklarning ish vaqti fondi, hamda tayyor mahsulotlardan olinadigan foyda aniqlansa, masalaning yechish maqsadi vositalarni optimal ish planini topish bo'ladi. Boshqa so'z bilan aytganda, qaysi turdagi detalni va qancha ishlab chiqarish kerakki, ulardan olingan foyda eng maksimal bo'lish uchun.

Quyidagi belgilarni kiritamiz.

$j$  – mahsulotlar turlari;

$C_j$  –  $j$  detal birligidan olinadigan foyda;

$a_{ji}$  –  $i$  turdagi vositadan  $j$  turdagi mahsulot birligiga ishlov berish uchun ketgan vaqt harajati;

$A_j$  –  $i$  turdagi vositasini ish vaqti fondi;

$X_j$  – optimal planda ishlab chiqariladigan  $j$  - turdagi mahsulotlar soni.

Iqtisodiy-matematik modeli.

$$F = \sum C_{jj} * X_j = \max$$

Mahsulotlardan olinadigan foyda eng maksimal bo'lishi kerak.

1)  $j$  - mahsulotni  $i$  - vositada ishlab chiqarganda unga ketgan vaqt harajati vositalarni ish vaqti foyizidan oshib ketmasligi sharti

$$\sum a_{ij} * x_j < A_i$$

$$2) X_j > 0$$

Yuqorida ko'rilgan model korxonada ishlab chiqarish quvvatidan foydalanishning optimal variantini to'liq aniqlab olmaydi. Shuning uchun ishlab chiqarish programmasini bir nechta variantlarida, masalan, korxonada yillik planining bajarilishini hisobga olgan holda, plan strukturasi o'zgartirmay, maksimal mahsulot ishlab chiqarish,

mahsulotning uning to'la assortimenti bo'yicha ishlab chiqarish, asbob-uskunalardan to'la foydalanish, maksimal foyda olish programmasini bajarish kabilarni hisobga olib qaraganda korxonada ishlab chiqarish quvvatidan oqilona foydalangan bo'ladi.

Sanoat korxonalarida ba'zan mahsulot ishlab chiqarish uchun avtomatlar, avtomat liniyalar, yoki ma'lum bir guruxdagi vositalar ishtirok etishi mumkin. Masalan, detal ishlab chiqarishda bir qancha o'zaroalmashuvchi stanoklardan foydalanadi. Bu asbob-uskunalarining mehnat unumdorligi, mahsulot ishlab chiqarish uchun saflanadigan vaqti, tannarxi har xil bo'lishi mumkin. Shuning uchun bo'nday vaqtda asbob uskunalaridan optimal foydalanib, mahsulot ishlab chiqarishni taqsimlash masalasini matematik tarzda ifodalash zarur.

*Masalaning iqtisodiy qo'yilishi.*

Bir necha xil vositalar mavjud. Har bir turdagi vositada bir necha turdagi mahsulot ishlab chiqarilishi mumkin. Yani har bir vosita turini vaqt fondi ma'lum.

Har bir detalni ishlab chiqarish tannarxi ham aniq.

Detallarni ishlab chiqarish vositalarda ishlov berish uchun Shunday taqsimlash kerakki umumiy ketgan harajatlarning miqdori minimal bo'lsin.

Masalani formalizatsiyalashtiramiz.

$j$  - detal turining nomeri;

$A_i$  -  $i$  turdagi vositaning ish vaqti fondi;

$L_{ij}$  -  $j$  turdagi detalni bir birligiga  $i$  nomerdagi vositada ishlov berish vaqt harajati normativi;

$B_j$  -  $j$  turdagi detalga ishlov berish plani;

$C_{ij}$  -  $i$  turdagi vositada bir dona  $j$  turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun ketadigan harajatlar;

$X_{ij}$  -  $i$  turdagi vositadan ishlab chiqaradigan  $j$  - turdagi detallar soni.

Iqtisodiy-matematik model.

Masalaning maqsadi: Detallarga ishlov berish uchun ketgan umumiy harajatlar eng kam bo'lsin

$$F = \sum \sum C_{ij} * X_{ij} \rightarrow \min$$

1) Detallarga ishlov berganda  $i$  turdagi vosita vaqt harajati shu vositani ish vaqt fondidan ortib ketmasin

$$\sum L_{ij} * X_{ij} \leq A_i$$

2) Hamma turdagi vositalarda ishlov berilgan detallarni soni ishlab chiqarish planiga teng bo'lishi kerak

$$\sum X_{ij} = B_j$$

3)  $X_{ij} > 0$ .

## 5.2-§. Mutaxassislar o`rtasida turli xildagi ishlarni taqsimlash masalasi

Korxonada bir necha mutaxassislar mavjud. Har bir mutaxassis mavjud ishlarni bajara oladi. Ularni kvalifikatsiyasiga ko`ra ish unumdorligi ham har xil bo`lishi mumkin. Shuning uchun har bir ishni mutaxassisga shunday taqsimlash kerakki, unda har bir mutaxassis o`ziga topshirilgan ishni katta mehnat unumdorligi bilan bajarsin. Bu shart bajarilishi uchun mutaxassislarni ishlarga optimal taqsimlash kerak.

$i$  - mutaxassisning tartib nomeri;

$j$  - bajaradigan ish nomeri;

$P_{ij}$  -  $j$  nomerli ishni bajarish uchun  $i$  nomerli mutaxassisning sarf qiladigan vaqt miqdori;

$X_{ij}$  -  $j$  - nomerli ishni bajarish uchun  $i$  nomerli mutaxassislar soni.

### Masalani iqtisodiy matematik modeli.

Masalaning optimallik mezoni. Hamma mutaxassislar bo`yicha bajarilishi kerak bo`lgan, hamma ishlar uchun minimal vaqt sarflash asos qilib olinadi

$$F = \sum \sum P_{ij} * X_{ij} \rightarrow \min$$

1) har bir mutaxassis faqat bir ishga biriktiriladi

$$\sum X_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}$$

2) har bir ishni faqat bitta mutaxassis bajarishi mumkin

$$X_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}$$

### 1. *Korxonada faoliyatini optimal planlashtirish masalalari*

Xozirgi vaqtda iqtisodiy tizimimiz bozor iqtisodiyotiga o`tish davrida turibdi. Bozor iqtisodiyoti deganda biz har bir korxonani mustaqilligi, o`z-o`zini faoliyatini boshqarish imkoniyatlariga asoslanib, korxonalar ishlab chiqarish mahsulotlari o`zini narxini bozorda aniqlash, mahsulotga talab bo`lsa, uning sifati iste`molchilarni qoniqtirsa, demak korxonada daromadi ko`payadi, ishchilarning farovonligi oshadi, korxonada qo`shimcha mahsulot ishlab chiqarishga imkoniyat tug`iladi. Demak, qanchalik korxonada resurslari optimal sarflansa, qanchalik sifatli mahsulot ko`p ishlab chiqilsa shuncha daromad ko`payadi. Korxonani

bir necha ish yuritish variantlaridan eng optimalini topishda optimal boshqarishni, matematik metodlarni ahamiyati oshib boradi.

Eski xo`jalik davrida ham EHMLar qo`llangan, lekin ular to`liq iqtisodiy tahlilda o`z o`rinlarini topmadi. Nazariy tomondan rivojlandi-yu, xo`jalik mexanizimi qabul qilmadi, chunki optimal boshqarishda korxonalarda qiziqish bo`lmagan. Resurs fondlari beriladi, xo`jalik hisobi yo`q, mahsulot albatta realizatsiya qilinadi, oylik chegaralangan, ortiqcha daromad byudjetga o`tib ketadi.

Hozirgi zamon sanoat korxonalarida texnik, iqtisodiy, tashkiliy va boshqa masalalarni hal etmay turib, ishlab chiqarishni planlashtirish va boshqarish masalasini hal etish qiyin.

Bu masalani fan va texnika so`ngi yutuqlaridan, hususan matematik metodlar va EHMLardan, oqilona foydalanilgandagina amalga oshirishi mumkin.

Korxonada quyidagi optimal planlashtirish masalalari qo`yiladi:

1. Korxonada ishlab chiqarish quvvatlaridan optimal foydalanish modellari;
2. Ishlab chiqarish vositalarini optimal usulda yuklash masalasi;
3. Texnik materiallarni optimal qirqish modeli;
4. Korxonada ishchilarni ish joylariga optimal taqsimlash masalasi.

Sanoat korxonalarining asosiy texnik-iqtisodiy ko`rsatkichlaridan biri, uni ishlab chiqarish quvvatidir. Bu ko`rsatkich orqali korxonaning ishlab chiqarish programmasi belgilanib, mahsulot ishlab chiqarishni ko`paytirish yo`llari hamda iqtisodiy ob`ektlar va ishlab chiqarish rezervlari aniqlanadi.

Ishlab chiqarish quvvatidan to`la foydalanish hozirgi vaqtda ishlab chiqarishning iqtisodiy samaradorligini oshirishning muhim faktorlaridan biri hisoblanadi. Matematik modellar berilgan resurslariga ko`ra mahsulot hajmi va strukturasi optimal variantini topishga yordam beradi.

Bu masala quyidagi holda vujudga keladi, ya`ni agar ishlab chiqarish resurslari aniq bo`lganda, bir necha xil mahsulot ishlab chiqarish zarur bo`ladi. Masalani yechish natijasida uning optimal ishlab chiqarish programmasi aniqlanadi.

*Masalaning iqtisodiy qo`yilishi.*

Faraz qilaylik, korxonada  $n$  xilda mahsulot bor. Uni sotish uchun  $m$  turdagi ishlab chiqarish resurslari (moddiy, mehnat, energiya, asbob-uskunalar, maydonlar ...) qatnashadi. Shuni unitmaslik kerakki, bu turdagi resurslar chegaralangandir. Quyidagi belgilarni beramiz:

$j$  - sotiladigan mahsulot turlari indeksi ( $i = \overline{1, n}$ );  
 $i$  - foydalaniladigan resurslari indeksi;  
 $A_i$  -  $i$  turdagi foydalaniladigan resurslar hajmi;  
 $a_{ij}$  -  $j$  xildagi mahsulot birligini  $i$  turdagi resurs yordamida sotilish uchun qilingan harajatlar normasi;  
 $P_j$  -  $j$  xildagi mahsulot sotilishidan olinadigan foyda;  
 $X_j$  -  $j$  xil tovarlarni sotish hajmi.

Agar korxonada har xil turdagi bir birlik mahsulot ishlab chiqarish bahosi, yoki undan olinadigan foyda ma'lum bo'lsa, masalaning matematik modeli quyidagicha bo'ladi.

Shunday  $X_j$  o'zgaruvchilar topilsinki

$$F = \sum P_j X_j \rightarrow \max$$

bo'lib, quyidagi shartlar bajarilsin:

1) mahsulotlarni sotish uchun sarflangan jami resurslar, mavjud resurslar hajmidan ko'p bo'lmasin

$$\sum a_{ij} X_j < A_i \quad (i = \overline{1, n})$$

2) noma'lum o'zgaruvchilar manfiy bo'lmasligi sharti

$$x_j > 0.$$

Bu modelning optimal mezoni sifatida maksimal mahsulot ishlab chiqarish yoki maksimal foyda kabi ko'rsatkichlar qabul qilingan. Modeldan ko'rinib turibdiki, mahsulot ishlab chiqarishning hajmi to'g'risida hech qanday chekliliklar ko'rsatilmagan. Shuning uchun korxonada ishlab chiqarish quvvatining optimal variantida ayrim tovarlar sotish darajasi juda katta bo'lsa, ayrimlarini esa ishlab chiqarishda umuman qatnashmasligi mumkin. Bu esa iste'molchilarni talabini qondirmaslikka olib keladi.

Agar planlashtirish davrida sotilayotgan mahsulotlarga talab ma'lum bo'lsa, modelga qo'shimcha chegaraviy shart kiritish zarur.

Agar  $B_j$  -  $j$  mahsulotni sotish plani bo'lsa, unda

$$F = \sum P_j X_j \rightarrow \max$$

1)  $\sum a_{ij} * X_j < A_i$  ( $i = \overline{1, m}$ );

2) tovar miqdori iste'molchilar talabini qondirsin.

$$\sum X_j > B_j \quad (j = \overline{1, n});$$

3)  $X_j > 0$ .



Masalaning matritsaviy modeli quyidagicha:

$i$	Mahsulot b/b ketgan resurslar harajatining normasi						$A$
	1	2		$J$		$n$	
	$X$	$X$		$X_j$		$X_n$	
1	$a_1$	$a_2$	...	$a$	...	$a$	$A$
2	$a$	$a$	...	$a$	...	$a$	$A$
			...		...		
$i$	$a$	$a$	...	$a$	...	$a$	$A_i$
			...		...		
$m$	$a$	$a$	...	$a$	...	$a$	$A_m$
$P_i$	$P$	$P$	...	$P_j$	...	$P_n$	

Shu ma'lumotlar asosida yana bitta masala tuzish mumkin:

$$F = \sum A_i Y_i \rightarrow \min$$

$$1) \sum a_{ij} * Y_i > P_j \quad (j = \overline{1, n});$$

$$2) Y_i > 0, Y_i - i \text{ turdagi resursni optimal bahosi.}$$

Optimal baholar maqsad funksiyani o'zgarishini ko'rsatadi. Agar defitsit resursni mavjud fondini bir birlikka oshirsak, maqsad funksiyamiz  $Y_i$  qiymatiga oshadi. Ortiqcha, sarflanmay qolgan resurslarni optimal bahosi 0-ga bo'ladi, chunki resursni fondi o'zgarishi maqsad funksiyaga ta'sir qilmaydi.

Mahsulot uchun hisoblangan optimal baholar quyidagicha ifodalanadi.

Optimal planga kirmagan mahsulot bir birligi sotilsa, maqsad funksiya qanchaga kamayishini optimal baholar yordamida aniqlash mumkin.

## 2. Texnik materiallarni optimal qirqish modellari

Ishlab chiqarishga turli xil sanoat xom ashyolar (masalan, rulon, proqat, truba va xokazo) keltiriladi. Bu xom ashyolardan mahsulot ishlab chiqarish uchun ularni zarur kattalikdagi va formadagi qismlarga bo'lishga yoki bichishga to'g'ri keladi. Keyinchalik ulardan komplektlar tayyorlab, har xil detallardan bitta mahsulot qilinadi. Xom ashyoni bichishda esa ma'lum qismi chiqindiga chiqib ketishi mumkin. Shuning

uchun chiqindini kamaytirish, xom ashyoni tejash, bichishning optimal usullarini topish masalasi muhim ahamiyatga egadir.

Bichish planini matematik modelini tuzish uchun material bo`laklarini qirqilishini bir necha variantlarda hal etish mumkin, chunki har xil variantlarda chiqindilar har xil bo`ladi. Barcha variantda zagotovkalarga bo`lgan talabni qondirgan holda umumiy chiqindilar miqdorini kamaytirish zarur.

Xom ashyoni bichishni ikkita mezon asosida tashkil qilish mumkin:

- 1) Umumiy chiqindini minimumlashtirish mezoni;
- 2) Tayyor komplektlarni maksimumlash mezoni.

### Masalaning iqtisodiy qo`yilishi

Xom ashyoni bir necha qirqish variantlari topilgan.

Mahsulotni ishlab chiqarish uchun qirqilgan detallarni kerakli miqdori ma`lum. Masalan, yechish natijasida detallarni qirqish plani bajarilgan holda umumiy chiqindilarni miqdori eng kam bo`lishi kerak.

Masalani modelini tuzish uchun quyidagi belgilarni kiritamiz:

$i$  - material bo`laklarini bichish varianti indeksi ( $i = \overline{1, m}$ );

$j$  - tayyorlanayotgan mahsulot indeksi;

$B_j$  -  $j$  xildagi detallarning soni;

$P_{ij}$  -  $i$  variantni qo`llagan holda bir birlik material bo`ladigan tayyorlangan  $j$  xildagi detallar soni;

$A$  - xom ashyo material bo`laklarini mavjud miqdori;

$C_i$  -  $i$  variant qo`llagan holda har bir materialdan chiqqan chiqindi miqdori;

$x_i$  -  $i$  variantni qo`llab qirqilgan materialning (rulon, taxta, truba va boshqa shakldagi) bo`laklar soni.

Masalaning matritsa modeli

$j$	1	2	...	$j$	...			
$i$	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...			
1	$P_{11}$	$P_{12}$	...	$P_{1j}$	...			
2	$P_{21}$	$P_{22}$	...	$P_{2j}$	...			
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$i$	$P_{i1}$	$P_{i2}$	...	$P_{ij}$	...	$P_{ij}$	$X_i$	$C_1$
...	...	...	...	...	...	...	...	...

$m$	$P_{m1}$	$P_{m2}$	...	$P_{mj}$	...	$P_{mj}$	$X_m$	$C_m$
-----	----------	----------	-----	----------	-----	----------	-------	-------

### Iqtisodiy matematik model.

Umumiy chiqindilarni minimumlashtirish mezoni quyidagicha yoziladi:  $F = \sum_{i=1}^m C_i x_i \rightarrow \min$  ;

1) har bir xildagi detallar soni planga mos bo'lishi shart.

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} x_i = B_j \quad (j = 1, n);$$

2) qirqilgan material bo'laklari mavjud material zapasidan oshib ketmasligi shart  $\sum_{i=1}^m x_i < A$ ;

3)  $x_i > 0$ .

*Tayyor komplektlarni maksimizatsiyalash mezoni masalasi.*

Bir necha material mavjud. Ulardan har xil usullar bilan (variantlar bilan) detallar bichilishi mumkin. Detallar soni noma'lum, lekin ulardan yechiladigan komplektlarni soni eng ko'p bo'lishi kerak.

Har bir komplektga kiradigan detallarni soni aniqlangan.

$Z$  - detallardan tashkil bo'lgan komplektlarning soni.

$A_j$  - bitta komplektga kiradigan  $j$  detallarning soni.

### Iqtisodiy matematik model.

Optimal mezon – komplektlarni sonini maksimallashtirish

$$Y = Z \rightarrow \max$$

1)  $j$  xildagi detallarning miqdori komplektlarning doimiy miqdoriga proporsional bo'lishi kerak

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} x_i = a_j Z$$

2) qirqilgan material bo'laklarining umumiy miqdori material zapasiga teng bo'lishi kerak

$$\sum_i x_i < A$$

3)  $x_i > 0$ .

Xom ashyo material bo'laklari bir necha tiporazmerda korxonaga keltirilishi mumkin. Bu holatda har bitta tiporazmer bo'yicha alohida qirqilish variantlari tuzilishi kerak. Har bitta tiporazmer bo'yicha material bo'laklari sarflanishiga chegara qo'yiladi.

Quyidagi belgilar kiritamiz:

$k$  - tiporazmerlar indeksi,

$r$  - tiporazmerlar miqdori,

$P_{ijk}$  -  $k$  tiporazmerlardan  $i$  variant bo`yicha qirqilgan  $j$  detallarning soni,

$X_{ik}$  -  $k$  tiporazmerlardan  $i$  variant bo`yicha qirqilgan material bo`laklarining soni,

$B_j$  -  $j$  detalga bo`lgan talab,

$A_k$  -  $k$  tiporazmerlardagi material bo`laklarining soni,

$C_{ik}$  -  $k$  tiporazmer  $i$ - variant bo`yicha qirqilganda chiqadigan chiqindining miqdori.

Masalaning matematik modeli.

Umumiy chiqindi minimumlashtirilsin

$$F = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m C_{ik} X_{ik} \rightarrow \min$$

Shartlar tizimi:

1) hamma tiporazmerlardan qirqilgan detallarni soni ishlab chiqarish programmasiga mos bo`lish shart

$$\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m P_{ijk} X_{ik} > B_j \quad (j = \overline{1, n});$$

2) qirqilgan tiporazmerlardagi material bo`laklari mavjud material zapaslaridan oshib ketmaslik shart

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} < A_k \quad (k = \overline{1, r}).$$

## VI BOB. IQTISODIY SUB'EKTLAR O'RTASIDA XO'JALIK ALOQALARINI OPTIMALLASHTIRISH MODELLARI

### 6.1-§. Transport masalasini iqtisodiy mohiyati

Faraz qilaylik, bir necha ishlab chiqarish korxonalarida bir xil mahsulot zahiralari mavjud. Ularni iste'molchilarga yetkazib berish zarur. Har bir ishlab chiqarish korxonasi taklif qiladigan mahsulotlarni hajmi, iste'molchilarning talablari hajmi, har bir ishlab chiqaruvchidan har bir iste'molchiga bir birlik mahsulot tashish uchun sarflanadigan transport harajatlari ma'lum.

Ta'minotchilar (ishlab chiqaruvchilar) va iste'molchilar orasida Shunday optimal xo'jalik aloqalarni aniqlash kerakki, natijada iste'molchilarning mahsulotlarga bo'lgan talabi ishlab chiqaruvchilarning imkoniyatiga qarab qondirilsin va mahsulotlarni tashishga sarflanadigan transport harajatlari eng kam bo'lsin.

Yuqoridagi masalani yechilishida transport modelidan foydalaniladi. Transport modeli mahsulot turiga ko'ra bir mahsulotli va ko'p mahsulotli transport modellariga bo'linadi.

Ko'p mahsulotli transport modeli o'z o'rnida o'zaro almashinuvchi va o'zaro almashishi mumkin bo'lmagan mahsulotlar uchun alohida tuziladi. Agar tovarlar o'zaro almashinuvchi bo'lsa, bu holda ularni shartli mahsulotga keltirib, oddiy, bir mahsulotli transport masalasi usullari bilan yechish mumkin. Masalan sut, sut mahsulotlarni tashish bo'yicha.

Mahsulotlarni iste'molchilarga yetkazib berishdan avval, qayta ishlash jarayonidan o'tishi zarur bo'lsa, bu holda *ko'p bosqichli transport masalasi* hosil bo'ladi va xususiy usullar bilan yechiladi.

O'rganilayotgan davrga ko'ra statik va dinamik transport masalalari mavjud. Dinamik transport masalasini matritsaviy modeli blok shaklida tuzilib, vaqt omilini e'tiborga oladi.

Ba'zi bir masalalarda transport harajatlaridan tashqari ishlab chiqarish harajatlari ham e'tiborga olinadi. Bu holda ishlab chiqarish transport masalasi hosil bo'ladi.

Transport masalasini matematik modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$i$  - ishlab chiqarish korxonalarini nomeri,  $(i = \overline{1, m})$ ;

$j$  - iste'molchi nomeri,  $(j = \overline{1, n})$ ;

$A_i$  -  $i$ -ishlab chiqarish punktdagi mahsulot zahirasi;

$B_j$  -  $j$ -iste`mol punktdagi talab hajmi;

$C_{ij}$  -  $i$ -ishlab chiqarish korxonasidan  $j$ -iste`mol punktiga bir birlik mahsulot tashish uchun ketgan transport harajatlar;

$X_{ij}$  -  $i$ -ishlab chiqarish korxonasidan  $j$ -iste`mol punktiga tashilishi kerak bo`lgan yukning izlanayotgan hajmi.

1. *Transport masalasining matritsaviy va matematik modelning tuzilishi.*

Transport masalasining matritsaviy modeli quyidagi ko`rinishda bo`ladi:

$i \backslash j$	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_n$
$A_1$	$t_{11}$ $X_{11}$	$t_{12}$ $X_{12}$	...	$t_{1j}$ $X_{1j}$	...	$t_{1n}$ $X_{1n}$
$A_2$	$t_{21}$ $X_{21}$	$t_{22}$ $X_{22}$	...	$t_{2j}$ $X_{2j}$	...	$t_{2n}$ $X_{2n}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	$t_{i1}$ $X_{i1}$	$t_{i2}$ $X_{i2}$	...	$t_{ij}$ $X_{ij}$	...	$t_{in}$ $X_{in}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_m$	$t_{m1}$ $X_{m1}$	$t_{m2}$ $X_{m2}$	...	$t_{mj}$ $X_{mj}$	...	$t_{mn}$ $X_{mn}$

Masalani matematik modeli. Umumiy transport harajatlari minimal bo`lsin:

$$F = \sum_i \sum_j t_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

Chegaraviy shartlar tizimi:

1. Ishlab chiqarish korxonalardan tashilishi kerak bo`lgan mahsulotlar (yuklar) hajmi korxonaning quvvatlaridan oshib ketmasin:

$$\sum_j X_{ij} \leq A_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

2. Iste`molchilarning mahsulotlarga (yuklarga) bo`lgan talablari to`liq qondirilsin:

$$\sum_i X_{ij} = B_j, \quad (j = \overline{1, n})$$

3. Agar ta'minotchilarni umumiy quvvati iste'molchilarni umumiy talabiga teng bo'lsa 1) va 2) shartlar kat'iy tenglik ko'rinishida beriladi va yopiq transport masalasi hosil bo'ladi.

Ayrim hollarda bunday muvozanat hosil bo'lmasligi mumkin, bu holda transport masalasining ochiq modeli tuziladi.

$$b) \sum_i A_i < \sum_j B_j$$

$$v) \sum_i A_i > \sum_j B_j$$

Ochiq turdagi transport masalasi modelini yopiq holga keltirish uchun fiktiv ta'minotchi yoki fiktiv iste'molchi kiritiladi.

$$\text{Agar } \sum_i A_i > \sum_j B_j \quad \sum_i A_i = \sum_j B_j + B^{\text{TMU} \square}$$

$$\sum_i A_i < \sum_j B_j \quad \sum_i A_i + A^{\text{TMU} \square} = \sum_j B_j$$

Yopiq holga keltirilgan transport masalasi modelini ma'lum usullar bilan yechish mumkin (potensiallar usuli, Brudno usuli va boshqalar).

### 6.2-§. Transport masalasida optimal baholarning qo'llanishi

Transport masalasida 3 xil ikkilamchi baholar mavjud.

1)  $U_i$  - potentsiali ishlab chiqarish korxonalarini baholaydi.

2)  $V_j$  - potentsiali iste'mol talabini baholaydi.

3)  $V_j$  - potentsiali xo'jalik aloqalarni baholaydi. Agar optimal yechimga kirmagan aloqalar qo'llansa, umumiy harajatlar har bir mahsulot birligining miqdoriga oshadi.

$\Delta_{ij} = U_i + V_j - t_{ij}$  - potentsiali ishlab chiqarish korxonani quvvati bir birlikka o'zgarsa, umumiy transport harajatlari qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi.  $U_i$  - manfiy bo'lsa kamayadi,  $U_i$  - musbat bo'lsa ko'payadi.

$V_j$  - potentsiali talab hajmi bir birlikga o'zgarsa, umumiy harajat qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi. Manfiy bo'lsa kamayadi, musbat bo'lsa oshadi.

#### *Ko'p bosqichli transport masalasi*

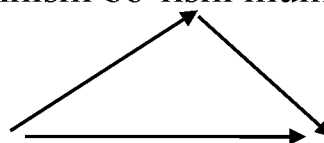
Ko'p bosqichli transport masala mahsulot ishlab chiqarish punktidan iste'mol qiluvchi punktga yetib borish jarayonida vositachi orqali yetib boradi. Bu masalaning 2 xil ko'rinishi bo'lishi mumkin:

$$1) A \rightarrow B \rightarrow C;$$

Bu yerda  $A$  - ishlab chiqarish punktlari,

$B$  - vositachi yoki baza,

$C$  - iste'mol qiluvchi punktlar.



Birinchi turdagi masalada ishlab chiqarish punktlar bilan iste`mol qiluvchi punktlar orasida to`g`ri aloqalar yo`q va mahsulot albatta vositachi orqali yetkazib beriladi.

Ikkinchi turdagi masalada mahsulotning ayrim qismi bevosita ishlab chiqarish punktdan iste`mol qiluvchi punktga yetkazib berilishi mumkin, ya`ni ishlab chiqaruvchilar bilan iste`molchilar orasida to`g`ri aloqalar mavjud.

	$C_1$	...	$C_k$	$B_1$	...	$B_m$
$A_1$						
...	$t_{ik}$	...	$X_{ik}$			
$A_n$						
$C_1$	$X_1$					
...		$X_i$		$t_{kj}$	...	$X_{kj}$
$C_k$			$X_k$			

$i$ -ishlab chiqaruvchi punktlar soni,

$k$ -vositachilar soni,

$j$ -iste`mol punktlar soni,

$A_j$ -ishlab chiqarish punktdagi mahsulot hajmi,

$C_k$ -vositachi qabul qilish quvvati,

$B_j$ -iste`molchilarning ehtiyoji,

$t_{ik}$ -ishlab chiqarish punktdan vositachiga bir birlik mahsulot yetkazib berish uchun transport harajati,

$t_{kj}$ -bir birlik mahsulotni vositachidan iste`mol qiluvchi punktga yetkazib berish uchun transport harajatlari,

$X_k$ -vositachining ishlatilmasdan qolgan quvvati.

Noma`lumlar sifatidan quyidagi ko`rsatkichlar qabul qilinishi mumkin:

$X_{ik}$ - $i$  ishlab chiqaruvchi punktdan  $k$  vositachiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi,

$X_{kj}$ - $k$  vositachidan  $j$  iste`molchiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi.

Iqtisodiy – matematik modeli.

Maqsad funksiyasi:

$$F = \sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} \rightarrow \min$$

Chegaralovchi shartlari:



1.  $\sum_k X_{ik} \leq A_i,$
2.  $\sum_i X_{ik} + X_k^o = C_k,$
3.  $\sum_j X_{kj} + X_k^o = C_k,$
4.  $\sum_k X_{kj} = B_j.$

2-chi turdagi masala uchun tuzilgan matritsaviy modelning ko`rinishi quyidagicha bo`ladi:

	$C_1$	...	$C_k$	$B_1$	...	$B_m$
$A_1$			$t_{ik}$		$t_{ij}$	
...		$X_{ik}$			$X_{ij}$	
$A_n$						
$C_1$	$X_1^0$				$t_{kj}$	
...					$X_{kj}$	
$C_k$			$X_k^0$			

Masalaning iqtisodiy-matematik modeli.

Maqsad funksiyasi:

$$F = \sum_i \sum_k t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} + \sum_i \sum_j t_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

Chegaraviy shartlari:

1.  $\sum_k X_{ik} + \sum_j X_{jk} \leq A_i,$
2.  $\sum_i X_{ik} + X_k^0 = C_k,$
3.  $\sum_j X_{kj} + X_k^0 = C_k,$
4.  $\sum_i X_{ij} + \sum_k X_{kj} = B_j.$

Bu turdagi ko`p bosqichli mahsulot yetkazib berish masalasining ikkinchi turidagi matritsaviy va iqtisodiy matematik modelida qo`shimcha belgilar kiritiladi:

$T_{ij} - i$  ishlab chiqaruvchi puntan  $j$  iste`molchiga bir birlik mahsulotni yetkazib berish harajatlari.

Noma`lum sifatida yangi ko`rsatkich qo`shiladi:

$X_{ij} - i$  ishlab chiqaruvchi puntan  $j$  iste`molchiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi.

Birinchi ko`rinishdagi modelning matritsaviy ko`rinishda ikkinchi kvadratda mahsulot yetkazilishi ta`kidlanar edi. Lekin ikkinchi

ko`rinishdagi modelda ishlab chiqaruvchilar bilan iste`molchilar orasidagi to`g`ri aloqalar shu kvadratda aks ettiriladi. Agar iste`molchilar yoki ishlab chiqaruvchi punktlar orasida balans mahsulot bo`yicha bajarilmasa u holda keyingi holatlar ro`y berishi mumkin:

1) ta`minotchilardagi umumiy mahsulot hajmi iste`molchilarning umumiy talabidan katta bo`lishi mumkin. U holda yechimda kompyuter qo`shimcha sun`iy iste`molchini kiritadi. Bu qo`shimcha iste`molchi sifatida birinchi bosqichda sun`iy vositachi bo`lishi mumkin, ikkinchi bosqichda esa qo`shimcha sun`iy iste`molchi bo`lishi mumkin.

2) Ta`minotchilardagi umumiy mahsulot hajmi iste`molchining umumiy talabidan kichik bo`lishi mumkin. Bunda ta`minotchiga iste`mol yechimda qo`shimcha sun`iy ta`minotchi qo`shiladi va shu punktdagi mahsulot hajmi ta`minotchilarning yetmagan quvvatiga teng bo`ladi.

Sun`iy ta`minotchi o`rnida: birinchi bosqichda-qo`shimcha ishlab chiqaruvchi punkt bo`lishi mumkin, ikkinchi bosqichda-qo`shimcha sun`iy vositachi bo`lishi mumkin.

Sun`iy ta`minotchi yoki iste`molchi o`rnida shu modelni qo`llash jarayonida shu mahsulot bozorida yangi yoki ta`minotchi, yoki yangi iste`molchini topish to`g`risida ma`lumot beriladi.

Ko`p bosqichli bir turdagi mahsulotni yetkazib berish masalasi.

Mahsulot nomi: Palto.

Yetkazib beruvchi korxonalar: Namangandagi “Yulduz”, Farg`onadagi “Sharq”, Samarqanddagi “Chinor”, Navoiydagi “Childuxtaron” korxonalari.

Vositachilar: “Tojinniso Ltd”, “LRD Rayimhoji”, “Fisher KoLtd” firmalari.

Iste`molchi magazinlar “Gango”, “Zuhro”, “Zarafshon” magazinlari.

Biz quyidagicha belgilashlar kiritamiz.

$A_i - i$  ishlab chiqaruvchi punktdagi mahsulot hajmi,

$C_k - k$  bazaning (vositachilarning) qabul qilish quvvati,

$B_j - j$  iste`mol punktlarning shu mahsulotga bo`lgan talabi.

Belgilashlarga asoson:

$A_1 = 200$  (“Yulduz” korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_2 = 300$  (“Sharq” korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_3 = 150$  (“Chinor” korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_4 = 250$  (“Childuxtaron” korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$B_1 = 100$  (“Ganga” magazinining paltoga bo`lgan talabi),

$B_2 = 200$  (“Zuhro” magazinining paltoga bo`lgan talabi),  
 $B_3 = 250$  (“Zarafshon” magazinining paltoga bo`lgan talabi),  
 $C_1 = 100$  (“Tojinisso Ltd” qabul qilish quvvati),  
 $C_2 = 250$  (“LRD Rayimhoji” firmasi qabul qilish quvvati),  
 $C_3 = 300$  (“Fisher Ko.Ltd” firmasi qabul qilish quvvati).

Bu ma`lumotlarni va yetkazib berish harajatlarini quyidagi jadvalga kiritamiz:

	$C_1 = 100$	$C_2 = 250$	$C_3 = 300$	$B_1 = 100$	$B_2 = 200$	$B_3 = 250$
$A_1 = 200$	50 $X_{11}$	35 $X_{12}$	40 $X_{13}$	999	999	999
$A_2 = 300$	30 $X_{21}$	45 $X_{22}$	28 $X_{23}$	999	999	999
$A_3 = 150$	38 $X_{31}$	35 $X_{32}$	25 $X_{33}$	999	999	999
$C_1 = 100$	0 $X_1$	999	999	50 $X_{44}$	35 $X_{45}$	40 $X_{46}$
$C_2 = 250$	999	0 $X_2$	999	40 $X_{54}$	35 $X_{55}$	29 $X_{56}$
$C_3 = 300$	999	999	0 $X_3$	33 $X_{64}$	42 $X_{65}$	24 $X_{65}$

Bu yerda  $i$  - ishlab chiqaruvchilar;

$k$  - vositachilar;

$j$  - iste`molchilar;

$t_{ik}$  -  $i$  punktdan  $k$  bazaga yetkazib berish transport harajatlari;

$t_{kj}$  -  $k$  bazadan  $j$  iste`molchiga yetkazib berish transport harajatlari.

Jadvalimizda yetkazib berish transport harajatlari yuqori chap burchakda yozilgan. Vertikal ustunda ishlab chiqaruvchilar bilan bir qatorda vositachilar ham joylashgan. Gorizontallarda esa iste`molchilar bilan xuddi o`sha vositachilar joylashgan. Noma`lumlar esa quyidagilardir:

$X_{ik}$  -  $i$  punktdan  $k$  bazaga yetkaziladigan mahsulot hajmi;

$X_{kj}$  -  $k$  bazadan  $j$  iste`molchiga yetkaziladigan mahsulot hajmi.

I-chi kvadratimizda ishlab chiqaruvchilardan vositachilari mahsulot yetkazib berish operatsiyalarini amalga oshirish jarayonlari aks etgan.

II-chi kvadrantda esa ishlab chiqaruvchilardan iste`molchilarga yetkazib berish jarayoni aks etgan. Bizning masalamizda  $A \rightarrow C \rightarrow B$

sxema bo'yicha, ya'ni ishlab chiqaruvchilardan vositachilarga, ulardan esa iste'molchilarga, mahsulot yetkazilish kerak. Shuning uchun bu kvadrantga yetkazib berish transport harajatlari maksimum qilib qo'yamiz.

III-chi kvadrantda  $X_1, X_3$  deb belgilangan kataklarda vositachilarning qabul qilish quvvatidan qanchasi ishlatilmasdan qolib ketganligini ko'rsatadi. Qolgan kataklarga esa maksimum qiymatni kiritamiz, chunki masalamiz berilishi bo'yicha bazadan bazaga mahsulot o'tmaydi.

IV-chi kvadrantda bazadan iste'molchilarga palto yetkazib berish jarayoni aks etgan. Modelimiz quyidagi shartlar asosida tuzilishi lozim:

1) har bir ishlab chiqaruvchi punktlardagi mavjud bo'lgan mahsulot bazalarga olib chiqib ketilishi kerak. Barcha vositachilarga yetkazilgan mahsulot hajmining yig'indisi, ishlab chiqaruvchi punktlardagi mavjud bo'lgan mahsulot hajmidan oshib ketmasligi kerak:

$$\sum_k X_{ik} \leq A_i;$$

2) har bir vositachi barcha ishlab chiqarish punktlardan o'zining qabul qilish quvvatiga teng bo'lgan mahsulotni qabul qila oladi:

$$\sum_i X_{ik} + X_k^0 = C_k;$$

3) har bir bazadan hamma iste'molchilarga yuboriladigan mahsulot hajmining yig'indisi shu bazaning qabul qilish quvvatiga teng bo'lishi kerak:

$$\sum_j X_{kj} + X_k^0 = C_k;$$

4) hamma bazalardan har bir iste'molchi punktga yuboriladigan mahsulotning yig'indisi shu iste'molchining talabini qondirish kerak:

$$\sum_k X_{kj} = B_j;$$

Optimallik mezoni. Maqsad funksiya:

$$F = \sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \rightarrow \min .$$

Maqsad funksiyada 1-chi qism  $\left( \sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} \right)$  ishlab chiqaruvchilardan mahsulotni bazaga yetkazib berish harajatlari yig'indisini bildirsa, 2-chi qismi  $\left( \sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} \right)$  esa bazadan iste'molchilarga yetkazib berish harajatlari hajmini ifodalaydi. Bu funksiyaning ikkala qismining yig'indisi minimumga intilish kerak.

Yakuniy jadvalda birinchi ustunda ishlab chiqaruvchilar ( $S_1, S_2, S_3, S_4$ )

va vositachilar ( $S_5, S_6, S_7$ ). Ikkinchi ustunda esa iste'molchilar ( $D_4, D_5, D_6$ ) va vositachilar ( $D_1, D_2, D_3$ ) aks etgan. Uchinchi ustunda ishlab chiqaruvchilardan va vositachilardan, mos ravishda vositachilarga va iste'molchilarga yetkazib beriladigan palto hajmi (donada) aks etgan. To'rtinchi ustunda yetkazib berish harajatlari yozilgan. Bizning yakuniy jadvalimizning birinchi ustunda "sun'iy" so'zi berilgan jadvalda yo'q. Bor bo'lganda bu sun'iy ishlab chiqaruvchi punktni yoki sun'iy bazani anglatar edi. "V" qatorlarda "sun'iy" so'zi qatnashgan.

Yetkazib beruvchi	oluvchi	Yetkazish	Baho	Yetkazib beruvchi	oluvchi	Yetkazish	Baho
	D1		50,00				
	D2		35,00				
S1	D2	0,0	40,00				
S1	D3	200,0	999,0				
S1	D4	0,0	999,0	S4	D2		
S1	D5	0,0	999,0	S5	D3	0,0	
S1	D6	0,0	999,0	S5	D4	0,0	999,0
S1	sun'iy	0,0	0,0	S5	D5	0,0	40,00
S1	D1	0,0	30,00	S5	D6	0,0	35,00
S1	D2	0,0	45,00	S5	sun'iy	0,0	29,00
S2	D3	0,0	28,00	S5	D1	0,0	0,0
S2	D4	200,0	999,0	S5	D2	0,0	999,0
S2	D5	0,0	999,0	S6	D3	0,0	0,0
S2	D6	0,0	999,0	S6	D4	0,0	999,0
S2	sun'iy	0,0	0,0	S6	D5	0,0	30,00
S2	D1	100,0	38,0	S6	D6	50,0	245,00
S2	D2	0,0	35,0	S6	sun'iy	200,0	45,00
S3	D3	50,0	25,0	S6	D1	0,0	0,0
S3	D4	100,0	999,0	S6	D2	0,0	999,0
S3	D5	0,0	999,0	S6	D3	0,0	999,0
S3	D6	0,0	999,0	S7	D4	0,0	0,0
S3	sun'iy	0,0	0,0	S7	D5	0,0	33,00
S3	D1	0,0	50,00	S7	D6	50,0	42,00
S3	D2	0,0	45,00	S7	sun'iy	0,0	24,00
S4	D3	0,0	35,00	S7	D1	250,0	0,0
S4	D4	0,0	999,0	S7	D2	0,0	
S4	D5	0,0	0	S7	D3		
S4	D6	0,0	999,0				
S4	sun'iy	250,0	999,0				
S4	D1	100,0	0,0				
			0,0				
			999,0				

Endi, yakuniy jadvaldagi ko'rsatkichlarni boshlang'ich jadvaliga qo'yanimizda bu jadval quyidagi ko'rinishga keladi.

	$C_1 = 100$	$C_2 = 250$	$C_3 = 300$	$B_1 = 100$	$B_2 = 200$	sun'iy
$A_1 = 200$	50	35 200	40	999	999	0
$A_2 = 300$	30	45	28 200	999	999	0 100
$A_3 = 150$	38	35 50	25 100	999	999	0
$C_1 = 100$	0 100	999	999	50	40	0 250
$C_2 = 250$	999	0	999	40 50	29	0
$C_3 = 300$	999	999	0	33 50	24	0

Jadvalni tahlil qilsak, "Yulduz" korxonasidan 200 dona palto vositachi (baza) "LRD Rayimhoji" firmasiga jo'natiladi. "Sharq" korxonasidan 200 dona palto vositachi "Fisher" Ko. Ltd firmasiga jo'natildi. "Chinor" korxonasidan 50 dona palto "LRD Rahimhoji" firmasiga jo'natilgan. Shu korxonadan 100 dona palto "Fisher Ko. Ltd" firmasiga jo'natildi. Bular 1-chi kvadrat bo'lib mahsulot yetishtiruvchi punktdan bazaga paltoni yetkazish bosqichini aks ettiradi.

Ikkinchi kvadrant, mahsulot ishlab chiqaruvchi punktdan to'g'ri iste'molchiga yekazib berish bosqichini aks ettiradi, bizning masalamizda bu bosqich yo'q bo'lganligi uchun, bu yerda operatsiyalar ta'qiqlanadi.

Uchinchi kvadrantda bazalarning qabul qilish quvvatidan qanday foydalanganligi ko'rsatiladi. Birinchi bazaning 100 dona qabul qilish quvvati ishlatilmay qolgan, qolganlarniki to'liq ishlatilgan.

To'rtinchi kvadrant vositachidan iste'molchilarga yuboriladigan mahsulot hajmi aks etgan. Bundan 2-chi bazadan 1-chi iste'molchiga korxonadan 50 dona, 2-chi iste'molchiga 200 dona, 3-chi bazadan 1-chi iste'molchiga 50 dona, 3-chi iste'molchiga 250 dona yetkazib berilgan. Ishlab chiqarilgan palto iste'molchiga magazinlar talabidan 350 donaga ortiq. Shuning uchun, qo'shimcha baza topish kerak. Kompyuter bunga, sun'iy baza kiritgan. "Sun'iy" iste'molchilarning transport harajatlari 0-ga teng.

4-chi ishlab chiqaruvchi korxonadan 250 dona polto 4-chi sun`iy bazaga jo`natilgan, 2-chi ishlab chiqarishdan 100 dona palto 2-chi sun`iy bazaga jo`natilgan.

Modelimizdagi shartlar bizning xususiy holda quyidagicha bo`ladi:

- 1)  $X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq A_1 = 200;$   
 $X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq A_2 = 300;$   
 $X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq A_3 = 150;$   
 $X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq A_4 = 250;$
- 2)  $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_1 = C_1 = 100;$   
 $X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_2 = C_2 = 250;$   
 $X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_3 = C_3 = 300;$
- 3)  $X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_1 = C_1 = 100;$   
 $X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_2 = C_2 = 250;$   
 $X_{74} + X_{75} + X_{76} + X_{32} = C_3 = 300;$
- 4)  $X_{54} + X_{64} + X_{66} = A_1 = 200;$   
 $X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq A_2 = 300;$   
 $X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq A_3 = 150;$

Optimallik mezoni:

$$F = 50 \cdot X_{11} + 30 \cdot X_{21} + 38 \cdot X_{31} + 50 \cdot X_{41} + 35 \cdot X_{12} + 45 \cdot X_{22} + 35 \cdot X_{32} + 45 \cdot X_{42} + 40 \cdot X_{13} + 28 \cdot X_{23} + 25 \cdot X_{33} + 35 \cdot X_{43} + 40 \cdot X_{54} + 35 \cdot X_{55} + 25 \cdot X_{56} + 30 \cdot X_{64} + 25 \cdot X_{65} + 45 \cdot X_{66} + 33 \cdot X_{74} + 42 \cdot X_{75} + 24 \cdot X_{76} \rightarrow \min$$

### 6.3-§. Transport masalasining xususiyatlari

Bizga ma`lumki, trasport masalasining matematik modelini quyidagi ko`rinishda yozish mumkin.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad (i = 1, m) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (j = 1, n) \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = 1, m; \quad j = 1, n), \quad (3)$$

$$y_{\min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (4)$$

Bu yerdagi (1) shart harbir ishlab chiqaruvchi punktlardagi mahsulot to`la taqsimlansin, (2) esa har bir iste`mol qiluvchi punktning talabi to`la qanoatlantirilsin degan ma`nolarni bildiradi. Mahsulotni

tashish uchun sarf qilinadigan umumiy transport harajatlari (4) chiziqli funksiya orqali ifodalanadi.

Masaladagi har bir  $a_i, b_j$  va  $c_{ij}$  manfiy bo'lmagan sonlar, ya'ni

$$a_{ij} \geq 0, \quad b_{ij} \geq 0, \quad c_{ij} \geq 0.$$

Agar (1) – (4) masalada

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n b_j = A \quad (5)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, ya'ni ishlab chiqarilgan mahsulotlar yig'indisi unga bo'lgan talablar yig'indisiga teng bo'lsa, u holda bu masalani yopiq modelli transport masalasi deb aytamiz.

**1– teorema.** Har qanday yopiq modelli transport masalasi yechimga ega.

Isbot. Shartga ko'ra

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n b_j = A > 0.$$

U holda

$$x_{ij} = \frac{a_i b_j}{A}, \quad (i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n})$$

berilgan transport masalasining plani bo'ladi. Haqiqatan ham,

$$x_{ij} = \frac{a_i b_j}{A} \geq 0, \quad \text{chunki } a_i \geq 0, \quad b_j \geq 0, \quad A > 0.$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n \frac{a_i b_j}{A} = \frac{a_i}{A} \sum_{j=1}^n b_j = a_i,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = \sum_{i=1}^m \frac{a_i b_j}{A} = \frac{b_j}{A} \sum_{i=1}^m a_i = b_j,$$

Demak,  $x_{ij} = \frac{a_i b_j}{A}$  transport masalasining hamma shartlarini qanoatlantiradi. Shuning uchun bu miqdor masalaning plani bo'ladi.

**2-teorema.** Transport masalasining shartlaridan tuzilgan matritsaning rangi  $m + n - 1$  ga teng.

Isbot. Haqiqatdan ham bu matritsa kengaytirilgan holda quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.



$$A = \begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} \underbrace{111\dots100\dots000\dots0}_n \\ 00\dots0111\dots100\dots0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 00\dots000\dots0\underbrace{11\dots1}_n \\ 10\dots010\dots010\dots0 \\ 01\dots001\dots001\dots0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 00\dots100\dots001\dots1 \end{array} \right| \end{array}$$

Bu matritsaning ixtiyoriy qatori (masalan 1-qatori) qolgan qatorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat ekanligini ko'rsatish mumkin.  $m+1, m+2, \dots, m+n$  qatorlarni o'zaro qo'shib, natijasidan 2, 3, ...,  $(m+n)$  qatorlarni ayirsak 1-qatorni hosil qilamiz. Demak  $A$  matritsaning rangi  $r(A) \leq m+n-1$ . Endi 2, 3, ...,  $(m+n)$ - qatorlar o'zaro chiziqli bog'liq bo'lmagan sistemani tashkil qilishini ko'rsatamiz. Buning uchun ixtiyoriy  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  sonlar olib ularga mos ravishda 2, 3, ...,  $m, (m+1)$  -qatorlarni ko'paytirib o'zaro qo'shamiz va natijasini  $0 = (\underbrace{0,0\dots0}_{m-1} \quad \underbrace{0,0,\dots,0}_n)$  ga tenglaymiz. Natijada quyidagilarga

ega bo'lamiz:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \cdot \alpha_2 + 0 \cdot \alpha_3 + \dots + 0 \cdot \alpha_m + 1 \cdot \beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + \dots + 0 \cdot \beta_n = 0, \\ 0 \cdot \alpha_2 + 0 \cdot \alpha_3 + \dots + 0 \cdot \alpha_m + 0 \cdot \beta_1 + 1 \cdot \beta_2 + \dots + 0 \cdot \beta_n = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 \cdot \alpha_2 + 0 \cdot \alpha_3 + \dots + 0 \cdot \alpha_m + 0 \cdot \beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + \dots + 1 \cdot \beta_n = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

va

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot \alpha_2 + 0 \cdot \alpha_3 + \dots + 0 \cdot \alpha_m + 1 \cdot \beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + \dots + 0 \cdot \beta_n = 0, \\ 0 \cdot \alpha_2 + 1 \cdot \alpha_3 + \dots + 0 \cdot \alpha_m + 1 \cdot \beta_1 + 1 \cdot \beta_2 + \dots + 0 \cdot \beta_n = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 \cdot \alpha_2 + 0 \cdot \alpha_3 + \dots + 1 \cdot \alpha_m + 1 \cdot \beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + \dots + 0 \cdot \beta_n = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

$$(6) \text{ sistemadan } \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_n = 0 \quad (8)$$

ekani va (7) sistemadan

$$\begin{cases} \alpha_2 + \beta_1 = 0, \\ \alpha_3 + \beta_1 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_m + \beta_1 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

kelib chiqadi. Bundan (8) ga asosan  $\alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_n = 0$  bo`ladi. Demak  $A$  matritsaning  $m+n-1$  ta qatori o`zaro chiziqli bo`lmagan sistemani tashkil qiladi va demak,  $r(A) = m+n-1$  bo`ladi.

**3-teorema.** Agar masaladagi barcha  $a_i$  va  $b_j$  lar butun sonlardan iborat bo`lsa, transport masalasining yechimi butun sonli bo`ladi.

Teoremaning isbotini transport masalasining boshlang`ich tayanch planlarini topish usullarida ko`rish mumkin.

**4-teorema.** Ixtiyoriy transport masalasining optimal plani mavjuddir.

Isbot. 1-teoremaga asosan masalaning kamida bitta plani mavjuddir. (1), (2) shartlardagi koeffitsiyentlar va barcha  $a_i$  va  $b_j$  lar musbat butun son bo`lganligi sababli  $x_{ij}$  ham yuqoridan chegaralangan bo`ladi va uning qiymati mos  $a_i$  va  $b_j$  larning qiymati oshmaydi.

Shunday qilib transport masalasi planlaridan tashkil topgan to`plam bo`sh to`plam bo`lmaydi. U chegaralangan to`plam bo`ladi. Demak transport masalasi optimal planga ega.

## 2. Transport masalasining boshlang`ich tayanch planini topish usullari.

Boshqa chiziqli programmalash masalalari singari transport masalasini yechish jarayoni boshlang`ich tayanch planini topishdan boshlanadi. Transport masalasining boshlang`ich planini topish usullari ko`p bo`lib, quyida biz «shimoliy-g`arb burchak» usuli va «ustundagi minimal element» usuli bilan tanishamiz.

1. *Shimoliy – g`arb burchak usuli.* Faraz qilaylik, transport masalasining shartlari quyidagi jadvalga joylashtirilgan bo`lsin.

$b_j$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$
$a_i$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$

$a_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$a_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$

«Shimoliy-g`arb burchak» usulining g`oyasi quyidagilardan iborat. Eng avval shimoliy g`arbdagi joylashgan  $x_{11}$  noma`lum qiymatini aniqlaymiz,  $x_{11} = \min(a_1, b_1)$ . Agar  $a_{11} \leq b_1$  bo`lsa,  $x_{11} = a_1$  va  $x_{1j} = 0, (j = \overline{2, n})$ , agar  $b_1 \leq a_1$  bo`lsa,  $x_{11} = b_1$  va  $x_{i1} = 0, (i = \overline{2, m})$  bo`ladi. Faraz qilaylik, birinchi hol bajarilsin. Bu holda 1-qadamdan so`ng masalaning yechimlaridan tashkil topgan matritsa quyidagi ko`rinishda bo`ladi.

1-q a d a m

$$\begin{array}{cccccc|c}
 x_{11} = a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} & a_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
 x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} & a_m \\
 \hline
 b_1 - a_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_n & 
 \end{array} \quad (10)$$

Endi ikkinchi qatordagi birinchi elementning qiymatini topamiz:

Agar  $a_2 > b_1 - a_1$  bo`lsa,  $x_{21} = b_1 - a_1$  va  $x_{i1} = 0, (i = \overline{3, m})$ ,

Agar  $a_2 < b_1 - a_1$  bo`lsa,  $x_{21} = a_2$  va  $x_{2j} = 0, (j = \overline{2, n})$ ,

Faraz qilaylik, yangi matritsa uchun ham 1-hol bajarilsin, u holda

2 - q a d a m

$$\begin{array}{cccccc|c}
 x_{11} = a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 x_{21} = b_1 - a_1 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} & a_2 - b_1 + a_1 \\
 0 & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} & a_3 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} & a_m \\
 \hline
 0 & b_1 & b_2 & \dots & b_n & 
 \end{array}$$

Xuddi shunday yo`l bilan davom etib, har bir qadamda birorta  $x_{ij}$  ning qiymati topiladi.  $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$  va  $a_i$  yoki  $b_j$  nolga aylantiriladi.

Bu jarayon barcha  $a_i$  va  $b_j$  lar nolga aylanguncha takrorlanadi. Ma`lumki, har bir  $x_{ij}$  ning qiymati  $a_i$  va  $b_j$  larning turli kombinatsiyalarini ayirish yoki qo`shish yordami bilan topildi, shuning uchun  $a_i$  va  $b_j$  lar butun bo`lganda topilgan tayanch plan butun sonli bo`ladi. Bundan tashqari, yuqoridagi 2-teoremaga asosan tayanch plandagi noldan farqli  $x_{ij}$  noma`lumlar soni  $n + m - 1$  dan oshmaydi.

M i s o 1. Quyidagi transport masalasining boshlang`ich planini toping.

$a_i \backslash b_j$	3	6	2	1
4	2	5	9	5
2	8	3	5	8
3	7	3	1	4
3	5	9	7	2

1-qadam.

$$x_{11} = \min(4, 3) = 3.$$

Shuning uchun  $b_1 = 0$  va  $a_1 = 4 - 3 = 1$  ga o`zgaradi.

$$x_{21} = x_{31} = x_{41} = 0.$$

2-qadam.

$$x_{12} = \min(1, 6) = 1$$

Bunda  $a_1 = 0$  va  $b_2 = 6 - 1 = 5$  ga o`zgaradi,  $x_{13} = x_{14} = 0$

3-qadam.

$$x_{22} = \min(2, 5) = 2$$

Bunda  $a_2 = 0$  va  $b_2 = 5 - 2 = 3$  ga o`zgaradi hamda  $x_{23} = x_{24} = 0$  bo`ladi.

4-qadam.

$$x_{32} = \min(3, 3) = 3$$

Bunda  $a_3 = b_2 = 0$  bo`ladi hamda  $x_{33}, x_{34} = 0, x_{42} = 0$  bo`ladi.

5-qadam.

$$x_{43} = 0, \quad a_4 = 3 - 2 = 1 \quad \text{ga o`zgaradi.}$$

6-qadam.

$$x_{44} = \min(1, 1) = 1$$

Bunda  $a_4 = b_4 = 0$  va masalani yechilish jarayoni tugaydi. Topilgan boshlang'ich plan quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$b_j$	3	6	2	1
$a_i$				
4	2 3	5 1	9	5
2	8	3 2	5	8
3	7	3 3	1	4
3	5	9	7 2	2 1

Topilgan boshlang'ich plandagi noldan farqli bo'lgan noma'lumlar soni 6 ta bo'lib, u  $n+m-1=7$  dan kichik. Agar masalaning tayanch planidagi noldan farqli bo'lgan  $x_{ij}$  noma'lumlar soni  $n+m-1$  dan kichik bo'lsa, bunday planni xos plan deb ataymiz. Xos planni to'g'rilash usullari bilan keyinroq tanishamiz.

II. Minimal xarajatlar usuli. transport masalasining yechimini topish uchun kerak bo'ladigan iteratsiyalar soni boshlang'ich tayanch planni tanlashga bog'liqdir. Optimal planga yaqin bo'lgan tayanch planni topish masalasining optimal yechimini topishni tezlashtiradi. Yuqoridagi «shimoliy-g'arb burchak» usuli transport masalasining tayanch planini ixtiyoriy ravishda, transport harajatlarini nazarga olmagan holda aniqlaydi. Bunday usul yordami bilan topilgan ko'pgina tayanch plan optimal plandan yiroq bo'lib, optimal yechimni topish uchun juda ko'p iteratsiyalarni bajarishga to'g'ri keladi.

Adabiyotda transport masalasining boshlang'ich masalasini topish uchun transport harajatlarini nazarga oluvchi ko'p usullari ma'lum (ustundagi minimal element usuli, minimal harajatlar usuli, ikki tomonlama tanlash usuli va hokazolar). Ularning hammasi shimoliy-g'arb burchak usulining transport harajatlarini nazarga oluvchi modifitsirlangan holidir.

Minimal harajatlar usulining g'oyasi quyidagilardan iborat:

1. Transport masalasi harajatlaridan tashkil topgan matritsa belgilab olinadi, ya'ni

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Bu matritsaning minimal elementini topib belgilaymiz:

$$\min_{ij} c_{ij} = c_{i_1 j_1}$$

U holda  $x_{i_1 j_1}$  quyidagicha aniqlanadi:

$$x_{i_1 j_1} = \min(a_{i_1}, b_{j_1})$$

Bu yerda ikki hol bo`lishi mumkin:

$$1) a_{i_1} \leq b_{j_1}$$

$$2) a_{i_1} > b_{j_1}$$

Birinchi holda  $i_1$  qatorning barcha  $x_{i_1 j}$  ( $j \neq j_1$ ) elementlari

$$x_{i_1 j} = 0, \quad (j \neq j_1)$$

bo`ladi, bunday holda  $i_1$  qator o`chiriladi deb ataymiz. Ikkinchi holda esa,  $j_1$  ustunning barcha  $x_{i, j_1}$  ( $i \neq i_1$ ) elementlari

$$x_{i, j_1} = 0 \quad (i \neq i_1)$$

bo`ladi, bu holda  $j_1$  – ustun o`chiriladi deb ataymiz.

**2.** Faraz qilaylik,  $C'$  matritsa  $C$  matritsaning  $i_1$  qatorini (1-hol) yoki  $j_1$  ustunini (2-hol) o`chirish natijasida hosil bo`lgan matritsa bo`lsin. Yangi matritsa uchun

$$a_i^{(1)} = \begin{cases} a_i, & i \neq i_1 \\ a_i - x_{i_1 j_1}, & i = i_1, \end{cases} \quad b_j^{(1)} = \begin{cases} b_j, & j \neq j_1, \\ b_j - x_{i_1 j_1}, & j = j_1 \end{cases}$$

bo`lsin.

Ma`lumki,  $C'$  matritsada ustun yoki qatorlar soni  $C$  matritsaniqidan bittaga kam bo`ladi. Ikkinchi qadamda yuqoridagi  $C$  matritsa uchun bajarilgan ishlar  $C'$  matritsa va  $a_i^{(1)}$ ,  $b_j^{(1)}$  miqdorlar uchun bajariladi. Natijada planlardan tashkil topgan  $X = (x_{ij})$  matritsaning yana bir qatori yoki ustuni o`chiriladi. Bu jarayon  $C$  matritsaning hamma qator va ustunlari o`chirilguncha, ya`ni  $X$  matritsaning hamma qator va ustunlari to`ldirilguncha takrorlanadi.  $m$  ta ishlab chiqaruvchi punktni  $n$  ta iste`mol qiluvchi punktga bog`lovchi transport masalasining

boshlang'ich tayanch planini topish uchun minimal harajatlar usulida  $n + m - 1$  ta qadamdan iborat ishlarni bajarish kerak bo'ladi.

M i s o l. Berilgan transport masalasining tayanch planini minimal harajatlar usulidan foydalanib toping.

$b_j$	5	9	9	7
$a_i$				
11	7	8 3	5 1	3 7
11	2 5	4 6	5	9
8	6	3	1 8	2

$$1. \min_{ij} c_{ij} = c_{33} = 1,$$

$$x_{33} = \min(a_3, b_3) = \min(8, 9) = 8$$

Bu holda  $x_{3j} = 0, (j \neq 3)$  bo'ladi. Boshqacha aytganda, 3-qator o'chiriladi va yangi  $C'$  matritsa hosil bo'ladi. Bu matritsa uchun

$$a_3^{(1)} = 8 - 8 = 0,$$

$$b_3^{(1)} = 9 - 8 = 1$$

bo'lib,  $C'$  matritsa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$C' = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

2.  $C'$  matritsadagi elementlar ichida eng kichigini topamiz, ya'ni

$$\min_{i,j} c_{ij} = c_{21} = 2$$

U holda

$$x_{21} = \min(a_2, b_1) = \min(11, 5) = 5.$$

Demak,  $x_{21} = b_1 = 5$

Shuning uchun  $x_{i1} = 0, (i \neq 2)$  bo'ladi, ya'ni 1-ustun o'chiriladi.

Natijada yangi

$$C'' = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

matritsa hosil bo'ladi. Bu matritsa uchun

$$b_1^{(1)} = 5 - 5 = 0$$

$$a_2^{(1)} = 11 - 5 = 6$$

3.  $C''$  matritsaning eng kichik elementi

$$\min_{i,j} c_{ij} = c_{14} = 3.$$

Shuning uchun  $x_{14} = \min(a_1, b_4) = \min(11, 7) = 7$

Bu yerda 4-ustun o`chiriladi va  $a_1^{(1)} = a_1 - x_{14} = 11 - 7 = 4$  bo`ladi.

Natijada yangi

$$C''' = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

matritsa hosil bo`ladi.

4.  $C'''$  matritsaning elementlari orasida eng kichigi topiladi.

$$\min c_{ij}''' = c_{22} = 4$$

Bu holda,

$$x_{22} = \min(a_2^{(1)}, b_2) = \min(6, 9) = 6.$$

Natijada 2-qator o`chiriladi va  $b_2$  ning qiymati

$$b_2^{(1)} = b_2 - x_{22} = 9 - 6 = 3$$

ga o`zgaradi va yangi  $C^{IV}$  matritsa-qator hosil bo`ladi:

$$C^{IV} = (8, 5)$$

Shunday yo`l bilan 5-qadamda  $x_{13} = 1$  topilib, 3-ustun o`chiriladi.

Hosil bo`lgan  $X$  matritsa quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 7 \\ 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bu matritsa berilgan transport masalasining tayanch planidir.

2-misol.

$b_j$ $a_i$	80	120	70	130
100	10	7	6	8
150	6	8	13	11
150	8	10	12	5

Bu masalaning transport harajatlaridan tuzilgan matritsa



$$C = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 13 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

dan iborat.

$$1. \min_{i,j} c_{ij} = c_{34} = 5,$$

$$x_{34} = \min(150, 130) = 130.$$

Demak, 4-ustun o`chiriladi va  $a_4$  ning qiymati  $150 - 130 = 20$  ga o`zgaradi. Jadvalga bu holni quyidagicha ko`rsatish mumkin:

$b_j$	80	120	70	130
$a_i$				
100	10	7	6	8
150	6	8	13	11
150	8	10	12	5 130

2.  $C$  matritsaning 4-ustunini o`chirish natijasida hosil bo`lgan

$$C' = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 6 \\ 6 & 8 & 13 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

matritsaning elementlari ichida eng kichigini topamiz,

$$\min_{ij} C_{ij} = C_{21} = 6 \text{ va unga mos keluvchi}$$

$$x_{21} = \min(150, 80) = 80$$

ni aniqlaymiz. Bu holda 1-ustun o`chiriladi va  $a_2$  ning qiymati  $150 - 80 = 70$  ga o`zgaradi:

$b_j$	80	120	70	130
$a_i$				
100	10	7	6	8
150	6 80	8	13	11
150	8	10	12	5 130

3.  $C'$  matritsaning 1-ustunini o`chirish natijasida quyidagi

$$C'' = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 13 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

matritsaga ega bo`lamiz. Bu matritsaning  $C''_{ij}$  elementlari orasida eng kichigini topamiz:

$$\min c''_{ij} = c''_{12} = c''_{13} = 6.$$

Demak,  $x_{23} = \min(100, 70) = 70$ . Bu holda  $C$  matritsaning 3-ustuni o`chiriladi va  $a_1$  ning qiymati  $100 - 70 = 30$  ga o`zgaradi:

$a_i \backslash b_j$	80	120	70	130
30	10	7	<u>6</u> 70	8
70	<u>6</u> 80	8	13	11
20	8	10	12	<u>5</u> 130

4. Endi  $C$  matritsaning 1, 3, 4-ustunlarini o`chirish natijasida  $C''' = (7, 8, 10)$  – vektor ustuniga ega bo`lamiz. Bu vektorning har bir komponentasini o`shirish tartibida qarab chiqib, ularga mos keluvchi  $x_{ij}$  larni aniqlaymiz:

$a_i \backslash b_j$	80	120	70	130
30 100	10	<u>7</u> 30	<u>6</u> 70	8
70 150	<u>6</u> 80	<u>8</u> 70	13	11
20 150	8	<u>10</u> 20	12	<u>5</u> 130

Berilgan masalaning tayanch plani:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 30 & 70 & 0 \\ 80 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 130 \end{pmatrix}$$

matritsadan iborat bo`ladi.

## 6.4-§. Transport masalasining optimal yechimini topish uchun potentsiallar usuli

Potentsiallar usuli transport masalasini yechish uchun qo'llangan birinchi aniq usul bo'lib, u 1949 yilda sovet olimlari L. V. K a n t o r o v i c h va M.K. G a v u r i n tomonidan yaratilgan. Bu usulning asosiy g'oyasi transport masalasiga moslashtirilgan simpleks usuldan iborat bo'lib, birinchi marta chiziqli programmalash masalalarini yechish usullariga bog'liq bo'lmagan holda tasvirlangan. Keyinroq xuddi shunga o'xshash usul Amerika olimi D a n s i g tomonidan yaratildi. Dansig usuli chiziqli rprogrammalashning asosiy g'oyalariga asoslangan bo'lib, Amerika adabiyotida bu usul modifitsirlangan taqsimot usuli deb yuritiladi.

Potentsiallar usuli yordami bilan boshlang'ich tayanch plandan boshlab, optimal yechimga yaqinroq bo'lgan yangi tayanch planlarga o'tib borib, chekli sondagi iteratsiyadan so'ng masalaning optimal yechimi topiladi. Har bir iteratsiyada topilgan tayanch plan optimal plan ekanini tekshirish uchun har bir ishlab chiqaruvchi ( $A_i$ ) va iste'mol qiluvchi ( $B_j$ ) punktga uning potentsiali deb ataluvchi miqdor  $u_i$  va  $v_j$  mos qo'yiladi. Bu potentsiallar shunday tanlanadiki, bunda o'zaro bog'langan  $A_i$  va  $B_j$  punktlarga mos keluvchi potentsiallar yig'indisi  $c_{ij}$  ga ( $A_i$  dan  $B_j$  ga birlik mahsulotni tashish uchun sarf qilinadigan transport harajatiga) teng bo'lishi kerak.

5 – teorema. *Agar  $X^* = (x_{ij}^*)$  plan transport masalasining optimal plani bo'lsa, u holda unga*

$$u_i^* + v_j^* = c_{ij}, \quad (x_{ij}^* > 0), \quad (1)$$

$$u_i^* + v_j^* \leq c_{ij}, \quad (x_{ij}^* = 0), \quad (2)$$

*shartlarni qanoatlantiruvchi  $n+m$  ta  $u_i$  va  $v_j$  potentsiallar mos keladi.*

I s b o t. *Yetarliligi.* Faraz qilaylik,  $X^* = (x_{ij}^*)$  plan uchun (1), (2) shartlar o'rinli bo'lsin. U holda ixtiyoriy  $X' = (x'_{ij})$  plan uchun

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x'_{ij} &\geq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u_i^* + v_j^*) x'_{ij} = \sum_{i=1}^m n_i^* \sum_{j=1}^n x'_{ij} + \sum_{j=1}^n v_j^* \sum_{i=1}^m x'_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^n a_i u_i^* + \sum_{j=1}^n b_j v_j^* = \sum_{i=1}^m u_i^* \sum_{j=1}^n x_{ij}^* + \sum_{j=1}^n v_j^* \sum_{i=1}^m x_{ij}^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u_i^* + v_j^*) x_{ij}^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^* \end{aligned}$$

Demak,  $X^*$  plandagi  $y$  chiziqli funksiyaning qiymati uning ixtiyoriy  $X'$  plandagi qiymatidan kichik bo'lyapti. Shuning uchun  $X$  plan optimal plan bo'ladi.

Zarurligi. Berilgan

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = a_n, \end{cases} \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (6)$$

$$y_{min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

transport masalaga ikkilangan masalani hosil qilish uchun (4) sistemadagi har bir tenglamaga potentsiallar deb ataluvchi  $u_1, u_2, \dots, u_m$  sonlarni, (5) sistemadagi har bir tenglamaga esa  $v_1, v_2, \dots, v_n$  sonlarni mos qo'yamiz. U holda ikkilangan masala quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$u_i + v_j \leq c_{ij}, \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}), \quad (8)$$

$$f_{max} = \sum_{j=1}^n b_j v_j + \sum_{i=1}^m a_i u_i \quad (9)$$

Shartga ko'ra  $X^* = (x_{ij}^*)$  plan (4) – (7) masalaning optimal plani bo'lganligi sababli, ikkilanish nazariyasiga doir asosiy teoremaga asosan ikkilangan masala ham optimal yechim

$$z^* = (\overline{u^*}, \overline{v^*})$$

ga ega va

$$y_{min} = f_{max}$$

bo'ladi, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m a_i u_i^* + \sum_{j=1}^n b_j v_j^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^*,$$

$$x_{ij}^* \geq 0$$

Ikkilanish nazariyasidan ma'lumki, agar ikkilangan masalaning optimal yechimidagi  $i$ -komponenta musbat bo'lsa, berilgan masalaning optimal yechimi  $i$ -shartni tenglikka aylantiradi va aksincha, berilgan masalaning optimal yechimidagi  $i$ -komponenta musbat bo'lsa, ikkilangan masalaning  $i$ -sharti tenglikka aylanadi. Demak,

$$\begin{cases} u_i^* + v_j^* = c_{ij}, & x_{ij} > 0, \\ u_i^* + v_j^* \leq c_{ij}, & x_{ij} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

(10) ga asosan boshlang'ich plan optimal plan bo'lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

a) har bir to'ldirilgan (mahsulot taqsimlangan) katakcha uchun

$$u_i + v_j = c_{ij}; \quad (11)$$

b) har bir bo'sh (mahsulot taqsimlanmagan) katakcha uchun

$$u_i + v_j \leq c_{ij}; \quad (12)$$

Agar kamida bitta bo'sh katakcha uchun (12) shart bajarilmasa, topilgan boshlang'ich plan optimal plan bo'lmaydi va

$$\max_{\Delta_{ij} > 0} (u_i + v_j - c_{ij}) = \Delta_{kl}, \quad (\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij})$$

shartni qanoatlantiruvchi  $(k, l)$  katakchani to'ldirilgan katakchaga aylantirish kerak bo'ladi.

Shunday qilib, potentsiallar usulining algoritmi quyidagilardan iborat:

1. Yuqorida ko'rilgan usullarning biridan foydalanib, boshlag'ich plan topiladi.

2. Topilgan planni optimal plan ekanligini tekshirish uchun potentsiallar sistemasi tuziladi. Buning uchun (10) formuladan foydalanib, har bir to'ldirilgan katakcha uchun (11) ko'rinishda potensial tenglamalar tuziladi. Ma'lumki, transport masalasining planidagi 0 dan farqli bo'lgan o'zgaruvchilar soni  $n+m-1$  ta. Demak, potensial tenglamalar sistemasi  $n+m$  ta noma'lumli  $n+m-1$  tenglamalar sistemasidan iborat bo'ladi. Bu sistemada noma'lumlar soni tenglamalar sonidan ortiq bo'lganligi sababli, potentsiallarning son qiymatini topish uchun ulardan ixtiyoriy bittasiga ixtiyoriy qiymat, soddalik uchun nol qiymat berib, qolganlarini birin-ketin topish mumkin.

Faraz qilaylik,  $u_i$  ma'lum bo'lsin, u holda (10) dan  $v_j$  topiladi:

$$v_j = c_{ij} - u_i$$

Agar  $v_j$  ma'lum bo'lsa, u holda  $u_i$  quyidagicha topiladi:

$$u_i = c_{ij} - v_j$$

Barcha potentsiallarning son qiymatini aniqlab bo'lgach, hamma bo'sh katakchalar uchun

$$\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij} \quad (13)$$

hisoblanadi. Agarda barcha  $i$  va  $j$  lar uchun

$$\Delta_j \leq 0, \quad (i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n})$$

o`rinli bo`lsa, topilgan boshlang`ich plan optimal plan bo`ladi.

3. Agar  $i$  va  $j$  larning kamida bir qiymati uchun  $\Delta_j > 0$  bo`lsa, boshlang`ich tayanch plan almashtiriladi. Buning uchun

$$\max_{\Delta_{ij} > 0} \Delta_{ij} = \Delta_{lk}$$

shartni qanoatlantiruvchi  $(l, k)$  katakcha to`ldiriladi ( $x_{lk}$  noma`lum bazisga kiritiladi).  $x_{lk} = \theta$  deb faraz qilib  $(l, k)$  katakchadan boshlab  $\theta$  kiritiladi. So`ngra soat strelkasi bo`yicha  $(l, k)$  katakchadan boshlab harakat qilib, to`ldirilgan katakchalarga tartib bilan  $(-)$  va  $(+)$  ishoralar qo`yib boriladi. Natijada yopiq  $K$  kontur hosil bo`ladi:

$$K = K^- \cup K^+,$$

bu yerda  $K^-, K^+ - (-)$  va  $(+)$  ishorali katakchalarni o`z ichiga oluvchi yarim konturlar.

Quyidagi formula orqali  $\theta$  ning son qiymati topiladi.

$$\theta = \min_{x_{ij} \in K^-} x_{ij} = x_{pq}. \quad (14)$$

4. Yangi tayanch plan hisoblanadi:

$$x'_{lk} = 0,$$

$$x'_{pq} = 0,$$

$$x'_{ij} = x_{ij}, \quad \text{agar } x_{ij} \notin K,$$

$$x'_{ij} = x_{ij} + \theta, \quad \text{agar } x_{ij} \in K^+,$$

$$x'_{ij} = x_{ij} - \theta, \quad \text{agar } x_{ij} \in K^-.$$

Yangi tayanch plandagi to`ldirilgan katakchalar soni  $n+m-1$  ta bo`lganligi uchun (14) shartni qanoatlantiruvchi katakchalar birdan ortiq bo`lsa, ulardan bittasini bo`sh katakchaga aylantirib, katakchalardagi taqsimotni 0 ga teng deb qabul qilinadi. Topilgan yangi tayanch plan uchun yana qaytadan potentsiallar sistemasi topiladi va yangi planning optimal plan bo`lishlik sharti tekshiriladi. Agar yangi tayanch plan optimal plan bo`lmasa, u holda yana qaytadan 3, 4 punktlarda qilingan ishlar takrorlanadi. Takrorlanish jarayoni optimal plan topilguncha, ya`ni barcha bo`sh katakchalar uchun

$$\Delta_j = u_i + v_j - c_{ij} \leq 0$$

shart bajarilguncha takrorlanadi.

M i s o l. Berilgan transport masalasini potentsiallar usuli bilan yeching.

6.4.1-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 $\theta$	7 ┌ 8	4 ┌ 9	1 $\theta$	4 ┌ 5	0
250	2 $100+\theta$	7 $150-\theta$	10 ┌ 5	6 ┌ 2	11 ┌ 12	-8
200	8 ┌ 8	5 $50+\theta$	3 100	2 $50-\theta$	2 ┌ 3	-10
300	11 ┌ 3	8 ┌ 11	12 ┌ 5	16 50	13 250	4
$v_j$	10	15	13	12	9	

1. Boshlang'ich tayanch planni «Shimoliy-g'arb burchak» usuli bilan topamiz.

2. Har bir to'ldirilgan katakcha uchun potensial tenglama tuzib, quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} u_1 + v_1 &= 10, & u_3 + v_3 &= 3, \\ u_2 + v_1 &= 2, & u_3 + v_4 &= 2, \\ u_2 + v_2 &= 7, & u_4 + v_4 &= 16, \\ u_3 + v_2 &= 5, & u_4 + v_5 &= 15. \end{aligned}$$

Bu sistemadagi noma'lumlar soni tenglamalar sonidan bittaga ko'p. Shuning uchun ixtiyoriy bir potensialni (masalan,  $u_1$  ni) 0 ga teng deb qabul qilib, qolganlarini birin-ketin topish mumkin.

$$\begin{aligned} u &= (0, -8, -10, 4) \\ v &= (10, 15, 13, 12, 9) \end{aligned}$$

3. Har bir bo'sh katakcha uchun

$$\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$$

ni hisoblab uni bo'sh katakchanning pastki o'ng burchagiga yozamiz:

$$\max_{\Delta_{ij} > 0} \Delta_{ij} = \Delta_{14} = \Delta_{42} = 11$$

bo'lganligi sababli (1,4) katakchaga (yoki (4,2) katakchaga)  $\theta$  son kiritamiz va (1,1), (2,1), (2,2), (3,2), (3,4) katakchalarni o'z ichiga oluvchi yopiq  $K$  konturni tuzamiz.

$$K = K^- \cup K^+,$$

bu yerda (1,1), (2,2), (3,4)  $\in K^-$  va (2,1), (3,2)  $\in K^+$ .

4.  $\theta$  ning son qiymatini topamiz.

$$\theta = \min_{x_{ij} \in K^-} x_{ij} = x_{34} = 50.$$

Yangi tayanch plani aniqlaymiz va ularni jadvalga joylashtiramiz.

6.4.2-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 50 - $\theta$	7 ┌ 8	4 ┌ 9	1 50 + $\theta$	4 ┌ 6	0
250	2 150 + $\theta$	7 100 - $\theta$	10 ┌ 10	6 ┌ 13	11 ┌ 21	-8
200	8 ┌ 8	5 100	3 100	2 ┌ 11	2 ┌ 14	-10
300	11 ┌ 14	8 $\theta$ ┌ 22	12	16 50 - $\theta$	13 250	15
$v_j$	10	15	13	1	-2	$\theta = 50$

Yuqoridagi usul bilan potentsiallar sistemasini tuzib va uni yechib  $u = (0, -8, -10, 15)$ ,  $v = (10, 15, 13, 1, -2)$  ekanini topamiz.

Barcha bo'sh katakchalar uchun  $\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$  ni hisoblab chiqamiz.

2-jadvaldan ko'rinadiki,  $\max_{\Delta_{ij} > 0} \Delta_{ij} = \Delta_{42} = 22.$



Shuning uchun (4,2) katakchaga  $\theta$  ni kiritib, jadvalda ko`rsatilgan yopiq  $K$  konturni tuzamiz va

$$\theta = \min_{x_{ij} \in k^-} x_{44} = x_{44} = 50 \text{ ekanini aniqlaymiz.}$$

So`ngra (8.3.15) formula orqali yangi tayanch plani topib jadvalga joylashtiramiz va yuqoridagi ishlarni takrorlaymiz.

6.4.3-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 $0 - \theta$	7 ┌ 8	4 ┌ 9	1 ┌ 100	4 $\theta$ ┌ 16	0
250	2 $200 + \theta$	7 $50 - \theta$	10 ┌ 5	6 ┌ 13	11 ┌ 1	-8
200	8 ┌ 8	5 ┌ 100	3 ┌ 100	2 ┌ 11	2 ┌ 8	-10
300	11	8 $50 + \theta$	12	16	13 $250 - \theta$	-7
$v_j$	10	15	13	1	20	$\theta = 0$

6.4.4-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 ┌ 16	7 ┌ 8	4 ┌ 7	1 ┌ 100	4 ┌ 0	0
250	2 ┌ 200	7 ┌ 50	10 ┌ 5	6 ┌ 3	11 ┌ 1	8
200	8 ┌ ┌ ┌	5 ┌ 100-	3 ┌ ┌ ┌	2 ┌ ┌ ┌	2 $\theta$ ┌ ┌ ┌	6

	8	$\theta$	100	5	8	
300	11 8	8 $50+\theta$	12 6	16 6	13 $250-\theta$	9
$v_j$	-6	-1	-3	1	4	$\theta=100$

6.4.5-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 16	7 8	4 1	1 $100-\theta$	4 $0+$	0
250	2 200	7 $\theta$	10 3	6 3	11 1	8
200	8 16	5 8	3 100	2 3	2 100	-2
300	11 8	8 $150+\theta$	12 12	16 6	13 $150-\theta$	9
$v_j$	-6	-1	5	1	4	$\theta=50$

6.4.6-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 13	7 8	4 1	1 50	4 50	0
250	2 200	7 11	10 0	6 50	11 2	5

200	8 13	5 8	3 100- $\theta$	2 3	2 100+ $\theta$	-2
300	11 5	8 200	12 $\theta$ 2	16 6	13 100- $\theta$	9
$v_j$	-3	-1	5	1	4	$\theta=100$

6.4.7-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 13	7 6	4 $\theta$ 1	1 50	4 50- $\theta$	0
250	2 200	7 1	10 0	6 50	11 2	5
200	8 13	5 8	3 0- $\theta$	2 3	2 200+ $\theta$	-2
300	11 7	8 200	12 100	16 8	13 2	7
$v_j$	-3	-1	5	1	4	$\theta=0$

6.4.8-jadval

$a_i \backslash b_j$	200	200	100	100	250	$u_i$
100	10 13	7 7	4 0	1 50	4 50	0
	2	7	10	6	11	

250		$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$		$\overline{\quad}$	5
	200	2	1	50	2	
200	8	5	3	2	2	-2
	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$		
	11	7	1	3	200	
300	11	8	12	16	13	8
	$\overline{\quad}$	200		$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	
	6		100	7	1	
$v_j$	-3	0	4	1	4	

8-jadvalda keltirilgan plan optimal plan bo`ladi, chunki barcha bo`sh katakchalar uchun

$$\Delta_{ij} = (u_i + v_j - c_{ij}) \leq 0.$$

Shunday qilib, sakkizinchi siklda quyidagi optimal yechimga ega bo`ldik:

$$x_{14} = 50, \quad x_{15} = 50,$$

$$x_{21} = 200, \quad x_{24} = 50,$$

$$x_{35} = 200, \quad x_{42} = 200, \quad x_{43} = 100,$$

$$y_{min} = 50 + 4 \cdot 50 + 2 \cdot 200 + 6 \cdot 50 + 2 \cdot 200 + 8 \cdot 200 + 12 \cdot 100 = 4150.$$

## 2. Ochiq modeli transport masalasi

Ba`zi transport masalalarida ishlab chiqarilgan mahsulotlarning yig`indisi  $\sum_i a_i$  ularga bo`lgan talablar yig`indisi  $\sum_j b_j$  dan kichik (katta)

bo`lishi mumkin. Bunday masalalar ochiq modeli transport masalasi deyiladi. agarda  $\sum_i a_i < \sum_j b_j$  bo`lsa, mahsulotga bo`lgan hamma talabni

qanoatlantirib bo`lmaydi. Lekin bu holda ham mahsulotlarni kam harajat sarf qilib taqsimlash planini aniqlash mumkin. Buning uchun masalaga ishlab chiqaradigan mahsuloti

$$a_{m+1} = \sum_j b_j - \sum_i a_i > 0$$

birlikni tashkil qiluvchi soxta (fiktiv)  $m+1$ -punkt kiritiladi. Bu punktdan barcha iste`mol qiluvchi punktlarga mahsulotni tashish uchun

sarf qilinadigan transport harajatlari  $c_{m+1,j} = 0, j = \overline{1,n}$  deb qabul qilinadi.

Agar 
$$\sum_i a_i > \sum_j b_j$$

tengsizlik o`rinli bo`lsa, u holda  $n+1$ -soxta iste`mol qiluvchi punkt kiritilib, bu punktga mahsulotni tashish uchun sarf qilinadigan transport harajatlari  $c_{i,n+1} = 0, i = \overline{1,n}$  olinadi. Bu punktning mahsulotga bo`lgan talabi

$$b_{n+1} = \sum_i a_i - \sum_j b_j > 0$$

bo`ladi.

M i s o l. Quyidagi ochiq modelli transport masalasini yeching.

$a_i \backslash b_j$	3	3	3	2	2
4	3	2	1	2	3
5	5	4	3	1	1
7	0	2	3	4	5

Bu masalada  $\sum_i a_i = 16 > \sum_j b_j = 13$

Shuning uchun talabi

$$b_6 = 16 - 13 = 3$$

bo`lgan soxta iste`mol qiluvchi punkt kiritib, masalani quyidagi ko`rinishga keltiramiz:

$a_i \backslash b_j$	3	3	3	2	2	3
4	3	2	1	2	3	0
5	5	4	3	1	1	0
7	0	2	3	4	5	0

Bu masalani potentsiallar usuli bilan yechib, 7-siklda optimal yechimini topamiz:

$a_i \backslash b_j$	3	3	3	2	2	3
4		1	3			

5				2	2	1
7						2

ya`ni:

$$x_{12} = 1, \quad x_{13} = 3,$$

$$x_{24} = 2, \quad x_{25} = 2, \quad x_{26} = 1,$$

$$x_{31} = 3, \quad x_{32} = 2, \quad x_{36} = 2,$$

$$y_{min} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 13.$$

Demak, ishlab chiqarilgan mahsulotlarni eng kam harajat sarf qilib taqsimlash uchun 2-ishlab chiqaruvchi punktda 1 birlik va 3-ishlab chiqaruvchi punktda 2 birlik mahsulot ortib qolish kerak ekan.

### **Qisqacha xulosalar**

Transport masalasi yordamida ishlab chiqaruvchilar va iste`molchilar o`rtasida optimal xo`jalik aloqalari aniqlanadi. Transport masalasida ishlab chiqarish korxonalarida bir xil mahsulot zahiralari mavjud bo`lib, ularni iste`molchilarga yetkazib berish zarur bo`ladi. Har bir ishlab chiqarish korxonasi taklif qiladigan mahsulotlarni hajmi, iste`molchilarning talablari hajmi, har bir ishlab chiqaruvchidan har bir iste`molchiga bir birlik mahsulot tashish uchun sarflanadigan transport harajatlari ma`lum.

Transport modeli mahsulot turiga ko`ra bir mahsulotli va ko`p mahsulotli transport modellariga bo`linadi.

Ko`p mahsulotli transport modeli o`z o`rnida o`zaro almashinuvchi va o`zaro almashishi mumkin bo`lmagan mahsulotlar uchun alohida tuziladi.

Transport masalasining matematik modeli ochiq yoki yopiq ko`rinishda bo`ladi.

### **Tayanch iboralar**

Transport masalasini mohiyati, ishlab chiqarish korxonalar, mahsulot zahiralari, iste`molchilarning talablari hajmi, transport harajatlari, optimal xo`jalik aloqalari, transport masalasining turlari: bir mahsulotli va ko`p mahsulotli transport modellari, o`zaro almashinuvchi tovarlar, shartli mahsulot, ko`p bosqichli transport masalasi, statik va dinamik transport masalalari, transport masalasini matritsaviy modeli, transport masalalarida o`zgaruvchilar, chegaraviy shartlar tizimi,

korxonaning quvvatlari, qo`shimcha o`zgaruvchilar, yopiqlik va ochiqlik shartlari, optimal baholar, ustun va qatorlar potentsiallari.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

**Masala.** Viloyatning uchta  $A_1, A_2, va A_3$  korxonalarida bir jinsli mahsulotlar ishlab chiqarilib, ishlab chiqarilgan mahsulotlarni beshta  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  istemolchilarga junatish kerak.  $A_1, A_2, va A_3$  korxonalarda, mos ravishda,  $a_1, a_2, a_3$  tonna bir jinsli ishlab chiqarilgan mahsulotni  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  istemolchilarga, mos ravishda,  $b_1, b_2, b_3, b_4, va b_5$  tonnadan jo`natish kerak.

Ishlab chiqarish korxonalaridan iste`molchilargacha bo`lgan masofalar quyidagi  $T$  matritsada berilgan:

$$T = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \end{pmatrix}$$

Ishlab chiqarish korxonalaridan mahsulotlarni iste`molchilarga tashish harajatlarining minimal variantini toping(1-10):

1.  $a_1 = 330, \quad b_1 = 220$   
 $a_2 = 270, \quad b_2 = 170$   
 $a_3 = 350, \quad b_3 = 150$   
 $b_4 = 150, \quad b_5 = 200$   
 $T = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 6 & 12 & 32 \\ 14 & 10 & 2 & 10 & 36 \\ 14 & 11 & 5 & 8 & 34 \end{pmatrix}$
2.  $a_1 = 260, \quad b_1 = 100$   
 $a_2 = 150, \quad b_2 = 70$   
 $a_3 = 200, \quad b_3 = 130$   
 $b_4 = 110, \quad b_5 = 200$   
 $T = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 24 & 50 & 42 \\ 12 & 22 & 49 & 66 & 32 \\ 26 & 27 & 35 & 68 & 62 \end{pmatrix}$
3.  $a_1 = 200, \quad b_1 = 270$   
 $a_2 = 350, \quad b_2 = 100$   
 $a_3 = 300, \quad b_3 = 130$   
 $b_4 = 190, \quad b_5 = 110$   
 $T = \begin{pmatrix} 27 & 19 & 20 & 10 & 22 \\ 20 & 10 & 13 & 13 & 18 \\ 26 & 17 & 19 & 21 & 23 \end{pmatrix}$
4.  $a_1 = 250, \quad b_1 = 135$   
 $a_2 = 300, \quad b_2 = 135$   
 $a_3 = 200, \quad b_3 = 120$   
 $b_4 = 150, \quad b_5 = 210$   
 $T = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 6 & 12 & 32 \\ 14 & 10 & 2 & 10 & 36 \\ 14 & 11 & 5 & 8 & 34 \end{pmatrix}$

5.	$a_1 = 330,$ $a_2 = 270,$ $a_3 = 350,$ $b_4 = 150,$ $a_1 = 250,$ $a_2 = 300,$ $a_3 = 200,$ $b_4 = 150,$	$b_1 = 220$ $b_2 = 170$ $b_3 = 150$ $b_5 = 200$ $b_1 = 135$ $b_2 = 135$ $b_3 = 120$ $b_5 = 210$	$T = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 24 & 50 & 42 \\ 12 & 22 & 49 & 66 & 32 \\ 26 & 27 & 35 & 68 & 62 \end{pmatrix}$
6.	$a_1 = 330,$ $a_2 = 270,$ $a_3 = 350,$ $b_4 = 150,$	$b_1 = 220$ $b_2 = 170$ $b_3 = 150$ $b_5 = 200$	$T = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 6 & 12 & 32 \\ 14 & 10 & 2 & 10 & 36 \\ 14 & 11 & 5 & 8 & 34 \end{pmatrix}$
7.	$a_1 = 300,$ $a_2 = 200,$ $a_3 = 350,$ $b_4 = 140,$	$b_1 = 145$ $b_2 = 195$ $b_3 = 200$ $b_5 = 170$	$T = \begin{pmatrix} 27 & 19 & 20 & 10 & 22 \\ 20 & 10 & 13 & 13 & 18 \\ 26 & 17 & 19 & 21 & 23 \end{pmatrix}$
8.	$a_1 = 200,$ $a_2 = 350,$ $a_3 = 300,$ $b_4 = 190,$	$b_1 = 270$ $b_2 = 100$ $b_3 = 130$ $b_5 = 110$	$T = \begin{pmatrix} 37 & 30 & 316 & 39 & 41 \\ 19 & 17 & 26 & 36 & 36 \\ 22 & 14 & 16 & 28 & 30 \end{pmatrix}$
9.	$a_1 = 330,$ $a_2 = 270,$ $a_3 = 350,$ $b_4 = 150,$	$b_1 = 220$ $b_2 = 170$ $b_3 = 150$ $b_5 = 200$	$T = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 24 & 50 & 42 \\ 12 & 22 & 49 & 66 & 32 \\ 26 & 27 & 35 & 68 & 62 \end{pmatrix}$
10.	$a_1 = 330,$ $a_2 = 270,$ $a_3 = 350,$ $b_4 = 150,$	$b_1 = 220$ $b_2 = 170$ $b_3 = 150$ $b_5 = 200$	$T = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 24 & 50 & 42 \\ 12 & 22 & 49 & 66 & 32 \\ 26 & 27 & 35 & 68 & 62 \end{pmatrix}$

### Nazorat uchun savollar

1. Transport masalalari qanday hollarda qo`yiladi?
2. Transport masalarining iqtisodiy ma`nosini tushuntirib bering.
3. Transport masalalarini yechishda qo`llaniladigan optimallik mezonlari nimalardan iborat?
4. Transport masalalarini qanday turlari mavjud?
5. Statik va dinamik transport masalalarini tushuntirib bering.
6. Ochiq va yopiq transport masalalarining farqlari nimalardan iborat?
7. Ishlab chiqarish transport masalasini qanday tushunasiz?



## **VII BOB. ISHLAB CHIQRISHNI RIVOJLANTIRISH VA JOYLASHTIRISH MODELLARI**

### **7.1-§. Xalq xo`jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va uning turlari**

O`zbekiston Respublikasining iqtisodiy turli-tuman va korxonalaridan iborat bo`lib ular respublika xududining turli joylarida faoliyat olib boradilar. Ularning samarali faoliyati respublika iqtisodiyotini asosini tashkil qiladi, shuning uchun ham ularni samarali joylashtirish va rivojlantirish doimo dolzarb muammodir. Respublikaning barcha xududlari tabiiy resurslar va ishchi kuchlariga boydir.

Iqtisodiy nazariyadan ma`lumki har bir tarmoqning korxonalarini rivojlantirish va joylashtirishga turli xildagi omillar ta`sir etadi va ularni hisobga olish talab qilinadi. Bozor iqtisodiyoti sharoitida har bir tarmoqning, korxonaning rivojlanishi va joylashishi uning mahsulotiga bo`lgan talablarning shakillanishi bilan aniqlanadi. Tarmoq sistemasini optimallashtirishda uning mahsulotiga bo`lgan talab bilan birga quyidagi asosiy elementlar va jarayonlarni ko`rsatish mumkin:

-ishlab chiqarish korxonasi ishlab chiqarish asosi bo`lib tarmoq masalasida asosiy elementdir. Masalaning qo`yilishiga qarab bu korxonalar guruxi, korxonalar yoki sex, uchastka bo`lishi mumkin;

-korxonaning faoliyat olib borish turlari – bu uning ishlab chiqarish harakteristikasi bo`lib, ishlab chiqarish harajatlari va natijalarining miqdorini, samaradorligini bildiradi;

-transport aloqalarini amalga oshirish turlari – ob`ektdan, korxonadan iste`molchilarga mahsulotni tashib ketish shartlarini harakterlaydi. Bunda yuk tashish yo`nalishi, transport turi va samaradorligi aniqlanadi.

Ishlab chiqarishni optimal rivojlantirish va joylashtirish modellari tanlangan maqsad mezoniga qarab quyidagi muammolarni aniqlashga imkon beradi:

a) ishlab chiqarish korxonalarini rivojlantirish, joylashtirish va ixtisoslashtirish;

b) mavjud texnologiyalar ichidan eng samaralilarini tanlash;

v) yangi qurilish va qayta jixozlash o`rtasidagi optimal nisbatni tanlash;

g) transport aloqalarini aniqlash;

d) rivojlantirish uchun zarur bo`lgan kapital mablag`lar va boshqa resurslarga bo`lgan talabni aniqlash va ularni samarali taqsimlash;

e) ishlab chiqarilayotgan mahsulotlarni samaradorligini baholash;

Korxonalarni rivojlantirish va joylashtirish modellari mazmuni, ko`rib chiqilishi va boshqa belgilari bo`yicha turli tiplarga bo`linadi. Iqtisodiy–matematik modellashtirish nazariyasi va amaliyotiga bag`ishlangan adabiyotlardan quyidagi tiplari keltirilgan:

-optimallashtirilayotgan sistemani (tarmoqni) ifodalanishiga qarab bir bosqichli va ko`p bosqichli. Bir bosqichli masalada sistema bir butun deb faraz qilinadi va Shunday holda bir model yordamida modellashtiriladi. Ko`p bosqichli va ular orasidagi munosabatlar bilan birgalikda optimallashtiriladi;

-tanlangan maqsad mezoniga qarab tuzilgan masala harajatlarini minimallashtirish, talabi yuqori bo`lgan kamyob mahsulotlarni ishlab chiqarishni maksimallashtirish, olinadigan foydani maksimallashtirish, tejamkorlik samarasini oshirish va boshqalar;

-masalaga kiritilgan yillar davriga qarab statistik va dinamik modellar;

-ishlab chiqarish usullariga va kiritilgan o`zgaruvchilarning o`zgarishiga qarab diskret / o`zgarmovchi / va o`zgaruvchi harakterli modellar;

-masalaga kiritilgan mahsulotlar va resurslar turlari bo`yicha bir mahsulotli va ko`p mahsulotli ishlab chiqarish modellari;

-ishlab chiqarish rejasiga transport omilini ta`sirini hisobga olish bo`yicha ishlab chiqarish va ishlab chiqarish-transport modellari;

-ishlab chiqarish korxonalarini qamrab olinishiga qarab bir etapli va ko`p etapli modellar;

-transport aloqalarini ifodalanishiga qarab ishlab chiqarish-transport masalasi turli va jadvali modellarga bo`linadi.

## **7.2-§. Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari**

Har qanday iqtisodiy ob`ekt-korxonaga o`z faoliyati davrida turli xildagi o`zgarishlarini ta`siri ostida bo`lishi mumkin: kengayishi, qayta jixozlanishi, ishlab chiqarishni kamaytirishi va boshqalar.

Bunda korxonaning mavjud ishlab chiqarish quvvatlaridan to`la foydalanish, ishlab chiqarilayotgan mahsulotlar tarkibini bozor talabiga moslashtirish va ularni hajmini aniqlash joriy rejalashtirish muommolariga kiradi.

Yangi quvvatlarni yaratish, mavjudlarini o`zgartirish, kengaytirish muommolari esa perspektiv rejalashtirish usullari orqali xal qilinadi.

Tarmoqni joriy rejalashtirishni iqtisodiy-matematika masalasini umumiy ko`rinishi mavjud resurslar doirasida olinadigan natijani maksimallashtirishga qaratilgan bo`lib yuqorida keltirilgan ma`lum bir model yordamida yechiladi va tahlil qilinadi. Tarmoqni kelajakka perspektiv rejalashtirishda esa aksincha-avvaldan ko`zlangan natijalarga erishish uchun zarur bo`lgan harajatlarni minimallashtirish ko`zda tutiladi. Bunda asosan kelgusidagi bozor talabini bashorat qilish katta ahamiyat kasb etadi. Shunday qilib tarmoqning perspektiv rejalashtirish masalasida uning korxonalarini joylashtirish, iqtisoslashtirish va kengaytirish muommolari hal qilinadi. Bunday masalani yechilishi natijasida tarmoq korxonalarini joylashtirish punktlari, ularning quvvatlari, ishlab chiqarish korxonalarini iste`molchilar bilan birlashtirish muommolarini hal qiladi. Masalani qo`yilishi va yechilishi jarayonida quyidagilarga etibor berish kerak bo`ladi: har bir punkt va rayonga ta`luqli xom ashyo bazalari, xom ashyoning sifati va ko`rinishi; transport tarmog`i iste`molchilariga yaqinligi va mahsulotga bo`lgan bozor talabi; yangi korxonalarni ko`rish va eskilarini kengaytirish va qayta jixozlash uchun zarur bo`lgan maydonlarni va kapital qo`yilmalarni mavjudligi va x.k.

Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rejalashtirish masalasini modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$i$  - ishlab chiqarish korxonalarini punkti indeksi,  $(i = \overline{1, m})$

$j$  - iste`mol punktlari indeksi,  $(j = \overline{1, n})$

$b_j$  -  $j$  punktining mahsulotga bo`lgan talabi;

$a_j$  -  $j$  punktining maksimal ishlab chiqarish quvvati;

$C_{ij}$  - bir birlik mahsulotni  $i$  punktdan  $j$  punktga tashish bilan bog`liq bo`lgan harajatlari;

$S_i$  -  $i$  punktda bir birlik mahsulotni ishlab chiqarish bilan bog`liq bo`lgan ishlab chiqarish harajatlari (kengaytirish yoki qayta jixozlash);

$X_{ij}$  -  $i$  ishlab chiqarish punktida  $j$  iste`mol punktiga tashilishi zarur bo`lgan mahsulot miqdori;

$x_i$  -  $i$  punktdagi korxonani ishlab chiqarish quvvati.

Yuqoridagi belgilashlar orqali masalaning maqsad mezoni va asosiy shartlarini ifodalaymiz: ishlab chiqarish va yetkazib berish harajatlari belgilangan shartlar doirasida minimallashtirilsin

$$F = \sum_i S_i \cdot x_i + \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

quyidagi shartlar bajarilganida:

-har bir iste'mol punktiga tashib keltirilgan mahsulotlarning umumiy yig'indisi uning talabiga teng bo'lsin:

$$\sum_i X_{ij} = b_j, \quad (j = \overline{1, m})$$

-har bir ishlab chiqaruvchi korxonadan tashib keltirilgan mahsulotlar miqdori korxonaning maksimal quvvatidan ortib ketmasin, korxonaning quvvati esa uning maksimal imkoniyatlari bilan aniqlanadi:

$$\sum_j X_{ij} = x_i \leq a_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

Bunda tashilayotgan mahsulotlarning hajmi va korxonalarining ishlab chiqarish quvvatlari manfiy bulmasligi kerak.

$$\begin{aligned} X_{ij} &\geq 0, & i &= \overline{1, m} & j &= \overline{1, n} \\ x_i &\geq 0, & i &= \overline{1, m}. \end{aligned}$$

### 7.3-§. Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari

Bunda modellarda tarmoqda yangi qurilishi kerak bo'lgan va qayta jixozlanadigan korxonalaridan tashqari ularning ishlab chiqarish hajmi ham aniqlanadi. Bunda turli xildagi mahsulotlar ishlab chiqarish ko'zda tutiladi. Bu mahsulotlar korxonaning asosiy mahsulotlari bilan birga ishlab chiqarilishi mumkin.

Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rivojlantirish masalasining sodda iqtisodiy matematik modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

- $i$ -ishlab chiqarish punktlari indeksi;
- $j$ -iste'mol qilish punktlarining indeksi;
- $k$ -ishlab chiqarilayotgan mahsulotlar turlari;
- $b_j^k$  -  $j$  punktning  $k$  mahsulotga bo'lgan talabi;
- $a_i$  -  $i$  punktdagi korxonaning maksimal ishlab chiqarish quvvati;
- $C_{ij}^k$  - bir birlik  $k$  turdagi mahsulotni  $i$  yo'nalish punktidan  $j$  punktidagi iste'molchiga tashish harajatlari;
- $S_i^k$  -  $i$  punktdan  $k$  mahsulotni ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lgan harajatlar;
- $S_i$  -  $i$  punktda asosiy mahsulotni ishlab chiqarish harajatlari;
- $X_{ij}^k$  -  $k$  mahsulotni  $i$  punktdan  $j$  iste'molchiga tashish hajmi;
- $X_i^k$  -  $i$  korxonada  $k$  turdagi mahsulotni ishlab chiqarish hajmi;

$X_i - i$  punktdagi korxonaning umumiy quvvati.

Kiritilgan belgilashlar yordamida turli xildagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rivojlantirish iqtisodiy matematik modelini maqsad mezonini quyidagi ko`rinishda ifodalaymiz: umumiy ishlab chiqarish va tashish transport harajatlari minimallashtirilsin

$$F = \sum_i S_i \cdot X_i + \sum_i \sum_k C_i^k \cdot X_i^k + \sum_i \sum_j \sum_k C_{ij}^k \cdot X_{ij}^k \rightarrow \min .$$

Bunda quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

-har bir iste`molchining turli mahsulotlarga bo`lgan talabi to`la qanoatlantirilishi zarur:

$$\sum_i X_{ij}^k = b_i^k, \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, k};$$

-har bir ishlab chiqaruvchidan tashib ketilgan turli mahsulotlar ishlab chiqarish hajmiga teng bo`ladi:

$$\sum_j X_{ij}^k = X_i^k, \quad k = \overline{1, k}, \quad i = \overline{1, m};$$

-korxonaning turli ishlab chiqarilgan mahsulotlari uning maksimal ishlab chiqarish quvvatidan oshib ketmasligi kerak:

$$\sum_k X_i^k = X_i, \quad i = \overline{1, m};$$

-modelda foydalangan noma`lumlar manfiy bo`lmasligi shart:

$$\begin{array}{llll} X_{ij}^k \geq 0, & i = \overline{1, m}, & j = \overline{1, n}, & k = \overline{1, k}; \\ X_i^k \geq 0, & i = \overline{1, m}, & k = \overline{1, k}; & \\ X_i \geq 0, & i = \overline{1, m}. & & \end{array}$$

#### 7.4-§. Ekspert baholash usullari

Ekspert (lotincha “tajribali”) ekspertiza protsedurasi uch etapdan iborat:

- 1) ekspertizaga tayyorlanish;
- 2) ekspertlar bilan so`rov o`tkazish;
- 3) so`rov natijalarini qayta ishlash.

Ekspertlarning o`zlari ikkinchi bosqichda qatnashdilar.

Tayyorgarlik ishi uch qismdan iborat:

- 1) savol shakli va mazmunini belgilash,
- 2) savollarni tuzish,
- 3) ekspertlarni shaxsan tanlash va jalb etish.

So`rov shakillari: intervyu olish, muloqat, yig`ilish, g`oyalarni tanlash, o`yinlar o`tkazish, anketa tuzish va Delfi usuli.

So`roqlar individual yoki gruxlarda, yuzma-yuz va sirdan o`tkazish mumkin.

Anketa va intervyularda savolni tanlash qiyin. Savollar ochiq yoki yopiq yoki bir necha shaklda bo`lishi mumkin. Ochiq javoblar sifatli yoki erkin holda sonli ifodalarda bo`ladi.

Yopiq savolga javoblar “ha”, “yo`q”, “bilmayman” singari bo`ladi.

Ko`p savollar bo`lganda zarur javob chiziladi.

Avvalambor ekspertlarni tanlash, ularning malakalariga e`tibor berish va keyinchalik guruxlar tuzish zarur.

Kerakli belgilardan ekspertning ishchanligi, maxorati zarur. Buning uchun ko`p mutaxassislariga savol berib u yoki bu sohada kim ekspert ekanligini so`rash mumkin. Keyinchalik eng ko`p ovoz olganni ekspert guruxiga kiritish lozim:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Ishbilarmonlik bilan ishtirokchilarning boshqa sifatlari ilmiy yondashishi, fikrlash doirasi va saviyasi ham hisobga olinadi.

Guruxlardagi ekspertlar soni so`rov usuliga bog`liq. Yuzma-yuz uchrashuv uchun 10-15 kishi kifoya. Agar vaqt, mehnat va mablag` sarfi cheklanmagan bo`lsa sirdan so`rov o`tkazilganda ekspertlar soni cheklanmagan.

Bu usul “g`oyalar jangi” deb nom olgan. U yuzma-yuz so`rov usuli bo`lib asrimizning 50-chi yillarida kashf etilgan. Dastlab 10-15 kishidan iborat gurux tuziladi. Tayyorgarlik jarayonida ekspertlarga eslatma tayyorlanadi va unda muammoli holatlar, markaziy masalalar, muhokama savollari va oldindan g`oyalarni o`ylab qo`yish so`raladi.

Yig`ilishni o`tkazish uchun rais saylanadi. U yig`ilishni ochadi. Ekspertlarga nutq uchun 2-3 minut ajratiladi va u bir necha gal takrorlanadi. Bu usulda tanqidiy fikrlar ijobiy muhokama qilinadi.

Bu usulda tanqidiy fikrlar ijobiy muhokama qilinadi.

Muhokama stenogramma qilinadi. Muhokamaga 20-45 minut ajratiladi.

Keyingi bosqichda seans natijalari boshqa mutaxassislar guruxi tomonidan qayta ishlanadi. Bu bosqichda jami g`oyalar tanqid etiladi va g`oyalar, takliflarning so`ngi ro`yxati tuziladi. Bu ro`yxatga samarali va amaliy g`oyalar kiritiladi.

Bundan tashqari “Delfi usuli” mavjud bo`lib, u AQShda 60-chi yillarda yaratilgan. U sirdan so`rov o`tkazishga asoslangan. Uning hususiyatlari: sirtqi, anonim so`rovlar bir necha bosqichlarda o`tkaziladi,

teskari aloqa mavjud, birinchi turdan tashqari har gal ekspertlar oldingi turdagi natijalar haqida axborot olishadi.

Dastlab ekspertlarga anketalar tarqatiladi, unda muammo izoxlanadi, savollar ro'yxati va unga javob berish tavsifi keltiriladi.

Ekspert javoblarni qo'l qo'ymasdan pochta orqali jo'natiladi. Tashkilotchilar ekspertlar javoblarini qayta ishlaydi, baho chiqaradi. Mazmun jihatdan o'rtachalar, farqlar va dispersiya hisoblanadi. Bir oy o'tgandan keyin ikkinchi tur o'tkaziladi. Ekspertlarga birinchi tur natijalari bayon qilinib savollar beriladi. Birinchi tur javoblarini inobatga olib ekspertlardan savollarga javob berishi so'raladi. Javoblar yana umumlashtirilib zarur bo'lsa yana qo'shimcha turlar o'tkaziladi. Agar uchinchi turdan so'ng javoblardagi farqlar katta bo'lmasa so'rov o'tkazish to'xtatiladi. Oxirgi tur natijalari umumlashtiriladi va tugallangan hisoblanadi.

Agar javob sonli miqdorlarda bo'lsa, jami ekspertlar guruxining javobini baholash uchun arifmetik o'rtacha, mediana va moda topiladi. Fikrlar farqi uchun variatsiya kvadratik farq, dispersiya va kvartillar hisoblanadi.

Ekspert baholashning ayrim usullarida, jumladan Delfi usulida mediana, birinchi va uchunchi kvartillar hisoblanadi.

Arifmetik o'rtchaga nisbatan mediana afzalligi;

-mediana ayrim ekspert fikriga to'g'ri kelishi;

-medianaga ayrim ekspertlarning javobi o'rtachadan farq qilishi ta'sir qilmaydi.

### **Tayanch iboralar**

1. Rivojlantirish va joylashtirish
2. Rivojlantirish modellari
3. Ekspert baholash
4. Masala turlari

### **Tekshirish uchun savollar**

1. Xalq xo'jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va ularning turlarini aytib berish.

2. Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari qanday ko'rinishda bo'ladi?

3. Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modelini ko'rsatib bering?

## VIII BOB. ISTE`MOLCHI TANLOVINI MODELLASH`TIRISH

### 8.1-§. Iste`molchining tanlash erkinligi

*Iste`molchi tanlovi.* Bozor talabining shakllanishi asosida shaxsiy (individual) talab yotadi, ya`ni alohida iste`molchining talabi, har bir shaxs o`zining fiziologik ehtiyojlarini qondirish uchun qandaydir mahsulotdan, qanchadir sotib olishi kerak, sotib olish uchun ma`lum miqdorda mablag`i bo`lishi kerak. *Iste`molchining mablag`i chegaralangan.* Iste`molchi har doim tanlov oldida turadi: *qaysi mahsulotdan qancha olishi kerak?* Iste`molchi qaror qabul qilishda, mavjud imkoniyat doirasida maksimal darajada o`z ehtiyojini qondirishga, turmush farovonligini darajasini oshirishga harakat qiladi. Ushbu ehtiyojni qondirish darajasi yoki turmush farovonligi darajasi *naflik* deyiladi.

*Ne`matning nafligi* - ne`matning inson ehtiyojini qondira olish xususiyatidir. Iste`mol nazariyasida *ne`mat* - bu iste`molchining ehtiyojini qondira oladigan har qanday iste`mol ob`ektidir.

Ko`p hollarda ne`matlar yakka tartibda emas, balki majmua tartibda yoki «korzina» bilan iste`mol qilinadi.

Ma`lumki, iste`molchilar ma`lum didga, xohishga ega va ular bu xohish va didlarini qanoatlantirishda byudjetlari (daromadlari) bilan chegaralangan. Bunday holatda ular ne`matlar majmualaridan, maksimal naf keltiradigan majmuani tanlashga harakat qiladi.

Iste`mol nazariyasi quyidagi postulatlariga asoslanadi:

1. *Iste`molchilar barcha ne`matlarni klassifikatsiya qiladi va bir-biri bilan solishtira oladi.* Boshqacha aytganda, iste`molchi ikkita  $A$  va  $B$  ne`matlar majmualaridan  $A$  majmuani  $B$  ga nisbatan ko`proq xohlashi yoki  $B$  majmuani  $A$  ga nisbatan ko`proq xohlashi yoki ikkalasini ham naflik darajasi bir xil deb, qarashi mumkin: agar  $A$  majmua  $B$  majmuaga nisbatan nafliroq bo`lsa,  $A \succ B$ .  $B$  majmua  $A$  ga nisbatan nafliroq bo`lsa,  $B \succ A$ . Ikkalasi ham bir xil darajadagi nafga ega bo`lsa  $A = B$ .

SHuni ta`kidlash kerakki, bu tanlash majmualar qiymatiga bog`liq emas. Iste`molchi apel`sinni limonga nisbatan ko`proq xohlashi mumkin, lekin limon arzonroq bo`lgani uchun, iste`molchi limonni sotib oladi.

2. *Iste`molchi xohishi tranzitivdir.* Agar iste`molchi  $A$  majmuani  $B$  ga nisbatan ko`proq xohlasa va  $B$  majmuani  $C$  majmuadan ko`ra ko`proq xohlasa, unda u  $A$  majmuani  $C$  majmuaga nisbatan ko`proq xohlagan bo`ladi, ya`ni:

$$A \succ B; \quad B \succ C; \quad \Rightarrow A \succ C.$$



3. *To`yinmaslik*. Iste`molchi har doim har bir ne`matning kamroq qismidan ko`ra, ko`proq qismini olishni xohlaydi (bu shart hayotda har doim ham bajarilavermaydi).

*Naflik funksiyasi*. Iste`molchi harakatini aniqroq tahlil qilish uchun naflik funksiyasidan foydalanamiz. Naflik funksiyasi - iste`molchining iste`mol qiladigan ne`matlar hajmi bilan, u ushbu ne`matlarni iste`mol qilish natijasida oladigan naflik darajasini ifodalaydi.

Bizda qancha ko`p ne`mat bo`lsa, qo`shimcha bir birlik ne`mat qimmati, biz uchun shuncha past bo`ladi. Demak, ne`matning narxi, uning umumiy nafligiga emas, balki chekli nafiligi bilan belgilanadi. Demak, naflik funksiyasi, naflik darajasini iste`mol qilingan ne`matlar hajmiga bog`liqligini ifodalaydi:

$$U = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

bu yerda  $U$  - naflik darajasi;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - 1, 2, ...,  $n$  - ne`matlar hajmi.

*Chekli naflik* - bu naflik funksiyasidan biror bir ne`mat o`zgaruvchisi bo`yicha olingan xususiy hosiladir.

$$MU_i = \frac{\partial U}{\partial X_i},$$

bu yerda  $x_i$  -  $i$ -ne`mat miqdori;  $MU_i$  -  $i$ -ne`mat bo`yicha chekli naflik.

Chekli naflik ( $MU$ ) - bu biror ne`matdan qo`shimcha bir birlik iste`mol qilish natijasida (boshqa ne`matlar iste`moli o`zgarmaganda) iste`molchi tomonidan olinadigan qo`shimcha naf.

Odatda, biror-bir ne`matni iste`mol qilish oshganda (boshqa ne`matlar iste`moli hajmi o`zgarmaganda), umumiy naflik o`sadi. Demak chekli naflik musbat.

$$MU > 0.$$

Lekin, shu bilan birga, biror-bir ne`matdan har bir birlik qo`shimcha iste`mol (boshqa ne`matlar iste`molga hajmi o`zgarmaganda) oldingisiga nisbatan kamroq naf beradi va ne`matning bu xususiyatiga *chekli naflikning kamayish qonuni* deyiladi.

**Befarqlik egri chizig`i** - bu iste`molchi uchun bir xil naf beruvchi ne`matlar kombinatsiyalarini ifodalaydi.

**Ne`matlarning bir-birini o`rnini bosishi**. Ne`matlarning bir-birini o`rnini bosish zonasi deb - bir ne`mat bilan ikkinchi ne`matni samarali almashtirish mumkin bo`lgan oraliqqa aytiladi.

**CHekli almashtirish normasi**. Befarqlik egri chizig`ining pastga tomon yotiqqligi  $x_2$  ne`matni  $x_1$  ne`mat bilan chekli almashtirish

normasini ifodalaydi. Chekli almashtirish normasi odatda  $MRS_{x_1, x_2}$  bilan belgilanadi.

Chekli almashtirish normasi  $MRS_{x_1, x_2}$  ning miqdori gorizontal o`q bo`yicha ifodalangan  $x_1$  ne`matning bir birligi uchun, vertikal o`q bo`yicha ifodalangan  $x_2$  ne`matning qancha miqdoridan voz kechish mumkinligini ko`rsatadi.

**Byudjet chizig`i.** Befarqlik egri chiziqlari bir ne`mat bilan ikkinchi ne`matni almashtirish mumkinligini ko`rsatadi, xolos. Lekin, ular iste`molchi uchun qaysi tovarlar majmuasi ko`proq nafliroqligini ko`rsata olmaydi. Bunday masalani byudjet chizig`i yordamida Yechish mumkin. Byudjet chegarasi tovarlar narxiga va iste`molchining daromadiga asoslanadi va u mavjud pul mablag`larida qanday iste`mol tovarlar majmuasini sotib olish mumkinligini ko`rsatadi.

Yuqoridagi shartlarga asoslangan holda iste`molchining tanlovi masalasining echilishi, talab funksiyasini oshkora ko`rinishda olishga imkon yaratadi. Ikkita ne`mat uchun quyidagi iste`molchi tanlovi masalasini qarab chiqamiz.

Naflik funksiyasi:

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max \quad P_1 x_1 + P_2 x_2 = I, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Optimallik shartidan

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = MU_1 = x_2; \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} = MU_2 = x_1;$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{P_1}{P_2}.$$

Bu munosabatdan ne`matlarga sarflanadigan mablag`lar teng bo`lishi kerak:

$$x_2 \cdot P_2 = x_1 \cdot P_1, \quad x_2 = \frac{P_1}{P_2} \cdot x_1,$$

bu munosabatni byudjet chizig`i tenglamasiga qo`yib  $P_1 x_1 + P_2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot x_1 = I$  birinchi ne`mat uchun talab funksiyasini aniqlaymiz.

$$x_1 = \frac{I}{2 \cdot P_1},$$

va ikkinchi ne`mat talab funksiyasi aniqlanadi:

$$x_2 = \frac{I}{2 \cdot P_2}.$$

## 8.2-§. Nochiziqli dasturlash masalasining qo`yilishi. Lagranj ko`paytuvchisi yordamida ist`emolchi tanlovini optimallashtirish

1. Ma`lumki, hozirgacha qaralgan mavzularda maqsadli funksiya va cheklash shartlari chiziqli (birinchi darajali) bo`lgan hollarni qaradik. Lekin, hamma modellar ham chiziqli bo`lavermaydi, ya`ni real amaliy masalalarda chiziqli bo`lmagan bog`lanishlarga duch kelamiz. Boshqacha aytganda, chiziqli bo`lmagan dasturlash (programmash) nazariyasini yaratishga to`g`ri keldi. Hozirgi davrda chiziqli bo`lmagan dasturlash o`zining rivojlanish holatida desak bo`ladi.

Matematik dasturlash masalalarida maqsadli funksiya va cheklash shartlari sistemasi (yoki ulardan biri) chiziqli bo`lmasa, bunday masalalarga chiziqli bo`lmagan dasturlash (CHBD) masalalari deyiladi. Bu masala umumiy holda quyidagicha qo`yiladi:

$$\begin{cases} g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, & i = 1, 2, \dots, k, \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, & i = k+1, k+2, \dots, m \end{cases} \quad (1)$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi Shunday  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  vektorni topish kerakki

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

maqsadli funksiya ekstremum qiymatga erishadigan bo`lsin, bunda  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyalar berilgan deb olinadi. Odatda  $x_1, x_2, \dots, x_n$  o`zgaruvchilarga manfiy emas degan shart ham qo`yiladi. Bundan tashkari yechim butun sonli bo`lsin degan shart ham qo`yilishi mumkin. Masalaning bunday qo`yilishiga odatda shartli ekstremum deb yuritiladi.

Ma`lumki maqsadli funksiya va cheklash shartlari chiziqli bo`lsa, CHBD masalasidan CHD masalasi kelib chiqadi.

Masalaning qo`yilishidan ko`rinadiki, CHBD masalalari sinfi CHD masalasiga nisbatan juda keng sohadir.

CHBD da hali universal (CHD dagi simpleks usuliga o`xshash) usullar ishlab chiqilmagan. Mavjud usullar, biror turdagi masalalarni yechishga moslangan bo`lsa ham ularning tatbiqlarining ahamiyati kundan-kunga oshib bormoqda.

CHBD da asosiy natijalar cheklash shartlari sistemasi chiziqli, maqsadli funksiya chiziqli bo`lmagan hollarda olingan deyish mumkin.

CHD dagi kabi CHBD masalalarini ham ikki o`zgaruvchi uchun grafik usulda yechish mumkin.

1-misol. Ushbu

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0,5, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi  $X = (x_1, x_2)$  vektorining

$$Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2$$

funksiya minimum va maksimumga ega bo'ladigan qiymatini toping.

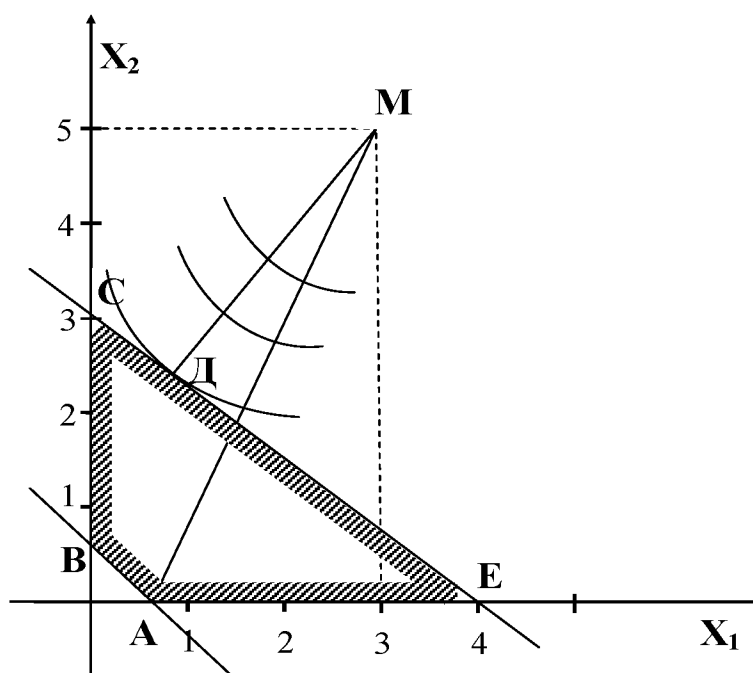
Yechish. Cheklash shartlari chiziqli bo'lganligi uchun, xuddi CHD dagidek  $X_1OX_2$  koordinatlar tekisligida AVSE (1-chizma) mumkin bo'lgan yechimlar ko'pburchagini hosil qilamiz.  $Z = k (k > 0)$  desak markazi  $M(3,5)$  nuqtada radiusi  $\sqrt{k}$  teng bo'lgan

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2 = k$$

aylanani hosil qilamiz. Ma'lumki, aylanma radiusining ortishi (kamayishi) bilan  $Z$  maqsadli funksiya qiymati ham ortadi (kamayadi). Markazi  $M$  nuqtada bo'lgan har xil radiusli aylanalar o'tkazish bilan yechimlar ko'pburchagi bilan birinchi umumiy nuqta  $D$  nuqta bo'ladi va

$Z(D) = 289/25$  bo'lib,  $D\left(\frac{24}{25}, \frac{57}{25}\right)$  nuqtada funksiya minimum qiymatga

erishadi. Aylanalardan radiusi o'sib borishi va yechimlar ko'pburchagi bilan oxirgi umumiylik  $A$  nuqtada bo'ladi. Demak, eng katta radiusli aylana  $A$  nuqtadan o'tib, bu nuqtada  $Z$  maqsadli funksiya maksimum  $Z(A) = 31,25$  qiymatga ega bo'ladi.



8.2.1-chizma

2. 1) Cheklashlari tenglik tarzida bo`lgan masalalarni Lagranjning ko`paytuvchilar usuli yordamida yechish. CHBD ushbu masalasi berilgan bo`lsin:

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

funksiyaning

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymati topilsin.  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), (i = 1, 2, \dots, m)$  funksiyalar birinchi tartibli xususiy hosilalari bilan birgalikda uzluksiz bo`lsin. Bu masalani yechish uchun quyidagi funksiyani tuzamiz:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (3)$$

hamda  $\frac{\partial F}{\partial x_j} (j = 1, 2, \dots, n), \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} (i = 1, 2, \dots, m)$  xususiy hosilalarni topib,

ularni nolga tenglashtiramiz, natijada ushbu tenglamalar sistemasiga ega bo`lamiz

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4)$$

(3) - funksiyaga Lagranj funksiyasi,  $\lambda_i$  sonlarga Lagranj ko`paytuvchilari deyiladi.  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiya biror  $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$  nuqtada ekstremumga ega bo`lsa, Shunday  $\lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$  vektor topiladiki  $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, \lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$  nuqta (4) tenglamalar sistemasining yechimi bo`ladi. Demak, (4) tenglamalar sistemasi uchun Shunday nuqtalar to`plamini topamizki, bu nuqtalarda  $Z$  funksiya ekstremum qiymatlarga ega bo`lishi mumkin. Bunda global minimum yoki maksimumni topish qoidasi noma`lum bo`ladi. Lekin, tenglamalar sistemasining yechimi topilgan bo`lsa, global maksimum (minimum)ni topish uchun bu nuqtalardagi funksiya qiymatlarini topib ularni solishtirish bilan natijaga ega bo`lish mumkin.  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), (i = 1, 2, \dots, m)$  funksiyalar ikkinchi tartibli xususiy hosilalarga ega va ular uzluksiz bo`lsa, (4) sistema yechimi bo`lgan nuqtalarda lokal ekstremumga ega bo`lishining yetarli shartini ko`rsatish mumkin. Lekin, bunday shartni keltirib chiqarishning amaliy ahamiyati katta emas.

2-misol. Lagranj ko'paytmalar usulidan foydalanib,  $Z = x_1 \cdot x_2$  funksiyaning  $2x_1 + x_2 = 4$  tenglamani qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

Yechish. Lagranj funksiyasini topamiz

$$F(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda(2x_1 + x_2 - 4)$$

Bu funksiyadan  $x_1, x_2$  va  $\lambda$  lar bo'yicha xususiy hosilalarni topib, ularni nolga tenglashtirib, ushbu tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x_2 + 2\lambda = 0, \\ x_1 + \lambda = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 4 = 0. \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasining yechimi  $\lambda = -1, x_1 = 1, x_2 = 2$

$$Z_{\max} = 1 \cdot 2 = 2 \quad \text{bo'ladi.}$$

Lagranj usulini, nazariy tomondan ayrim cheklashlar tengsizlik ko'rinishida va yechimlar manfiymas shartlarida ham qo'llash mumkin. Bunda, yordamchi o'zgaruvchilar kiritish bilan tengsizliklar tenglamalarga aylantiriladi hamda yordamchi o'zgaruvchilarga manfiymaslik sharti qo'yiladi.  $Z$  funksiya yechimlar sohasining ichki nuqtalarida ham chegaraviy nuqtalarida ham ekstremal qiymatlarga ega bo'lishi mumkin. Birinchi bosqichda (4) sistemaning manfiy bo'lmagan yechimlari topiladi va yechimlarda  $Z$  funksiyaning qiymatlari hisoblanadi. Manfiymas oktantning chegaraviy nuqtalarida tekshirish uchun, o'zgaruvchilarni ketma-ket bittadan 0 ga teng bo'lgan holni qaraymiz. Keyin, xuddi shu masalani  $(n-1)$  o'zgaruvchi uchun yechamiz. Bu masalalar uchun (4) sistemani hosil qilamiz va uning yechimlarini topib,  $Z$  funksiyaning bu yechimlar uchun qiymatlarini hisoblaymiz. Shunday  $n$  ta masalani 0 ga teng deb masalani  $n-2$  o'zgaruvchi uchun yechamiz (Bunday masalalar soni  $C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$  bo'ladi). Oxirgi

bosqichda  $n-m$  o'zgaruvchini 0 ga tenglab kolgan  $m$  o'zgaruvchini aniqlaymiz. Bu yechimlar uchun  $Z$  funksiya qiymatini hisoblaymiz.  $Z$  funksiyaning hisoblangan hamma qiymatlarini solishtirib global ekstremumni topamiz. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar uchun bu hisoblashlar ancha murakkablikka olib keladi.

3. Shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usullari. Ushbu

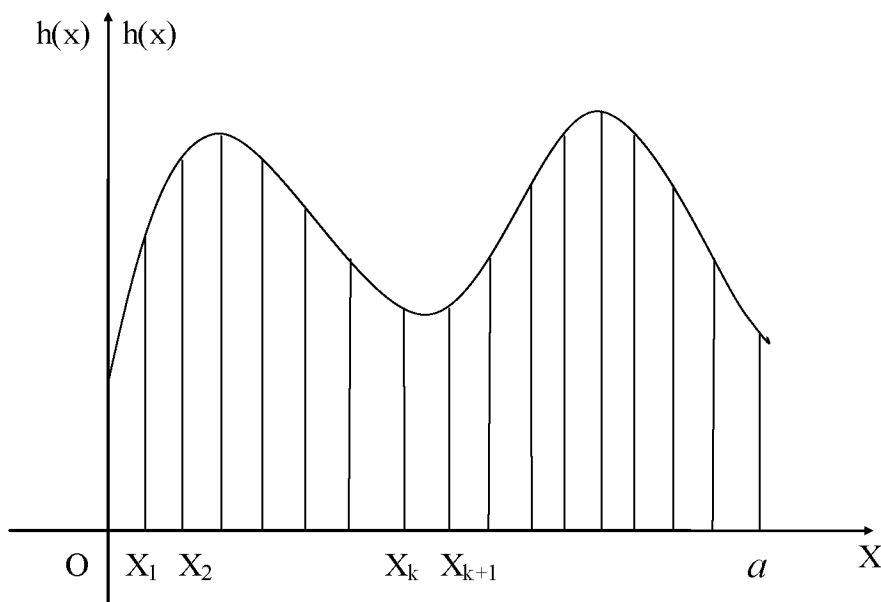
$$g_i(x) = \sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) \quad \{ \leq, =, \geq \}, b_i, i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$Z = f(x) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \rightarrow \max (\min) \quad (3)$$

masalani taqribiy yechish usullarini qaraymiz. (1)-(3) masalaning barcha  $g_i(x), i = \overline{1, m}$  chegaraviy funksiyalari va  $f(x)$  maqsad funksiya separabel ko`rinishda, ya`ni  $n$  ta funksiyalarning yig`indisi sifatida ifodalangan deb olamiz. Bu masalaning taqribiy yechish usullari uning siniq chizikli approksimatsiyasini hosil qilib, so`ngra hosil bo`lgan taqribiy masalaga simpleks usulni qo`llab yechishga asoslangan. Ma`lumki, bunday yo`l bilan taqribiy masalaning va shu jumladan, berilgan (1)-(3) masalaning taqribiy lokal optimumini topish mumkin. Fakat ayrim hollardagina ya`ni, agar  $g_{ij}(x_j)$  va  $f_j(x_j)$  funksiyalar biror  $D$  to`plamda aniqlangan qavariq yoki botiq funksiyalar bo`lgandagina taqribiy masalaning global optimumni topish mumkin va shu asosda berilgan (1)-(3) masalaning global optimumiga yaqin yechimni hosil qilish mumkin.

Faraz qilaylik,  $[0, a]$  oraliqda aniqlangan ixtiyoriy bir argumentli uzluksiz  $h(x)$  funksiya berilgan bo`lsin (2-chizma)



8.2.2-chizma

$0 \leq x \leq a$  intervalda  $r+1$  ta  $x_k$  nuqtalarni shunday qilib olamizki,  $x_0 = 0, x_1 < x_2 < \dots < x_r = a$  o`rinli bo`lsin. So`ngra, har bir  $x_k$  va  $h_k = h(x_k)$  ni topamiz hamda  $(x_k, h_k)$  va  $(x_{k+1}, h_{k+1})$ ,  $(k = 0, 1, \dots, r-1)$  nuqtalarni kesmalar bilan tutashtiramiz. Natijada siniq chizikli  $h(\bar{x})$  approksimatsiya (yaqinlashish) hosil bo`ladi. Bu funksiya  $h(x)$  funksiyaning  $[0, a]$  kesmadagi siniq chizikli approksimatsiyasi bo`ladi. Approksimatsiyaning aniqligi  $x_k$  nuqtalar zichligini tanlashga bog`liq. Bu nuqtalar qancha zich

joylashgan bo'lsa,  $h(\tilde{x})$  funksiya  $h(x)$  funksiyani shuncha aniqroq approksimatsiya qiladi.

Endi hosil bo'lgan  $h(\tilde{x})$  funksiyaning analitik ifodasini aniqlaymiz. Agar  $x \in [x_k, x_{k+1}]$  bo'lsa,  $h(x)$  funksiya quyidagi ko'rinishdagi  $h(\tilde{x})$  funksiya orqali approksimatsiya qilinadi:

$$h(\tilde{x}) = h_k + \frac{h_{k+1} - h_k}{x_{k+1} - x_k}(x - x_k). \quad (4)$$

Bundan tashqari  $x$  nuqta  $x_k$  va  $x_{k+1}$  nuqtalarni tutashtiruvchi kesmada yotganligi sababli uni shu nuqtalarning qavariq kombinatsiyasi orqali ifodalash mumkin, ya'ni:

$$x = \lambda x_{k+1} + (1 - \lambda)x_k, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (5)$$

Bundan

$$x - x_k = \lambda(x_{k+1} - x_k) \quad (6)$$

va

$$h(\tilde{x}) = h_k + \lambda(h_{k+1} - h_k) \quad (7)$$

ifodaga ega bo'lamiz. (7) da  $\lambda = \lambda_{k+1}$ ,  $1 - \lambda = \lambda_k$  deb qabul qilsak,

$$h(\tilde{x}) = \lambda_{k+1}h_{k+1} + \lambda_k h_k$$

ifoda hosil bo'ladi. Shunday qilib, aytish mumkinki, ixtiyoriy tayinlangan  $x \in [x_k, x_{k+1}]$  nuqta uchun  $\lambda_k$  va  $\lambda_{k+1}$  larning birdan-bir qiymati mavjud bo'lib, ular uchun quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:

$$\begin{cases} x = \lambda_k x_k + \lambda_{k+1} x_{k+1} \\ h(\tilde{x}) = \lambda_{k+1} h_{k+1} + \lambda_k h_k \\ \lambda_k + \lambda_{k+1} = 1, \quad \lambda_k, \lambda_{k+1} \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Birdan ortiq bo'lmagan  $\lambda_k$  yoki ikkita qo'shni  $\lambda_k$  va  $\lambda_{k+1}$  lar 0 dan farqli bo'lsin deb qabul qilsak, ixtiyoriy  $x \in [0, a]$  nuqtani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$x = \sum_{k=0}^r \lambda_k x_k, \quad \sum_{k=0}^r \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geq 0, \quad k = \overline{0, r} \quad (9)$$

Bu holda sinliq chiziqli  $h(\tilde{x})$  funksiyaning analitik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$h(\tilde{x}) = \sum_{k=0}^r \lambda_k h_k, \quad (10)$$

bu yerda  $x \in [0, a]$  va

$$x = \sum_{k=0}^r \lambda_k x_k, \quad \sum_{k=0}^r \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geq 0, \quad k = \overline{0, r}.$$

Endi (1)-(3) masalaning sinliq chiziqli approksimatsiyasini hosil qilish uchun masaladagi  $x_j$  no'malumlarning har biri  $[0, a_j]$  intervalga



tegishli bo'lgan qiymatlarini qabul qiladi deb faraz qilamiz.  $[0, a_j]$  oraligini  $x_{0j}, x_{1j}, \dots, x_{r_j}$  nuqtalar yordamida  $r_j$  ta kesmalarga ajratamizki, ular uchun

$$x_{0j} = 0, \quad x_{1j} < x_{2j} < \dots < x_{r_j} = a_j$$

munosabat o'rinli bo'lsin.

$f_j(x_j)$  va  $g_{ij}(x_j)$  funksiyalarning bu nuqtalardagi qiymatini topamiz:

$$f_j(x_j) = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} f_{kj} = f_j(x_{kj}), \quad (11)$$

$$g_{ij}(x_j) = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} g_{ikj}, \quad g_{ikj} = g_{ij}(x_{kj}), \quad (12)$$

$$x_j = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} x_{kj}, \quad (13)$$

$$\sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} = 1, \quad \lambda_{kj} \geq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

(11)-(14) munosabatlarga asosan berilgan masalani quyidagi taqribiy masala bilan almashtiriladi:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{g}_{ij}(x_j) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} g_{ikj} \{ \leq, =, \geq \} b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (15)$$

$$\sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} = 1, \quad \lambda_{kj} \geq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, \quad j = \overline{1, n} \quad (16)$$

$$\tilde{Z} = \tilde{f}(X) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} f_{kj} \rightarrow \max(\min). \quad (17)$$

Bu masalada  $\lambda_{kj}$  larning shunday qiymatlarini topish kerakki, ular (15)-(16) shartlarni qanoatlantirib, (17) maqsadli funksiya maksimum (minimum) qiymatga ega bo'lsin. Masalaning taqribiy yechimini topishda simpleks usulni qo'llash mumkin. (15)-(17) masalani simpleks usul bilan yechish jarayonida optimallik mezoni (kriteriyasi)

$$\Delta_{kj} = C_{\sigma} B^{-1} A_{kj} - C_{kj} \leq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, \quad j = \overline{1, n} \quad (18)$$

bilan tekshirib boriladi, bu yerda  $A_{kj}$  (15)-(17) masalalarning chegaraviy shartlarini ifodalovchi vektor,  $V$  bazis matritsa va  $C_{kj} = f_{kj}$ . (15)-(17) masalaning tayanch rejasi (18) shartni qanoatlantirmasa, bu plan masalaning optimal yechimi bo'ladi.

### 8.3-§. Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari bilan yechish

Masala. Bir xildagi mahsulot  $K_1, K_2, \dots, K_n$  korxonalarda ishlab chiqarilishi mumkin bo'lsin.  $j$  - korxonaning oladigan foydasi

$$f_j(x_j) = (a_j - k_j x_j)x_j \quad (1)$$

chiziqli bo'lmagan funksiya bilan ifodalansin, bunda  $x_j$  - ishlab chiqarilgan mahsulot birliklardagi miqdori,  $a_j > 0, k_j > 0$  o'zgarmas koeffitsiyentlar.

$K_j$  - korxonaning ishlab chiqarish quvvati  $M_j$  ham ma'lum bo'lsin.

$N$  - miqdor birligidagi mahsulotga bo'lgan buyurtmani korxonalar o'rtasida Shunday taqsimlash kerakki, mahsulot ishlab chiqarishdan eng katta foyda olinadigan bo'lsin.

Yechish. Masalaning matematik modeli quyidagicha bo'ladi:

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^n (a_j - k_j x_j)x_j \quad (2)$$

maqsadli funksiyaning

$$\sum_{j=1}^n x_j = N, \quad (3)$$

$$0 \leq x_j \leq M_j \quad (4)$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

Masalani xususiylashtiramiz.  $n=5, N=1000$  bo'lsin.  $a_j, k_j$  va  $M_j$  parametrlarning qiymati ushbu jadvalda berilgan:

Parametrlar	Korxonalar				
	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$a_j$	20	18	22	19	21
$k_j$	0,020	0,015	0,022	0,018	0,016
$M_j$	250	260	240	270	200

(2) funksiya har bir qo'shiluvchisidan  $x_j$  bo'yicha olingan hosila

$$[(a_j - k_j x_j)x_j]' = -2k_j < 0$$

bo'lib, uning botiq funksiya ekanligi kelib chiqadi.

Birinchi bosqichda (2), (3) masalaning yechimini topamiz:

Bu masala uchun Lagranj funksiyasi

$$F(\bar{x}, \lambda) = \sum_{j=1}^n (a_j - k_j x_j)x_j + \lambda \left( N - \sum_{j=1}^n x_j \right)$$

bo'lib, xususiylashtirilgan hosilalarni topib, ularni 0 ga tenglashtirib, ushuni hosil qilamiz:

$$\begin{cases} a_j - 2k_j x_j = \lambda, \\ \sum_{j=1}^n x_j = N \end{cases}$$

xususiy holda

$$\begin{cases} a_j - 2k_j x_j = \lambda, (j=1, 2, 3, 4, 5) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = N \end{cases} \quad (5)$$

(5) sistemadan

$$x_j = \frac{a_j - \lambda}{2k_j}, (j=1, 2, 3, 4, 5) \quad (6)$$

$x_j$  larni (5) sistemaning 2-tenglamasiga qo`ysak,

$$\sum_{j=1}^5 \frac{a_j}{k_j} - \lambda \sum_{j=1}^5 \frac{1}{k_j} = 2N$$

hosil bo`ladi. Oxirgi tenglikdan Lagranj ko`paytuvchisini topsak:

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^5 \frac{a_j}{k_j} - 2N}{\sum_{j=1}^5 \frac{1}{k_j}} \quad (7)$$

bo`ladi.  $\lambda$  ning topilgan qiymatini (6) tenglikka qo`yib,  $x_j$  larning qiymatini topamiz.

Sonli qiymatlarni (7) va (6) formulalarga qo`yib, hisoblasak,  $\lambda = 12,734$ ;  $x_1 = 181,6$ ;  $x_2 = 175,5$ ;  $x_3 = 210,6$ ;  $x_4 = 174,1$ ;  $x_5 = 258,3$  bo`ladi. Bunda  $x_5 = 258,3 > K_5$  korxonada quvvatidan ortiq bo`ldi, chunki uning quvvati  $M_5 = 200$  edi.  $x_5 = 200$  deymiz.

Ikkinchi bosqichda (2) funksiya, lekin

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 800, \quad n=4$$

shartda, xuddi birinchi bosqichdagidek, masalani yechib,  $\lambda = 12,198$ ;  $x_1 = 195$ ;  $x_2 = 193,4$ ;  $x_3 = 222,8$ ;  $x_4 = 188,8$  larni olamiz. Olingan qiymatlar (2)-(3) masala shartlarini qanoatlantiradi.

Shunday qilib, buyurtmani korxonalar o`rtasida optimal taqsimlash  $x_1 = 195$ ;  $x_2 = 193$ ;  $x_3 = 223$ ;  $x_4 = 189$ ;  $x_5 = 200$  (1 gacha yaxlitlab olinganda) bo`lib, maksimal foyda, ya`ni  $\max f(\bar{x}) = 16375$  bo`ladi.

### Mavzuning tayanch tushunchalari

Nochiziqli dasturlash, chiziqli bo`lmagan bog`lanishlar, nochiziqli maqsadli funksiya, chiziqli bo`lmagan cheklash shartlari, butun sonli yechim, shartli ekstremum, Lagranj ko`paytuvchilar usuli, Lagranj funksiyasi, Lagranj ko`paytuvchilari, global ekstremum, cheklash

shartlari tenglik va tengsizliklar tarzida, shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usuli.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi shartlarda

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25. \end{array} \right\}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$F(x_1, x_2) = 3x_1 + 4x_2$  funksiyaning maksimum qiymatini toping

2. Quyidagi shartlarda

$$\left. \begin{array}{l} 6x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12. \end{array} \right\}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$F(x_1, x_2) = x_1 x_2$  -funksiyaning maksimum qiymatini toping

3. Quyidagi shartlarda

$$\left. \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4. \end{array} \right\}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$F(x_1, x_2) = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2$  -funksiyaninging

4. Quyidagi shartlarda

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, \\ x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \geq 0. \end{array} \right\}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$F(x_1, x_2) = x_1 x_2$  -funksiyaning maksimum qiymatini toping

5. Quyidagi shartlarda

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \geq 2, x_2 \geq 2, \\ x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 4x_2 - 68 \geq 0. \end{array} \right\}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

### Nazorat savollari

1. Chekli naflikning mazmuni nimalardan iborat?
2. Biror ne`matni ketma-ket iste`mol qilinganda maksimal naflikka erishish mumkinmi?
3. Chekli naflikning kamayish qonuni va unga misollar keltiring.

4. Iste`molchi byudjetining to`liq sarflanishi va sarflanmaslik shartlarini tushuntirib bering.
5. Iste`molchi qachon muvozanat holatga erishadi?
6. Iste`molchining tanlovini bozor sharoitida qaysi omillar belgilaydi?
7. Almashtirish samarasini izohlab bering.
8. Iste`molchi tanlovida ne`matlarning optimal kombinatsiyasi qanday aniqlanadi?
9. Befarqlik egri chizig`i nimani ifodalaydi?
10. Iste`molchini chegaralovchi omillarni izohlab bering.
11. Byudjet chegarasi va byudjet tenglamasi va iste`molchining tanlov sohasini izohlab bering.
12. "Iste`molchi naflik funksiyasini maksimallashtiradi" iborasini yoritib bering.
13. Chiziqli bo`lmagan (nochiziqli) bog`lanishlar deb nimani tushunasiz?
14. Chiziqli bo`lmagan dasturlash masalasi qanday hollarda kelib chiqadi?
15. Chiziqli bo`lmagan dasturlash masalasi nima?
16. Chiziqli bo`lmagan dasturlash masalasi umumiy holda qanday qo`yiladi?
17. Shartli ekstremum masalasi nima?
18. Chiziqli bo`lmagan dasturlash masalasidan qanday holda CHD masalasi kelib chiqadi?
19. ChBD masalasini yechishning umumiy (universal) usullari mavjudmi?
20. ChBD masalalarini grafik usulda yechish mumkinki va qanday?
21. ChBD masalasining qanday xillari bo`lishi mumkin?
22. Qanday funksiyaga Lagranj funksiyasi deyiladi?
23. Lagranj ko`paytuvchilari nima?
24. Lagranj ko`paytuvchilar usulining mohiyati nimadan iborat?
25. Global ekstremum nima?
26. Lokal ekstremum nima?
27. Lagranj usulini ChBD masalasining cheklash shartlari tenglik tarzida bo`lsa qanday qo`llaniladi?
28. Lagranj usulini ChBD masalasining cheklash shartlari tengsizlik tarzida bo`lsa qo`llash mumkinmi?

## **IX BOB. MILLIY IQTISODIYOTNING TARMOQLARARO BALANS MODELII**

### **9.1-§. Milliy iqtisodiyotda tarmoqlarning o`rni**

Tarmoqlararo balans usuli asosiy iqtisodiyot-matematik usullardan biri bo`lib, alohida korxonada ham, xalq xo`jaligini tarmog`i darajasida ham, butun xalq xo`jaligi darajasida ham mahsulot ishlab chiqarish va taqsimlashni tahlil qilish, me`yorlash rejalashtirish hamda taxminlashtirish uchun keng qo`llaniladi va katta ahamiyatga ega.

Tarmoqlararo balansning bosh g`oyasi shundan iboratki, ijtimoiy ishlab chiqarish jarayonida har bir tarmoq, bir tomondan ishlab chiqaruvchi, ikkinchi tomondan esa iste`molchi tarzida qatnashadi.

Tarmoqlararo balans modeli ishlab chiqarishning barcha tarmoqlari o`rtasidagi o`zaro mahsulot yetkazib berish, asosiy ishlab chiqarish fondlarining hajmi va tarmoq strukturasi hamda xalq xo`jaligini mehnat resurslari bilan ta`minlanganligi va shu kabilar haqidagi yagona axborot tizimidir. Bunday model barcha tarmoqlararo aloqalarni aniq hisobga olish asosida rejaning balans qilingan ko`rsatkichlarini hisoblab chiqish va ularning mumkin bo`lgan ko`pgina variantlarni ko`rib chiqish muammosini hal qilish imkonini beradi.

Tarmoqlararo balans ijtimoiy ishlab chiqarishda mavjud bo`lgan butun aloqalar zanjirini aniqlash muammosini yechish imkonini yaratadi. Analitik ahamiyatga ko`ra tarmoqlararo balans hisobot va rejali balanslarga bo`linadi.

Tarmoqlararo hisobot balanslari moddiy ishlab chiqarish va hisobot davrida tarkib topgan tarmoqlararo aloqalarning strukturasi kompleks tahlil qilish, shuningdek rejali tarmoqlararo balanslar uchun dastlabki axborotni tayyorlash uchun ishlab chiqiladi.

Tarmoqlararo rejali balans rejalashtirishning dastlabki va yakuniy bosqichlarida qo`llaniladi. Rejali balansdan xalq xo`jaligini rivojlantirishda moddiy ishlab chiqarishning eng ratsional strukturasi topish muammosini yechish maqsadida foydalanish alohida ahamiyat kasb etadi.

O`z navbatida tarmoqlararo balans modellari vaqt omili bo`yicha statistik va dinamik modellarga bo`linadi. Rejalashtirish amaliyotida natura, qiymat va natura-qiymat balanslari ham qo`llaniladi.

Hozirgi paytda respublika, regional va yirik iqtisodiy rayonlar, hududiy ishlab chiqarish majmuilari bo`yicha tarmoqlararo balanslarni tuzish juda aktual masala hisoblanadi.

## 9.2-§. Tarmoqlararo balansining prinsipial sxemasi

Tarmoqlararo balans modeli asosini ishlab chiqarilgan mahsulotlarni taqsimlash balanslari tashkil etadi. Bu o`rinda shuni ta`kidlash kerakki, jami ishlab chiqarilgan mahsulotning bir qismi tarmoqlararo ishlab chiqarishni joriy harajatlariga sarflansa, boshqa bir qismi ishlab chiqarish sferasiga qaytib tushmaydi, biroq iste`molga va jamg`armaga sarflanadi. Busiz esa kengaytirilgan takror ishlab chiqarishni tasavvur etib ham bo`lmaydi.

Aytaylik, jami ijtimoiy mahsulot aniq bir davr-vaqtda (1 yil, 5 yil, chorak, ya`ni bir ishlab chiqarish siklida) xalq xo`jaligining n-ta tarmog`ida ishlab chiqarilsin.

Faraz qilaylik  $X_1, X_2, \dots, X_n$  lar 1-chi, 2-chi, ..., n-chi tarmoqlardagi jami ishlab chiqarilgan mahsulotlarni hajmini bildirsin (natura ko`rinishida). Mos ravishda  $X_{ik}$ - orqali i tarmoqning k-chi tarmoqqa yuborishi kerak bo`lgan mahsulot miqdorini (hajmini) belgilaymiz.

Shuningdek  $U_i$  orqali i- tarmoqning ishlab chiqarish sferasiga kelib tushmaydigan, biroq iste`mol va jamg`armaga ketadigan mahsulot miqdorini belgilaymiz va uni, ya`ni  $U_i$  –ni i-chi tarmoqni oxirgi (yakuniy) mahsuloti deb ataymiz.

O`z navbatida yukorida aytilganlardan kelib chiqqan holda ijtimoiy mahsulotni ishlab chiqarish va taqsimlash jarayonini qo`yidagi jadval orqali ifodalash mumkin:

Ishlab chiqaruvchi tarmoqlar	Ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi	Iste`molchi tarmoqlar						Oxirgi mahsulot
		1	2	...	k	...	n	
1	$X_1$	$X_{11}$	$X_{12}$	...	$X_{1k}$	...	$X_{1n}$	$U_1$
2	$X_2$	$X_{21}$	$X_{22}$	...	$X_{2k}$	...	$X_{2n}$	$U_2$
⋮	⋮	...	...	...	...	...	...	...
i	$X_i$	$X_{i1}$	$X_{i2}$	...	$X_{ik}$	...	$X_{in}$	$U_i$
⋮	⋮	...	...	...	...	...	..	...
n	$X_n$	$X_{n1}$	$X_{n2}$	...	$X_{nk}$	...	$X_{nn}$	$U_n$

Ushbu jadvalga xalq xo`jaligini tarmoqlararo balansining modeli yoki iqtisodiy haritasi deb aytish mumkin yoki ushbu tarmoqlararo balans jadvalini matematik tilda qo`yidagi tenglamalar sistemasi ko`rinishida ifodalash mumkin:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1k} + \dots + X_{1n} + Y_1 \\ X_2 &= X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2k} + \dots + X_{2n} + Y_2 \\ X_i &= X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{ik} + \dots + X_{in} + Y_i \\ &\dots\dots\dots \\ X_n &= X_{n1} + X_{n2} + \dots + X_{nk} + \dots + X_{nn} + Y_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Yoki qisqacha

$$X_i = \sum_{k=1}^n X_{ik} + Y_i, (i = \overline{1, n}) \quad (2)$$

(1) va (2) tenglamalar sistemasi tarmoqlararo mahsulot ishlab chiqarish va taqsimlash balansining iqtisodiy-matematik modeli deyiladi. Bu modellarda tenglamalar soni ishlab chiqaruvchi tarmoqlar soniga to`g`ri keladi. O`z navbatida ushbu tenglamalar ixtiyoriy  $X_i$  tarmoqda jami ishlab chiqarilgan mahsulot moddiy ishlab chiqarish sohasidagi tarmoqlar iste`mol qiladigan mahsulotlar yig`indisi ( $\sum X_{ik}$ ) va ishlab chiqarish sferasiga qaytib tushmaydigan (kelmaydigan) yakuniy mahsulot ( $U_i$ ) larni yig`indisidan tashkil etilishini bildiradi. Shuningdek ijtimoiy mahsulotni ishlab chiqarish va taqsimlashning tarmoqlararo balansi natura yoki qiymat shaklida ham ifodalanishi, ishlab chiqarilishi-tuzilishi mumkin.

***Qiymatli balansda***  $X_1, X_2, \dots, X_n$ - o`zgaruvchilar 1, 2, ... n- chi tarmoqlarni yalpi mahsuloti hajmining qiymatli ifodasini, shaklini anglatadi.

$X_{ik}$ - k- chi tarmoqda mahsulot ishlab chiqarish uchun i- chi tarmoqdan sarflanadigan harajat miqdori (hajmini) ni bildiradi.

$U_i$ - i- chi tarmoqning yakuniy mahsuloti (hajmini) qiymatli ifodasini bildiradi.

***Naturali balansda***  $X_1, X_2, \dots, X_n$ - o`zgaruvchilar n- turdagi ishlab chiqarilgan yalpi mahsulotlarni hajmini (miqdorini) natura birliklarida ifodalaydi.

$X_{ik}$ - k- chi tarmoqda bir birlik mahsulot ishlab chiqarish uchun i- chi tarmoqdan yuborilishi kerak bo`lgan mahsulot miqdorini bildiradi.

$U_i$ - i- chi tarmoqning yakuniy mahsulot miqdorini bildiradi.

Tarmoqlararo qiymatli va natural balanslar (1) va (2) matematik tenglamalar sistemasi shaklida bir xil ko`rinishda ifodalanadi va har







2. Berilgan to'g'ri harajatlar koeffitsiyentlari matritsasi A- bo'yicha to'la harajatlar koeffitsiyentlarini matritsasi R-ni aniqlash. Qaysiki A- ni elementlari tarmoqlarni istiqbolini rejalashtirishning muhim ko'rsatkichlari sifatida xizmat qiladi. Matritsa ko'rinishida

$$P = (E - A)^{-1} = \frac{E}{|E - A|}$$

3. Berilgan yakuniy mahsulot hajmi  $U_1, U_2, \dots, U_n$  lar bo'yicha tarmoqlarning yalpi mahsulot hajmlari  $X_1, X_2, \dots, X_n$  larni aniqlash. Matritsa ko'rinishida

$$X = (Ye - A)^{-1} \cdot U = R \cdot U$$

4. Tarmoqlar bo'yicha berilgan n- ta yalpi va yakuniy mahsulotlarni  $X_1, U_2, X_3, U_4, \dots, X_{n-1}, U_n$  xajmlari bo'yicha qolgan  $U_1, X_2, U_3, X_4, \dots, U_{n-1}, X_n$  larni xajmlarini aniqlash.

### **9.3-§. Tarmoqlararo rejali balansining dinamik modellari**

Tarmoqlararo balansning dinamik modellari statistik modellardan farqli ravishda iqtisodni ma'lum bir davrdagi holatini aks ettirib qolmasdan balki uning rivojlanish jarayonini ifodalash, iqtisodning oldingi va keyingi bosqichlari bilan bog'lanishini belgilab berish hamda iqtisodiy matematik usullarni ishlab chiqarishning real-aniq shartlariga yaqinlashtirish kabi maqsadlar uchun xizmat qiladi.

Dinamik modelda ishlab chiqarishning kapital mablag'lari statistik modelni tarkibidagi yakuniy mahsulot qismidan ajratiladi va ularni ishlab chiqarish hajmini o'sishiga-ortishiga ta'siri va tuzilishini tekshiriladi.

Kapital mablag'lar va mahsulotni ko'payish miqdorlari orasidagi bog'lanishlar dinamik tenglamalar sistemasini qo'rishning asosi bo'lib hisoblanadi. O'z navbatida dinamik tenglamalar sistemasini yechish esa ishlab chiqarish darajasini aniqlashga olib keladi. Biroq statistik modeldan farqli ravishda dinamik variantda ishlab chiqarishning izlanayotgan (topiladigan) darajasi oldingi davrdagi ishlab chiqarish hajmiga (darajasiga) bog'liq bo'ladi.

Tarmoqlararo mahsulot ishlab chiqarish va uning taqsimoti balansining dinamik modeli jadval ko'rinishida qo'yidagicha ifodalanadi:

Ishlab chiqaruvchi tarmoqlar	Tarmoqlararo joriy harajatlar oqimi	Tarmoqlararo ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi (fondlarning o'sishi, ko'payishi)	Yakuniy mahsulot	Yalpi mahsulot
	1 2 ... K ... n	1 2 ..... K .... N	Z <sub>i</sub>	X <sub>i</sub>
1	X <sub>11</sub> X <sub>12</sub> ... X <sub>1k</sub> ... X <sub>1n</sub>	ΔF <sub>11</sub> ΔF <sub>12</sub> ... ΔF <sub>1k</sub> ... ΔF <sub>1n</sub>	Z <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>
2	X <sub>21</sub> X <sub>22</sub> ... X <sub>2k</sub> ... X <sub>2n</sub>	ΔF <sub>21</sub> ΔF <sub>22</sub> ... ΔF <sub>2k</sub> ... ΔF <sub>2n</sub>	Z <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>
⋮	— — — —	— — — —	—	—
I	X <sub>i1</sub> X <sub>i2</sub> ... X <sub>ik</sub> ... X <sub>in</sub>	ΔF <sub>i1</sub> ΔF <sub>i2</sub> ... ΔF <sub>ik</sub> ... ΔF <sub>in</sub>	Z <sub>i</sub>	X <sub>i</sub>
⋮	— — — —	— — — —	—	—
N	X <sub>n1</sub> X <sub>n2</sub> ... X <sub>nk</sub> ... X <sub>nn</sub>	ΔF <sub>n1</sub> ΔF <sub>n2</sub> ... ΔF <sub>nk</sub> ... ΔF <sub>nn</sub>	Z <sub>n</sub>	X <sub>n</sub>

Ushbu modeldagi joriy harajatlar matritsasini koeffitsiyentlari X<sub>ik</sub>, statistik modeldagi X<sub>ik</sub> ga mos keladi. Tarmoqlararo ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi ΔF<sub>ik</sub> esa i- chi tarmoqda ishlab chiqarilgan mahsulotning kapital mablag' sifatida k- chi tarmoq uchun yuboriladigan qismini bildiradi. Bu esa moddiy jihatdan iste'molchi tarmoqlarda xomashyo va mahsulotlar zaxirasini oshirishni anglatadi yoki ishlab chiqarish jixozlari, qurilishlari, maydonlari, transport vositalari kabilarni ko'payishiga olib keladi. Shuningdek dinamik modelda yakuniy mahsulot Z<sub>i</sub>, i- tarmoqning shaxsiy iste'moli va ijtimoiy (jamoat) iste'moliga, ishlab chiqarishning jamg'armasiga, tugallanmagan qurilishlariga, eksport kabilarga ketadigan, sarflanadigan qismini o'z ichiga oladi. Yana shuni ta'kidlash lozimki, dinamik modelda ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi va yakuniy mahsulotlar yig'indisi (birgalikda) statistik tarmoqlararo balans modelidagi yakuniy mahsulotni tashkil etadi, ya'ni

$$\sum_{k=1}^n \Delta \Phi_{ik} + Z_i = Y_i, (i = \overline{1, n}) \quad (11)$$

va mos ravishda (2) ni

$$X_i = \sum_{k=1}^n X_{ik} + \sum_{k=1}^n \Delta \Phi_{ik} + Z_i, (i = \overline{1, n}) \quad (12)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

O'z navbatida tarmoqlararo balansning statistik modelida bo'lgani singari joriy harajatlar oqimini to'g'ri moddiy harajatlar koeffitsiyentlari

yordamida tarmoqlarning yalpi mahsuloti orqali qo'yidagicha ifodalaymiz:

$$X_{ik} = a_{ik} X_k \quad (13)$$

Biroq, agar joriy harajatlarning oqimi mahsulot ishlab chiqarishning miqdorini jami hajmi bilan bog'liq bo'lsa, u holda kapital mablag'lar oqimi mahsulot ishlab chiqarish hajmini oshishiga ko'payishiga olib keladi yoki aniqroq qilib aytganda, qaralayotgan davr uchun mablag'larni qo'yilishi mahsulotni ortishiga ko'payishiga olib keladi.

Agar qaralayotgan davr  $t$ - bo'lsa, u holda ko'paygan mahsulot  $\Delta X_k$ -ni,  $t$ - davrdagi absolyut darajasi bilan oldingi ( $t-1$ ) davrdagi ishlab chiqarishning absolyut darajalari orasidagi farq sifatida aniqlanadi, ya'ni

$$\Delta X_k = X_{kt} - X_{kt-1} \quad (14)$$

O'z navbatida mahsulotni ko'payishi fondlarni (kapital mablag'larni- qo'yilmalarni) ko'payishiga proporsionalligini hisobga olsak, u holda

$$\Delta F_{ik} = b_{ik} \Delta X_k \quad (15)$$

bo'ladi. Bu yerda  $b_{ik}$ - proporsionallik koeffitsiyenti bo'lib, fondlarni ko'payishini – mahsulotni ko'payishiga nisbati kabi topiladi, ya'ni

$$b_{ik} = \frac{\Delta F_{ik}}{\Delta X_k} \quad (16)$$

Mazkur  $b_{ik}$ -proporsionallik koeffitsiyenti  $k$ -chi tarmoqning ishlab chiqarish quvvatini bir birlik mahsulotga oshirish (ko'paytirish) uchun  $i$ -chi tarmoqni qancha mahsuloti talab qilinishi (berilishi) kerakligini bildiradi yoki boshqacha so'z bilan aytganda  $k$ -chi tarmoqda mahsulot ishlab chiqarishni bir birlikga oshirish uchun qaratilgan fondlar sig'imini bildiradi. Shuningdek proporsionallik koeffitsiyenti  $b_{ik}$  ni kapital mablag'lar – qo'yilmalar koeffitsiyenti deb ham aytiladi va qo'yidagi formula (kvadrat matritsa) bilan topiladi:

$$[b_{ik}] = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{ik} & \dots & b_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Qo'yilmalar koeffitsiyentini matritsasi kapital mablag'larni iqtisodiy-statistik tahlil qilish, rejalashtirish uchun katta ahamiyat kasb etadi.

Kapital mablag'larni ko'proq qismi asosiy fondlarni o'stirishga yo'naltiriladi, shuning uchun dinamik modellarni ishlab chiqishda bosh e'tibor asosiy fondlarning kapital qo'yilmalariga qaratiladi.

O'z navbatida joriy harajatlar va kapital mablag'lar koeffitsiyentlari yordamida (12) tenglamani qo'yidagicha yozamiz:

$$X_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k + \sum_{k=1}^n b_{ik} \Delta X_k + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (18)$$

(18) birinchi darajali chekli ayirmali tenglamalar sistemasini tashkil etadi. Mazkur (18) tenglamani oddiy tenglamalar sistemasiga keltirish uchun ishlab chiqarishning hajmi va yakuniy mahsulot biror t- davrga tegishli a- mahsulotni ko'payishi-o'sishi esa (t - 1) davrga nisbatan taqqoslab olingan deb hisoblanishi kerak. U holda

$$X_i^{(t)} = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k^{(t)} + \sum_{k=1}^n b_{ik} (X_k^{(t)} - X_k^{(t-1)}) + Z_i^{(t)}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (19)$$

Bundan esa

$$X_i^{(t)} = \sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik}) X_k^{(t)} - \sum_{k=1}^n b_{ik} X_k^{(t-1)} + Z_i^{(t)}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (20)$$

ga ega bulamiz.

Shuningdek, aytaylik bizga o'tgan (t - 1) davrda barcha tarmoqlarni ishlab chiqarish darajasi  $X_k^{(t-1)}$  miqdor va t- davrdagi yakuniy mahsulot ma'lum bo'lsin. U holda (20) ifoda n- noma'lumli n- ta chiziqli tenglamalar sistemasini tashkil etadi (yoki bu (20) ifoda t- davrdagi ishlab chiqarish darajasini ifodalaydi).

Mazkur tarmoqlararo balansning dinamik tenglamalar sistemasini yechish keyingi davrda mahsulot ishlab chikarishni oldingi davrda erishilgan mahsulot ishlab chiqarish darajasidan bog'liq holda aniqlash imkonini beradi. Davrlar orasidagi bog'lanishni esa aynan mahsulotni bir birlikga oshiruvchi kapital mablag'ni anglatuvchi-mablag'lar (qo'yilmalar) koeffitsiyenti orqali o'rnatiladi-amalga oshiriladi.

O'z navbatida diskret tahlildan uzluksiz tahlilga o'tish uchun (12) ni o'rniga qo'yidagi:

$$X_i = \sum_{k=1}^n X_{ik} + \sum_{k=1}^n \frac{d\Phi_{ik}}{dt} + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (21)$$

va (15) ifodadan

$$\frac{d\Phi_{ik}}{dt} = b_{ik} \frac{dX_k}{dt} \quad (22)$$

larga ega bo`lamiz.

Shuningdek, (12), (13), (22) lardan

$$X_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k + \sum_{k=1}^n b_{ik} \frac{dX_k}{dt} + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (23)$$

birinchi darajali, doimiy koeffitsiyentli n- ta chiziqli differensial tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Mazkur tenglamalar sistemasini yechish uchun joriy va kapital harajatlar (mablag`lar) matritsasini koeffitsiyentlari bilan bir qatorda ayrim  $t = 0$  boshlang`ich moment vaqtidagi barcha tarmoqlar bo`yicha ishlab chiqarish darajasini va yakuniy mahsulot miqdorini vaqtga ko`ra ( $Z_i(t)$  funksiya ko`rinishida) o`zgarish qonuniyatlarini bilish juda muhimdir.

Yuqorida keltirilgan ma`lumotlar - bilimlar asosida (18) tenglamalar sistemasi yordamida hisoblash boshlangan momentidan (vaqtdan) boshlab istalgan uzoq vaqtga bo`lgan muddatlargacha nazariy jihatdan ishlab chiqarish darajasini topish - aniqlash mumkin bo`ladi. Biroq amaliyotda ancha-muncha ishonchli yalpi va yakuniy mahsulot ishlab chiqarish hajmini vaqtni funksiyasi sifatida faqat cheklangan vaqt oralig`ida olinishi mumkin.

### Tayanch iboralar

Balans (muvozanat), tarmoq, tarmoqlararo balans, hisobot va rejali balans, tarmoqlararo balansning statistik va dinamik modellari, natura, qiymat va natura-qiymat balanslari, ishlab chiqaruvchi tarmoq, iste`molchi tarmoq, ishlab chiqarish xajmi, oxirgi mahsulot, xalq xo`jaligini iqtisodiy kartasi, ishlab chiqarishni joriy (to`g`ri), chet va to`la harajatlari koeffitsiyenti matritsalarini, kapital mablag`lar oqimi, proporsionallik koeffitsiyenti (matritsasi). Diskret va usluksiz tahlil.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Variant T/r	Tarmoqlar (ishlab chiqaruvchi)	Iste`molchilar			Yakuniy maxsulot hajmi (ming dona)	Yalpi maxsulotnin g hajmi (ming dona)
		1	2	3		

1	1	80	30	160	200	350
	2	70	70	50	100	200
	3	100	100	80	250	400
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	180	200	175		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	300	600	800		
2	1	60	40	100	150	250
	2	50	60	70	100	200
	3	80	80	70	200	300
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	200	180	250		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	400	200	600		
3	1	100	80	60	150	300
	2	90	90	70	140	280
	3	60	80	60	200	350
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	120	180	200		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	400	480	500		
4	1	40	60	100	140	300
	2	60	80	100	120	300
	3	80	100	70	200	400
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	200	200	180		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	300	500	400		
5	1	75	140	100	120	300
	2	80	120	60	100	400
	3	120	80	70	150	500
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	150	150	200		
	Fondlar sig`imi	200	250	300		



	(ming so`m/ming dona)					
6	1	60	80	70	100	400
	2	70	60	80	100	300
	3	90	70	60	200	400
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	100	150	150		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	200	400	500		
7	1	70	90	60	160	400
	2	80	70	50	140	500
	3	80	90	40	200	600
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	200	100	150		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	450	300	350		
8	1	40	40	30	150	280
	2	70	80	80	100	200
	3	120	100	60	200	400
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	200	200	160		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	300	250	350		
9	1	90	70	80	200	400
	2	60	90	40	150	350
	3	70	60	80	180	300
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming dona)	160	200	180		
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	260	350	450		
10	1	50	60	50	150	300
	2	40	30	70	160	340
	3	80	60	40	170	360
	Mexnat sig`imi (ming soat/ming	200	100	150		

	dona)					
	Fondlar sig`imi (ming so`m/ming dona)	240	200	300		

### **Takrorlash uchun savollar**

1. Tarmoqlararo balans usulining mazmuni va uni amaliyotga tadbiqini bilasizmi?
2. Tarmoqlararo balans modellarini qanday turlarini bilasiz?
3. Tarmoqlar bo`yicha ishlab chiqarishning hajmi, yakuniy mahsulot hajmi, to`g`ri, chet va to`la harajat koeffitsiyent lari matritsalarini aniqlash modellari va ularni iqtisodiy mohiyatini bilasizmi?
4. Tarmoqlararo balansning statistik (hisobot) va dinamik (rejali) modellarini turlari, mazmuni, tadbiqi, ahamiyati nimalardan iborat?
5. Tarmoqlararo balansning matritsaviy modeli va uning yordamida yechiladigan masalalarni bilasizmi?
6. Fondlarni o`shishi, kapital mablag`lar oqimi, qo`yilmalar koeffitsiyenti deganda nimalarni tushunasiz?

## **X BOB. DINAMIK DASTURLASHNING AMALIY MASALALARI**

### **10.1-§. Dinamik modellashtirish to`g`risida tushuncha**

1. Dinamik dasturlash optimal yechimni topishning ko`p bosqichli tuzilishdagi masalalarni yechish usulidir. Dinamik dasturlash usullarini har xil turdagi matematik modellarni yechishga qo`llanilishi mumkin.

Chiziqli va chiziqli bo`lmagan dasturlash masalalarida iqtisodiy jarayonlar statik (vaqtga bog`liq bo`lmagan) holda qaraladi va optimal yechim bir bosqichda topiladi.

Iqtisodiy jarayonlar tabiiy holda bir necha bosqichlarga bo`linadi. Masalan, rejalashtirish va boshqarish jarayonlari, bu yerda bosqichlar: 3 yil, 1 yil, kvartal, oy, hafta bo`lishi mumkin. Lekin, bu usullardan vaqt qatnashmagan jarayonlarda ham foydalaniladi. Bu yerda dinamika yechilayotgan masalalarda emas, uning yechish usulidadir.

Shunday qilib, dinamik dasturlash (DD) mavzusi optimal rejalashtirish masalalari bo`lib, bunda dinamika yechimni topishda vaqtning yoki amallar ketma-ketligida ifodalanadi.

DD mohiyati shundan iboratki, masalaning optimal yechimini topish ko`p bosqichli (qadamli) jarayonga keltiriladi. Bu shundan iboratki, optimal yechimni topishda, nisbatan katta bo`lmagan, yechish osonroq bo`lgan bosqichlarga bo`linadi.

DD usullari bilan kapital mablag`larni optimal taqsimlashda zahiralardan (resurslardan) optimal foydalanishda jihozlarni optimal almashtirishda va boshqa ko`p sohalarda foydalaniladi.

DD quyidagi xususiyatlarga ega:

1) DD ko`p bosqichli jarayonning yagona yechimi emas, balki har bir davrga mos keluvchi va yakuniy manfaatni ko`zlovchi yechimlar ketma-ketligi topiladi;

2) DD masalani yechish jarayoni har bir bosqichida yakuniy maqsadni ko`zlovchi yechimni aniklash kerak bo`ladi, ya`ni yechimlar orasida yakuniy maqsadga erishishga maksimal hissa kushuvchi yechim topilishi kerak bo`ladi.

Shunday qilib, ma`lum qadamdagi optimal yechim faqat shu qadam nuqtai nazaridan emas, balki butun jarayonning yakuniy maqsadi nuqtai nazaridan optimal yechim bo`lishi kerak. Bunday prinsip DD ning optimallik prinsipi deb ataladi.

Optimallik prinsipiga amal qilish, har bir qadamda qabul qilingan yechimni kelgusida qanday natijalarga olib kelishini e'tiborga olib borish demakdir.

2. *Resurslarning optimal taqsimoti haqidagi masala.*  $N$  ta  $K_1, K_2, \dots, K_n$  korxonani o'z ichiga olgan birlashma,  $T$  yillik rejasini tuzish masalasi qo'yilgan bo'lsin. Rejalashtirilayotgan  $T$  davrning boshida birlashma  $M$  miqdorda mablag'ga ega bo'lsin. Bu mablag'lar korxonalar o'rtasida taqsimlanadi. Korxonalar ajratilgan mablag'larni to'la yoki qisman ishlatadi va shunga mos ma'lum miqdorda daromad oladi. Keyingi bosqichlarda mablag'lar korxonalararo qayta taqsimlanishi mumkin. Shunday qilib, ushbu masala hosil bo'ladi: korxonalararo mablag'larni Shunday taqsimlash va qayta taqsimlash kerakki, natijada birlashmaning  $T$  yil davomida olgan daromadlar yig'indisi maksimal bo'lsin.

Bunda ishlab chiqarishning boshqariluvchi jarayoni kelib chiqadi va uning rivojlanishiga mablag'lar orqali ta'sir etish mumkinligi yuzaga keladi.

Har yilning boshida birlashmadagi har bir korxonaga ajratilgan mablag' va yechim qabul qilinadi. Bu yechimlar to'plami boshqarish bo'ladi.

$x_{ij}$  bilan  $i$ -yil boshida,  $j$ -korxonaga ajratilgan mablag' miqdori bo'lsin ( $i=1,2,\dots,k, j=1,2,\dots,n$ ). Faraz qilaylik, mablag'  $i$ -bosqichga taqsimlangan, ya'ni biror  $u_i$  boshqarish qabul qilingan bo'lsin. Demak,  $i$ -yil boshida  $K_1$  korxonaga  $x_{i1}$ ,  $K_2$  korxonaga  $x_{i2}$  va hakoza  $K_n$  korxonaga  $x_{in}$  miqdorda mablag'lar ajratilgan bo'lsin. Shunday qilib,  $u_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$  mablag'ning  $i$ -bosqichdagi taqsimotini ifodalaydi.  $k$  bosqichdagi boshqarish majmuasi

$$\begin{cases} u_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}) \\ u_2 = (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ u_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}) \end{cases}$$

$n$  o'lchovli vektorlar sistemasidan iborat bo'ladi.

$Z$  - daromadlar yig'indisi boshqarishlar majmuasi funksiyasi bo'ladi, ya'ni

$$Z = Z(u_1, u_2, \dots, u_k).$$

Demak, har bir bosqichda Shunday yechimni qabul qilish (boshqarish) kerakki, butun korxonalar sistemasi (birlashma) ning daromadlar yig'indisi maksimal bo'lsin.

Umumiy holda DD masalasi quyidagicha bo'ladi. Boshqariladigan  $S$  sistema  $S_0$  boshlang'ich holatda bo'lsin. Vaqt o'tishi bilan sistema o'zgaradi va oxirgi  $Sk$  holatga keladi. Sistemaning o'zgarish jarayoni bilan biror sonli  $Z$  mezon kriteriya bilan bog'liq bo'lsin.

Mumkin bo'lgan boshqarishlar to'plamini  $u$  bilan belgilaylik. Masala,  $u$  mumkin bo'lgan boshqarishlar majmuidan Shunday  $u^*$  ni topish kerakki,  $S$  sistemani  $S_0$  holatdan  $Sk$  yakuniy holatga o'tkazish bilan  $Z(u)$  funksiya optimal  $Z(u^*)$  qiymatni qabul qilsin.

Demak,  $t$  qadamdagi boshqarishni

$$u^t = (u_1^t, u_2^t, \dots, u_n^t)$$

vektor bilan aniqlash mumkin, bu yerda  $u_j^t$  ( $j = \overline{1, n}$ )  $j$  korxonaga uchun qadamning boshida ajratilgan xom ashyo, kapital mablag' va xokazolarning miqdorini bildiradi.

Butun birlashmaning  $T$  davr ichidagi boshqarishni

$$u = (u^1, u^2, \dots, u^T)$$

vektor bilan ifodalash mumkin. Birlashmadagi korxonalar sistemasining rivojlanish dinamikasini ifodalash uchun ularning holati darajasini kursatuvchi

$$X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^T)$$

vektorni kiritamiz, bu yerda  $X_j^t$  ( $t = \overline{1, T}$ )  $t$  qadamning boshida sistemaning moddiy-ashyoviy, moliyaviy holati darajasini kursatuvchi vektor bo'lib, uning komponentlari korxonadagi mehnat resurslari, asosiy fondlar moliyaviy axvol darajasini kursatadi, ya'ni

$$X_i^t = (X_{i1}^t, X_{i2}^t, \dots, X_{il}^t).$$

Demak, boshqarish vektori, sistemaning  $T$  boshidagi holatini kursatuvchi vektordir, ya'ni

$$u^t = u^t(X^{t-1}).$$

Sistemaning boshlang'ich holati  $X^0$  berilgan bo'ladi. Maqsad funksiya sifatida birlashmaning  $T$  davr ichida oladigan daromadlar yig'indisini ifodalovchi

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max.$$

funksiyani kiritamiz. Har bir  $t$  qadamning boshida sistemaning  $X^t$  holat darajasiga va  $u^t$  boshqarish vektoriga ma`lum bir chegaralovchi shartlar qo`yilishi mumkin. Bu shartlar sistemasi to`plamini  $D$  bilan belgilaymiz va uni mumkin bo`lgan boshqarishlar to`plami deb karaymiz.

Shunday qilib, ushbu DD masalasi kelib chiqadi:

$$u^t \in D, \quad (1)$$

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max. \quad (2)$$

(1)-(2) modelga ishlab chiqarishning *dinamik modeli* deb ataladi. Bunga asosan, har bir  $t$  qadamdagi  $u^t$  boshqarishni shunday aniklash kerakki, natijada sistemaning rejalashtirilayotgan davrdagi erishgan daromadlar yig`indisi maksimal bo`lgan.

*DD masalasining umumiy holda qo`yilishi.* Boshqarish mumkin bo`lgan jarayonni karaymiz. Bu jarayonni  $t$  ta ( $t = \overline{1, T}$ ) bosqichga ajratish mumkin bo`lsin. Jarayonning har bir  $t$  bosqichi boshidagi holatini  $x_t$  vektor bilan belgilaymiz:

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}).$$

Jarayon davomida sistemaning holati uzgaradi. Uning  $x_{t-1}$  holatdan  $x_t$  holatga utishiga  $u_t$  boshqarish ta`sir kiladi. Demak,  $x_t$  ni  $x_{t-1}$  va  $u_t$  uzgaruvchilarning funksiyasi sifatida ifodalash mumkin, ya`ni

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t).$$

Bunda,  $u_t$  boshqarishni ixtiyoriy ravishda emas, uni mumkin bo`lgan boshqarishlar to`plamidan, ya`ni

$$u_t \in D_t$$

dan tanlash kerak. Demak, bunday aniklashlarda jarayonning butun karalayotgan davr  $[0, T]$  ichidagi rivojlanishi  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{T-1}$  vektorlar ketma-ketligi orqali aniklanadi ( $X_t \in \overline{X}_t, X_t$  mumkin bo`lgan holatlar to`plami).

Jarayonni boshlangich  $X_0$  holatdan sunggi  $X_T$  holatga utkazuvchi  $u_1, u_2, \dots, u_T$  boshqarishlar ketma-ketligi strategiya deb ataladi. Bunday strategiyalar ichida jarayonni eng yaxshi  $X_T$  holatga utkazuvchi strategiyani tanlash kerak. Buni amalga oshirish uchun

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t)$$

maqsad funksiyani kritamiz, bunda  $Z_t(x_{t-1}, x_t)$  sistemaning  $x_{t-1}$  holatdan  $x_t$  holatga utganda hisoblanadigan va bu holatlarni solishtirishda ishlatiladigan “baholovchi” funksiyadir.

Shunday qilib, DD masalasi umumiy holda quyidagicha qo`yiladi: sistemaning boshlangich holati  $x_0$  ma`lum bo`lganda Shunday

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T)$$

strategiyani tanlash kerakki, u

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t), \quad x_t \in \overline{X}_t, \quad u_t \in D_t, \quad t = \overline{1, T} \quad (3)$$

shartlarni kanoatlantirib

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t) \quad (4)$$

funksiya ekstremal qiymatga ega bo`lsin.

3. *Bellmanning funksional ekstremal tenglamasi.* Birinchi qadamdagi boshqarish  $u_1$  bo`lsin, buning natijasida jarayon  $x_0$  holatdan  $x_1$  holatga o`tadi va  $Z_1(x_0, x_1)$  yutuq (zarar) keltiradi. Ikkinchi qadam  $u_2$  boshqarish jarayoni  $x_1$  holatdan  $x_2$  holatga ko`chiradi va natijada  $Z_2(x_1, x_2)$  yutuq (zarar) keltiradi va hokazo  $k$  - qadamda  $u_k$  boshqarish jarayoni  $x_{k-1}$  holatdan  $x_k$  holatga ko`chadi va  $Z_k(x_{k-1}, x_k)$  yutuq (zarar) keltiradi.

Demak, jarayonni  $x_0$  holatdan  $x_1$  holatga ko`chirish uchun Shunday  $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_T)$  boshqarishni (strategiyani) tanlash kerakki, undagi  $Z_T(x_0, \bar{u})$  yutuq (zarar) maksimal (minimal) bo`lsin, ya`ni

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) \rightarrow \max (\min) ,$$

$$Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T)$$

yig`indi ko`rinishda yozsak, DD masalasi quyidagicha ifodalanadi:

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T) \quad (5)$$

funksiya maksimumga ega bo`ladigan

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T)$$

strategiyani topish kerak. Ushbu belgilashlarni kiritamiz:

$$D_T, D_{T-1, T}, \dots, D_{1, 2, \dots, T} = D$$

bu yerda  $DT$  masalaning oxirgi bosqichidagi aniqlanish sohasi,  $D_{T-1, T}$   $T$  va  $T-1$  bosqichlardagi aniqlanish sohasi,  $D_{1, 2, \dots, T} = D$  berilgan masalaning aniqlanish sohasi bo`lsin.

Maqsadli funksiyaning oxirgi bosqichdagi optimal qiymatini  $f_1(x_{T-1})$  bilan belgilaymiz:

$$f_1(x_{T-1}) = \max (\min) Z_T(x_{T-1}, u_T), \quad u_{T-1} \in D_T. \quad (6)$$

Shuningdek,  $T$  va  $T-1$  qadamdagi shartli optimal qiymatini  $f_2(x_{T-2})$  bilan belgilasak

$$f_2(x_{T-2}) = \max (\min) [Z_{T-1}(x_{T-2}, u_{T-1}) + f_1(x_{T-1})], \quad (7)$$

$$u_{T-2} \in D_{T-1,T}$$

bo`ladi. Xuddi Shunday qilib

$$f_3(x_{T-3}) = \max (\min) [Z_{T-2}(x_{T-3}, u_{T-2}) + f_2(x_{T-2})], \quad (8)$$

$$u_{T-3} \in D_{T-2,T-1,T}$$

.....

$$f_k(x_{T-k}) = \max (\min) [Z_{T-k+1}(x_{T-k}, u_{T-k+1}) + f_{k-1}(x_{T-k+1})], \quad k = \overline{1, T-1}, \quad (9)$$

$$f_T(x_0) = \max (\min) [Z_2(x_0, u_1) + f_{T-1}(x_1)], \quad (10)$$

$$u_1 \in D$$

ega bo`lamiz. (9), (10) ifodalar optimallik prinsipining matematik ifodalanishi bo`lib, ularga Bellman funksional-ekstremal tenglamalari yoki DD ning asosiy funksional tenglamalari deyiladi. DD nazariyasiga amerikalik olim R.Bellman katta hissa qo`shdi. Asosiy funksional-ekstremal tenglamalarni ishlab chiqish, unga tegishlidir.

Funksional-ekstremal tenglamalar yordamida DD ning  $T$  bosqichdagi yechimini  $T-1$  bosqichdagi yechim orqali topiladi. Shuning uchun (9), (10) ifodalarni Bellman *rekurrent munosabatlari* deb ham yuritiladi. Bunda dastlab oxirgi  $T$  qadamdagi  $u_T$  boshqarish topiladi. Bu boshqarish jarayonni  $x_{T-1}$  holatdan  $x_T$  holatga ko`chiradi. Demak,  $u_T$   $x_{T-1}$  ga bog`liq bo`ladi, ya`ni

$$u_T = u_T(x_{T-1}). \quad (11)$$

(11) shartni kanoatlantiruvchi boshqarishni  $T$  bosqichdagi shartli optimal yechim deymiz. Oxirgi ikkita  $T-1$  va  $T$  qadamlardagi masalaning shartli optimal yechimi

$$u_{T-1} = u_{T-1}(x_{T-2})$$

topiladi. So`ngra masalaning oxirgi uchta bosqichdagi shartli optimal yechimi

$$u_{T-2} = u_{T-2}(x_{T-3})$$

aniqlanadi va hokazo. Shunday usul bilan birinchi qadamdagi masalaga yetib boriladi va

$$u_1(x_0), u_2(x_1), \dots, u_{T-1}(x_{T-2}), u_T(x_{T-1})$$



shartli optimal yechimlar ketma-ketligi hosil qilinadi. Keyin bu jarayonni oldingiga nisbatan teskari yo`nalishda, ya`ni birinchi bosqichdan-yakuniy bosqichga tomon yana bir takrorlab, har bir bosqichdagi optimal  $u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*$  boshqarish aniqlanadi.

4. *Dinamik dasturlash usuli.*  $T$  bosqichli masalani yechish jarayonini qaraymiz. Oldin jarayonni teskari yo`nalishda ya`ni  $x_{T-1}$  dan  $x_0$  ga tomon tahlil qilamiz. Buning uchun  $T$  bosqich uchun funksional-ekstremal tenglamani tuzamiz, bu tenglama (6) ko`rinishda bo`ladi.  $T$  bosqichning boshida jarayon  $x_{T-1,1}, x_{T-1,2}, \dots, x_{T-1,k}$  holatlarda bo`lishi mumkin. Sodda uchun butun sonli  $x_{T-1,k} \in \overline{x_{T-1}}$  holatlarni qaraymiz. Bu holatlarning har biri uchun  $T$  bosqichdagi shartli optimal  $u_{T,1}, u_{T,2}, \dots, u_{T,k}$  yechimlar (12) va ularga mos keluvchi

$$Z_{T,1}, Z_{T,2}, \dots, Z_{T,k} \quad (13)$$

daromad (zarar) lar topiladi. (12) yechimlar orasida  $f_1(x_{T-1})$  funksiyaga maksimum (minimum) qiymat beruvchi va  $u^*$  optimal strategiyaning tarkibiga kiruvchi  $u_T^*$  yechim bo`ladi. Shunday qilib, oxirgi qadam optimallasadi, ya`ni bu qadamning boshida jarayon qanday bo`lishidan kat`iy nazar qabul qilinadigan yechim aniqlanadi.

Keyin  $T-1$  o`tiladi. Bu qadam uchun funksional-ekstremal tenglama (7) ko`rinishda bo`ladi. Bu qadamda ham, yukoridagidek har bir mumkin bo`lgan  $x_{T-2,k} \in \overline{x_{T-2}}$  holat uchun mumkin bo`lgan  $u_{T-k,k} \in D_{T-1}$  yechim va unga mos keluvchi  $Z_{T-1,k}$  daromad (zarar) topiladi. Sungra  $Z_{T-1,k} + f_1$  yig`indilarni o`zaro solishtirib, har bir  $x_{T-2,k}$  holatga mos keluvchi yig`indini, shu bilan unga mos keluvchi shartli optimal yechim  $u_{T-1,k}$  topiladi. Bu yechimlar orasida  $f_2(x_{T-2})$  funksiyaga ekstremal qiymat beruvchi va optimal  $u^*$  strategiyaning tarkibiga kiruvchi  $u_{T-1}^*$  yechim bo`ladi.

Bu usulni davom ettirib, jarayonning birinchi qadamiga yetib kelamiz. Bu qadamda jarayon faqat bitta aniq holatda bo`lishi mumkin. Shuning uchun birinchi qadamda oldingi bosqichlarda topilgan barcha shartli optimal yechimlarni nazarga oluvchi va  $x_0$  holatga mos keluvchi optimal yechim topiladi.

Shunday qilib, hamma mumkin bo`lgan holatlar uchun ketma-ket  $f_1, f_2, \dots, f_{T-1}, f_T$  funksiyalarning qiymatlari va turli bosqich va holatlarga tegishli yechimlar, shu jumladan  $u^*$  optimal strategiyaning tarkibiga

kiruvchi optimal  $u_T^*, u_{T-1}^*, \dots, u_1^*$  yechimlar topiladi. Bu yechimlar asosida tuzilgan  $u^*$  strategiya  $f_T(x_0)$  funksiyaga ekstremal qiymat beradi.

Optimal

$$u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_{T-1}^*, u_T^*)$$

strategiyani aniqlash uchun jarayonni to'g'ri yo'nalishda ( $x_0$  dan  $x_{T-1}$  ga tomon) yana bir tekshirib chiqiladi. Bunda, eng avval aniq boshlang'ich  $x_0$  holatdan va topilgan  $f_T(x_0)$  funksiyaning qiymatidan foydalanib,  $u_1^*$  topiladi. Keyin  $u_1^*$  va  $f_{T-1}(x_1)$  orqali  $u_2^*$  topiladi va hokazo. Eng oxirida  $u_{T-1}^*$  va  $f_{T-1}(x_{T-1})$  orqali  $u_T^*$  topiladi.

5. Dinamik dasturlash usullari bilan yechiladigan iqtisodiy masalalar. 1) Samolyot yoqilg'isi harajatining minimumini topish masalasi [7, 238 bet].  $N_0$  balandlikda va  $V_0$  tezlik bilan harakatlanayotgan samolyot  $Nk$  balandlikka ko'tarilib,  $Vk$  tezlikka ega bo'lishi kerak bo'lsin.

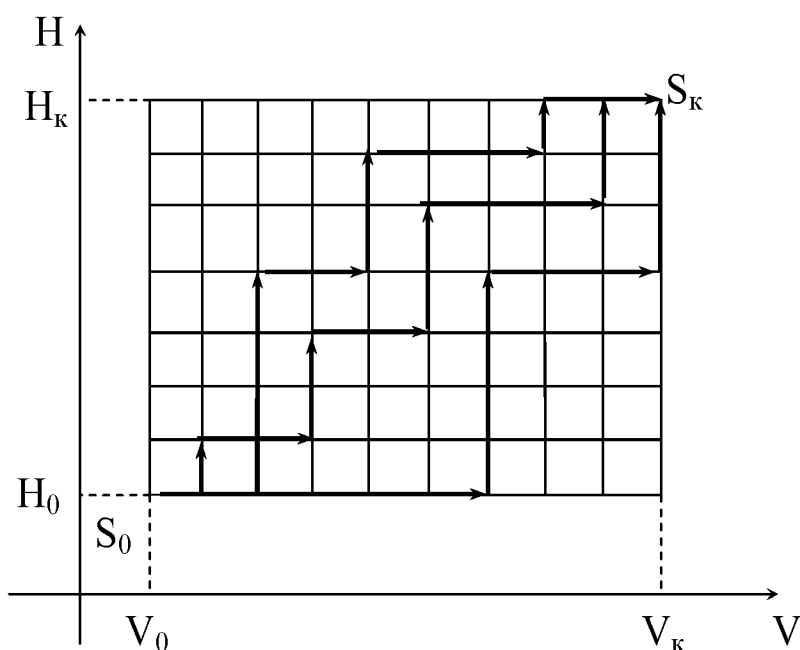
Samolyotning biror  $N_1$  balandlikdan  $N_2$  balandlikka o'tishi uchun ketadigan yoqilg'i harajati ma'lum, bunda tezlik o'zgarmas, hamda  $V_1$  tezlikdan ixtiyoriy  $V_2$  tezlikka utishi uchun ham ketadigan yoqilg'i harajati ma'lum, bu holda balandlik o'zgarmas.

Samolyotni boshqarishning Shunday optimal rejasini tuzish kerakki, yoqilg'i uchun ketgan harajat minimal bo'lsin.

Yechish.  $S$  sistemaning holati ikkita parametrga:  $V$  tezlik va  $N$  balandlikka bog'liq. Sistemani  $VOH$  koordinatlar tekisligida ifodalash mumkin.  $V=V_0$ ,  $V=Vk$  va  $N=N_0$ ,  $N=Nk$  chiziklar bilan chegaralangan to'g'ri to'rtburchakni qaraymiz.

$S_0(V_0, H_0)$  sistemaning boshlang'ich  $S_k(Vk, Hk)$  uning yakuniy holati bo'lsin. masala yechimini DD usuli bilan yechish uchun  $Nk-N_0$  kesmani,  $n_1$ ,  $(Vk, V_0)$  kesmani  $n_2$  teng bo'laklarga ajratamiz. Har bir bosqichda samolyot yoki  $\Delta H = \frac{H_k - H_0}{n_1}$  balandlikka, yoki  $\Delta V = \frac{V_k - V_0}{n_2}$  tezlikka ega bo'lishi mumkin. Ma'lumki, yechimlar siniq chiziqlar to'plamidan iborat bo'ladi.

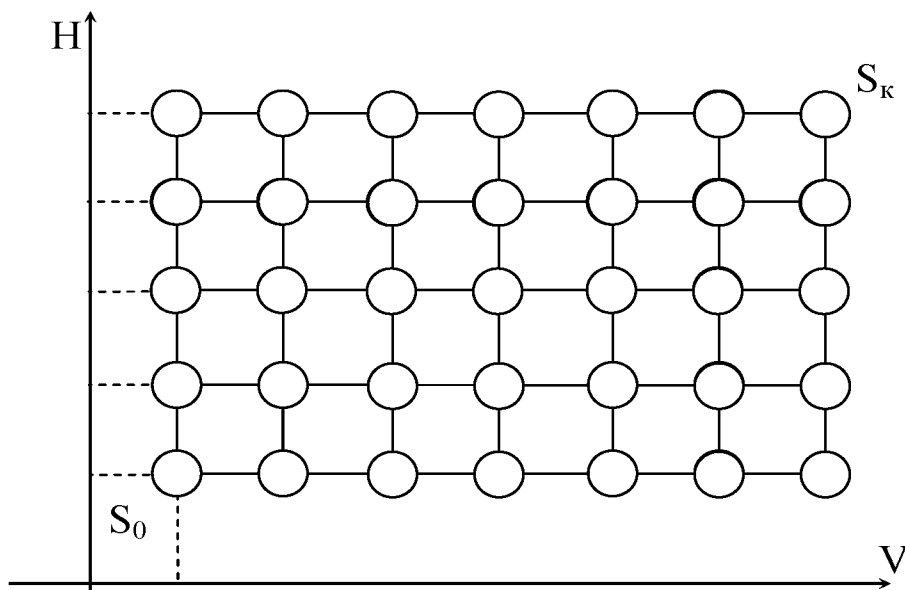
Maqsad shundan iboratki siniq chiziqlar to'plamidan Shundayini tanlash



10.1.1-chizma

kerakki,  $V$  yoqilg'i sarfi minimum bo'lsin. Bunday masalani yechishda hamma siniq chiziqlar bo'yicha sarflarni hisoblab, ulardan eng kichigini olish mumkin. Lekin  $n_1$  va  $n_2$  lar katta bo'lganda, bu hisoblashlar katta murakkablikka olib keladi. Kompyuterning ham katta vaqtini oladi.

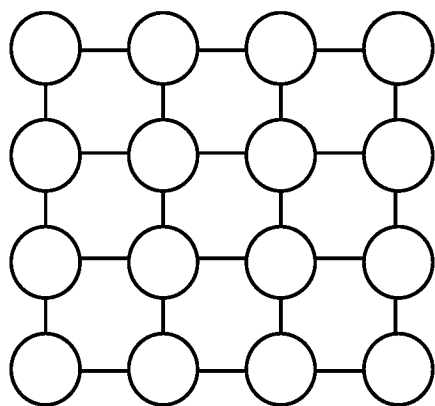
Bunday masalalar DD usullari yordamida tezroq va oddiy yechiladi. Quyidagi muayyan masalani karaymiz: Masala sharti 2-chizmada berilgan.



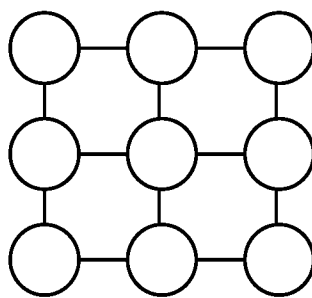
10.1.2-chizma.

$n_1=4, n_2=6, k=4+6=10$  bosqichdan iborat.

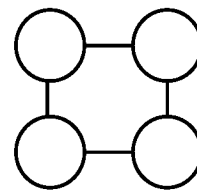
Optimallashtirishni  $S_{10}$  oxirgi bosqichdan boshlaymiz. Buni aloxida olib karaymiz.



10.1.3-chizma



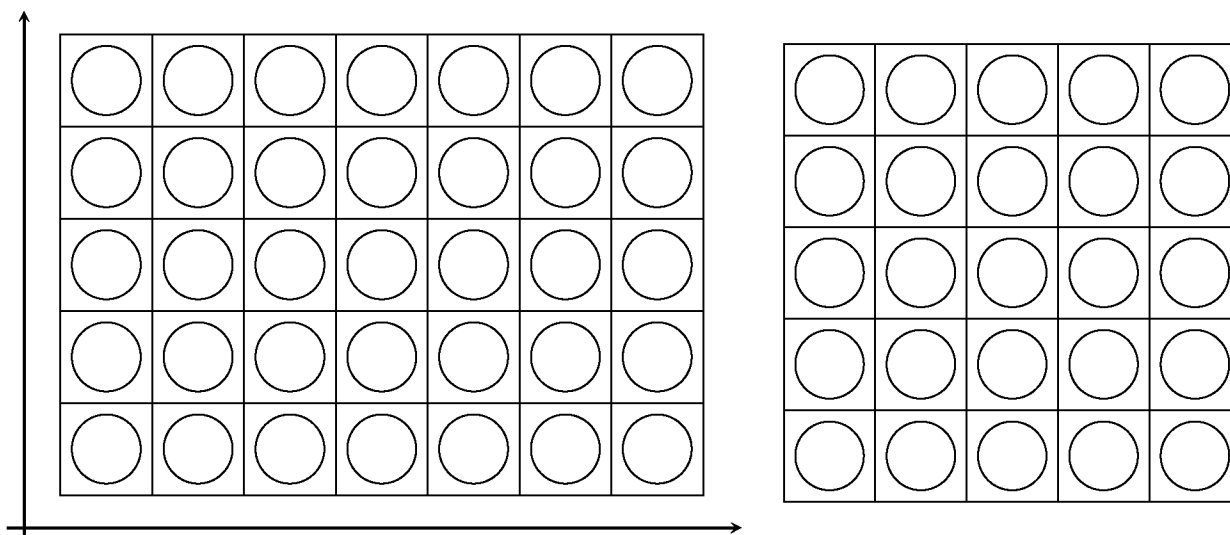
10.1.4-chizma



10.1.5-chizma

$S_{10}$  holatga  $A_1$  va  $A_2$  nuqtalarning bittasi orqali kelish mumkin. Oxirgi qadamda samolyot  $A_1$  ga kelgan bo`lsa  $S_{10}$  holatga utish uchun u faqat tezlikni oshiradi va bunga 8 birlik yoqilg`i ketadi. Samolyot  $A_2$  nuqtaga kelgan bo`lsa, balandlikni oshirib, 11 birlik yoqilg`i sarflab  $S_{10}$  holatga keladi. Shartli optimal boshqarishni milli chiziq (strelka) bilan belgilab qo`yamiz (3-chizma). Shunday qilib oxirgi qadam rejalashtirildi. Endi 9-qadamga o`tamiz. Bunda  $A_1$  va  $A_2$  nuqtalarga keladigan hamma hollarni qaraymiz. Bu nuqtalarga  $V_1$ ,  $V_2$  va  $V_3$  holatlardan kelishi mumkin (4-chizma).  $V_1$  nuqtadan tanlash yo`q, ya`ni samolyot bu nuqtada bo`lsa, faqat tezlikni oshiradi va  $9+8$  birlik yoqilg`i sarflab  $S_{10}$  nuqtaga keladi.  $V_2$  nuqtadan  $S_{10}$  ga  $A_1$  yoki  $A_2$  nuqtalar orqali o`tish mumkin. Bunda  $A_1$  orqali kelsa  $10-8=18$ ,  $A_2$  orqali kelsa, 24 birlik yoqilg`i sarflaydi, bundan kichigini tanlab, strelka qo`yamiz. 8-qadamda  $S_{10}$  holatga  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  nuqtalar orqali kelish mumkin, bunda  $S_1$ ,  $S_4$  nuqtalardan kelishda tanlash yo`q.  $S_2$  nuqtadan o`tishda  $8+10+7=25$ ,  $8+9+8=25$  ikki holatda ham 25 birlik yoqilg`i sarflanadi.  $S_3$  nuqtadan kelsa  $8+10+10=28$  yoki  $11+13+10=34$ ,  $12+11+11=34$  bo`lib, eng kichigi 28 birlik yoqilg`i sarflanadi. Har bir nuqta orqali  $S_{10}$  ga o`tishda sarflarning eng kichigini doiralarga yozib qo`yamiz (5-chizma). Endi 7-qadamga o`tamiz va hokazo (6-chizma).

Bu jarayonni davom ettirib,  $S_0$  holatga kelamiz va minimum sarf 88 birlik yoqilg`i sarf bo`ladi. 7-chizmadan ko`rinadiki, optimal boshqarish



yagona bo`lmasligi ham mumkin. Chizmada bu rejalar qalinroq chiziq bilan ko`rsatilgan.

10.1.6-chizma.

10.1.7-chizma.

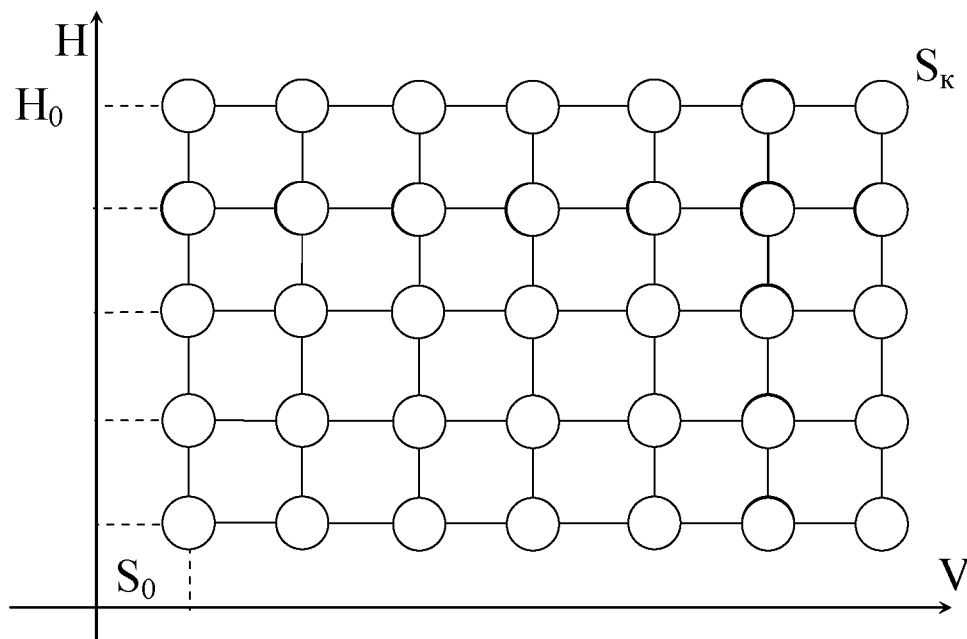
Shunday qilib, optimal boshqarish rejasi quyidagicha bo`ladi: 1-qadamda tezlikni, 2-qadamda balandlikni, 3-qadamda tezlikni, 4-qadamda yana tezlikni, 5-qadamda ham tezlikni, 6-8 qadamlarda balandlikni 9-10 qadamlarda tezlikni oshirib  $S_{10}$  holatga kelish mumkin. 8-qadamda balandlikni oshirmasdan tezlikni, 9-qadamda balandlikni va 10-qadamda tezlikni oshirib ham  $S_{10}$  holatga kelish mumkin. Ikkala holda ham minimum harajat 88 yoqilg`i birligi bo`ladi.

Qaralgan masalada, bir vaqtning o`zida tezlik va balandlikni ham oshirish hisobiga olinmaganligi uchun masalani yechish oddiylashdi. Birdaniga tezlikni va balandlikni oshirilsa, harakat diagonal bo`yicha bo`ladi. Bu holda tanlash ko`payadi yechish mazmuni oldingiga o`xshash bo`ladi. Bunga misol qilib 8-chizmadagi masalani ko`rsatish mumkin.

2) Endi Bellman funksional-ekstremal tenglamalari usuli tatbiqi sifatida iqtisodiyotga oid ushbu resurslarni optimal taqsimlash masalasini qaraymiz:  $x$  miqdordagi mablag`ni, ikkita bir xil bo`lmagan korxonalar rivojiga sarflash kerak bo`lsin.

Birinchi korxonaga  $u$  miqdorda mablag` sarflansa, ikkinchisiga  $x-u$  mablag` sarflanadi va mos ravishda  $g(y)$  va  $h(x-y)$  foyda oladi.  $y$  - miqdorni Shunday tanlash kerakki, umumiy  $V$  foyda maksimal bo`lsin. Bu masalani analitik usulda

$$W_1(x, y) = g(y) + h(x - y) \quad (1)$$



10.1.8-chizma

funksiyaning  $y \in [0, x]$  uchun maksimum qiymatini topishga keltiriladi.

$g$  va  $h$ ,  $x \geq 0$  qiymatlar uchun uzluksiz funksiyalar bo'lsa, (1) funksiya maksimum qiymatga albatta, ega bo'ladi. Demak,  $V_1(x, y)$  funksiyaning maksimal qiymati bir bosqichli jarayonning mumkin bo'lgan maksimal qiymatini ifodalaydi. Bunda foydaning o'lchov birligi,  $x$  - mablag'ning o'lchov birligidan farq qilishi mumkin (masalan,  $x$  pul birligi,  $g(y)$  esa  $u$  mablag'ga sotib olingan uskunalarni o'rnatish bilan inson mehnati iqtisodi bo'lishi mumkin).

Ikki bosqichli jarayonni qaraymiz. Faraz qilaylik,  $g(y)$  foyda olish uchun zarur bo'lgan harajat, boshlang'ich miqdori  $ay$  miqdorgacha kamaysin, bunda  $0 \leq a < 1$  o'zgarmas son. Shunga uxshash  $h(x-y)$  miqdorda foyda olish uchun zarur bo'lgan harajat miqdori boshlang'ich  $(x-u)$  mablag' miqdori  $b(x-y)$  gacha  $0 \leq b < 1$  kamayadi. Shunday qilib, jarayonning bir bosqichi natijasida mablag' qoldig'i

$$ay + b(x - y)$$

ni tashkil etadi.  $ay + b(x - y)$  qolgan mablag'ni qayta taqsimlaymiz,

$$x_1 = y_1 + (x_1 - y_1)$$

bunda  $0 \leq y_1 \leq x_1$ . Bu taqsimlash natijasida  $g(y_1) + h(x_1 - y_1)$  daromad olinadi. Umumiy daromad

$$W_2(x, y, y_1) = g(y) + h(x - y) + g(y_1) + h(x_1 - y_1)$$



rekurrent formula kelib chiqadi, bu yerda  $N \geq 2$ .  $f_1(x)$  funksiya qiymatini (4) formula yordamida hisoblab, (5) ga asosan  $f_2(x)$  ni aniqlaymiz.

Funksional-ekstremal tenglamalar usulini qo'llash bilan  $N$  o'lchovli masalani ketma-ket yechiladigan  $N$  ta bir o'lchovli masalaga keltiriladi.

Shunday qilib, umumiy holda

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y_N \leq x} [g_N(y) + f_{N-1}(x - y_N)] \quad (7)$$

funksional tenglamaga ega bo'lamiz, bunda  $f$  jarayonning maqsadi kriteriyasi daromad foyda va boshqalar);  $N$  - bosqichlar soni;  $x$  -  $N$  sistemaning holatini harakterlovchi o'zgaruvchi;  $f_N(x)$  - kriteriyaning natijaviy qiymati;  $y_N$  - boshqaruvchi o'zgaruvchi, uning tanlanishiga qarab kriteriyaning natijaviy qiymati o'zgaradi;  $g_N(y_N)$  kriteriyaning  $N$  bosqichda  $y_N$  ning optimal tanlanishiga qarab ( $0 \leq y_N \leq x$ ) topilgan qiymati;  $f_{N-1}(x - y_N)$  -  $(N-1)$  bosqichdagi kriteriyaning natijaviy qiymati.

$N$  bosqichda  $y_N = y_N^*$  optimal boshqarish tanlangan bo'lsin.  $(N-1)$  bosqichdagi holat ushbu tenglama bilan ifodalanadi:

$$f_{N-1}(x - y_N^*) = \max_{0 \leq y_{N-1} \leq x - y_N^*} [g_{N-1}(y_{N-1}) + f_{N-2}(x - y_N^* - y_{N-1})]. \quad (8)$$

Endi bu funksional-ekstremal tenglamalar usuliga sonli misol qaraymiz.

Ma'lumki, resurslardan olinadigan umumiy (jami) daromad, mablag'ning boshlang'ich miqdori  $x$  va  $N$  bosqichlar soniga bog'liq.  $x$  mablag'ni  $u$  va  $x-u$  miqdorlarda taqsimlash natijasida  $k$  - yilda  $g_k(x, y)$  daromad olinib,  $r_k(x, y)$  mablag' qoldig'i qoldi, deylik. Shunday boshqarishni tanlash zarurki,  $N$  - bosqichli jarayonda olinadigan umumiy daromad maksimum bo'lsin.  $g_k(x, y)$  va  $r_k(x, y)$  funksiyalar uzluksiz bo'lsin, bu yerda  $x \geq 0, 0 \leq y \leq x, 0 \leq r_k(x, y) \leq ax, a \leq 1, k = 1, 2, \dots$ .  $f_{kN}(x)$  -  $N$  bosqichli jarayonning umumiy daromadi. Bir bosqichli, ya'ni  $N=1$  uchun

$$f_{k1}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_k(x, y)$$

$N \geq 2$  bo'lganda

$$f_{kN}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1, N-1}[r_k(x, y)]\}$$

bo'ladi.  $k=N$  uchun

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_N(x, y), \quad (9)$$

va  $k = N-1, N-2, \dots, 2, 1$  uchun



$$f_k(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1}[r_k(x, y)]\}. \quad (10)$$

Misol. Ikkita I va II tarmoqlarni rivojlantirish uchun 5 yilga  $x$  mablag` ajratilgan. U miqdordagi mablag`ni I tarmoqqa sarflasak, bir yilda  $\varphi(y) = y^2$  daromad olish mumkin va uning miqdori  $\phi(y) = 0,75y$  ga kamayadi.  $(x-u)$  miqdordagi mablag`ni II tarmoqqa sarflab, bir yilda  $\xi(x-y) = 2(x-y)^2$  daromad olish mumkin va u  $\rho(x-y) = 0,3(x-y)$  ga kamayadi.

Ajratilgan mablag`ni rejalashtirilayotgan davrga tarmoqlararo Shunday taqsimlash kerakki, olinadigan umumiy daromad maksimal bo`lsin.

Yechish. rejalashtiriladigan 5 yilni, 5 ta bosqichga ajratamiz, ya`ni  $N=5, K=1, 2, 3, 4, 5$  bo`lsin.

Optimal yechimni aniqlashni 5 bosqichidan boshlaymiz, bu bosqich boshida  $x_4$  qolgan mablag`ni taqsimlash kerak bo`ladi. Bunga mos  $u_5$  ning optimal qiymatini topish kerak. (9) tenglamalar tarkibidagi ifodani tuzamiz:

$$g_5(x_4, y_5) = \varphi(y_5) + \xi(x_4 - y_5) = y_5^2 + (x_4 - y_5)^2;$$

$$-f_5(x_4) = \max_{0 \leq y_5 \leq x_4} [y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2].$$

$y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2$  funksiyaning  $0 \leq y_5 \leq x_4$  oraliqdagi maksimum qiymatini topaylik. Zaruriy shartga asosan,  $2y_5 - 4(x_4 - y_5) = 0$  bundan  $y_5 = \frac{2}{3}x_4$ .

Ikkinchi tartibli hosilani topamiz:

$$g_5''(x_4, y_5) = 2 + 4 > 0; \quad y_5 = \frac{2}{3}x_4$$

minimum nuqtasi bo`lib,  $g_5(x_4, \frac{2}{3}x_4) = \frac{2}{3}x_4^2$ . Funksiyaning  $[0, x_4]$

kesmaning chetki nuqtalaridagi qiymatini hisoblaymiz:

$$y_5 = 0 \text{ bo`lganda, } g_5(x_4, y_5) = 2x_4^2$$

$$y_5 = 4 \text{ bo`lganda, } g_5(x_4, y_5) = x_4^2$$

$2x_4^2 > x_4^2 > \frac{2}{3}x_4^2$  bo`lganligi uchun  $g_5(x_4, y_5)$  funksiya  $[0, x_4]$  kesmada  $u=0$  bo`lganda eng katta qiymatga ega bo`lib,  $u_5=0$  bo`lganda  $f_5(x_4) = 2x_4$ .

Shunday qilib, oxirgi bosqich boshidagi qolgan mablag`ni II tarmoqqa sarflansa, eng katta daromad olinadi.

(10) tenglamadan foydalanib 4, 3, 2, I bosqichlardagi mablag`larni ketma-ket taqsimlashning optimal qiymatini topiladi:

4-bosqich uchun

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{g_4(x_3, y_4) + f_5(x_4)\} = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4) + 2x_4^2\}$$

bo`lib, bunda  $x_3$  4-bosqich boshidagi qolgan mablag`, 4-bosqichda I tarmoq uchun  $u_4$  mablag` sarflansa,  $(x_3 - u_4)$  II tarmoqqa sarflanadi, ya`ni

$$x_4 = 0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4).$$

$x_4$  ning  $x_3, u_4$  orqali ifodasini tenglamaga qo`yib

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2\}$$

4-bosqich tenglamasi hosil bo`ladi. Qavs ichidagi ifodaning

$$Z_4 = y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2$$

$[0, x_3]$  kesmadagi eng katta qiymatini hisoblaymiz:

$$\frac{\partial Z_4}{\partial y_4} = 2y_4 - 4(x_3 - y_4) + 4[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)](0,75 - 0,3);$$

$$6,81y_4 - 3,46x_3 = 0, \quad y_4 \approx 0,5x_3;$$

$$\frac{\partial^2 Z_4}{\partial y_4^2} = 6,81 > 0; \quad Z_4(0,5x_3) \approx 1,3x_3.$$

Demak,  $u_4 = 0,5x_3$  minimum nuqtasi bo`ladi.  $Z_4$  funksiyaning  $[0, x_3]$  kesmaning chetki nuqtalaridagi qiymatini hisoblaymiz.

$$u_4 = 0 \text{ bo`lganda, } Z_4 = 2,18x_3^2,$$

$$u_4 = x_3 \text{ bo`lganda, } Z_4 = 2,125x_3^2,$$

$2,18x_3^2 > 2,125x_3^2 > 1,3x_3^2$  bo`lganligi uchun  $Z_4$  funksiya  $[0, x_3]$  kesmada  $u_4 = 0$  bo`lganda eng katta  $Z_4 = 2,18x_3^2$  qiymatga ega bo`ladi. Shunday qilib, 4-bosqich bo`shda qolgan hamma mablag`ni II tarmoqqa sarflansa eng katta daromadga ega bo`ladi.

3-bosqich uchun funksional tenglamani yozamiz:

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{g_3(x_2, y_3) + f_4(x_3)\} = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{y_3^2 + 2(x_2 - y_3) + 2,18x_3^2\},$$

bu yerda  $x_2$  - 3-bosqich boshidagi qoldiq mablag` bo`lib, uning  $u_3$  qismini I tarmoqqa sarflasak, II tarmoqqa  $x_2 - u_3$  qismi sarflanadi, ya`ni

$$x_3 = 0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3).$$

Bu bosqich tenglamasida  $x_3$  ni  $x_2$  va  $u_3$  orqali ifodasi bilan almashtirsak

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \left\{ y_3^2 + 2(x_2 - y_3)^2 + 2,18[0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3)]^2 \right\}$$

hosil bo`ladi. Bu funksiyaning  $[0, x_2]$  kesmadagi eng katta qiymati  $u_3=x_2$  nuqtada bo`lib,  $f_3(x_2) = 2,23x_2^2$  bo`ladi. Xuddi 5, 4, 3 bosqichlardagidek 2 bosqich uchun

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \left\{ y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23x_2^2 \right\}$$

tenglamani hosil qilib

$$x_2 = 0,75y_1 + 0,3(x_1 - y_2)$$

ni bu tenglamaga qo`ysak

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \left\{ y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23[0,75y_2 + 0,3(x_1 - y_2)]^2 \right\}$$

tenglama hosil bo`ladi. Bu funksiyaning  $[0, x_1]$  kesmadagi eng katta qiymati  $u_2=x_1$  nuqtada bo`lib,  $f_2(x_1) = 2,25x_1^2$  bo`ladi. Endi birinchi bosqich uchun funksional tenglamani tuzamiz:

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \left\{ y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25x^2 \right\}$$

yoki

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \left\{ y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25[0,75y_1 + 0,3(x - y_1)]^2 \right\}.$$

Oxirgi funksiyaning  $[0, x]$  kesmadagi eng katta qiymati  $u_1=x$  nuqtada bo`lib,  $f_1(x) = 2,27x^2$  bo`ladi. Demak, birinchi bosqichda eng katta daromadga erishish uchun hamma mablag`ni I tarmoqqa sarflash kerak ekan.

Shunday qilib, eng katta daromad olish uchun ajratilgan mablag`ni birinchi uch yilda hamma mablag`ni I tarmoqqa, keyingi 2 yilda kolgan mablag`ni II tarmoqqa taqsimlash kerak bo`ladi. Demak, birinchi yil boshida hamma mablag`ni I tarmoqqa qo`yiladi va u yil oxirida  $0,75x$  gacha kamayadi. Qolgan  $0,75x$  mablag`ni 2-yil boshida yana I tarmoqqa qo`yiladi va yil oxirida  $0,75 \cdot 0,75 = 0,56x$  gacha kamayadi. Uchinchi yil boshida  $0,56x$  mablag`ni yana I tarmoqqa qo`yiladi hamda yil oxirida  $0,75 \cdot 0,56 = 0,42x$  gacha kamayadi. 4-yil boshida  $0,42x$  mablag`ni II tarmoqqa qo`yiladi va yil oxirida  $0,3 \cdot 0,42x = 0,126x$  gacha kamayadi. 5-yil boshida  $0,126x$  mablag`ni II tarmoqqa qo`yiladi va u yil oxirida  $0,3 \cdot 0,126x = 0,038x$  bo`ladi. Bunday taqsimlash bilan 5 yilda optimal daromad  $f(x) = 2,27x^2$  bo`ladi.

## Tayanch iboralar

Dinamik dasturlash, ko'p bosqichli tuzilish, optimallik prinsipi (qoidasi), resurslarning optimal taqsimoti, boshqariluvchi jarayon, sistemaning holati, ishlab chiqarishning dinamik modeli, boshqarish strategiyasi, Bellman funksional ekstremal tenglamasi, optimallik prinsipining matematik modeli, rekurrent munosabatlar, dinamik dasturlash usuli, shartli optimal yechim, DD usuli bilan yechiladigan iqtisodiyot masalalari, Bellman funksional-ekstremal tenglamalari bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalar.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Ishlab chiqarish korxonalari o'rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o'sish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	30	50	40	35	45
200	50	80	50	60	75
300	90	90	110	95	105
400	110	150	140	145	155
500	170	190	180	175	185
600	180	210	220	230	225
700	210	220	240	235	225

2. Ishlab chiqarish korxonalari o'rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o'sish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
200	50	80	50	60	75
400	110	150	140	145	155
600	180	210	220	230	225

3. Ishlab chiqarish korxonalari o'rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o'sish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	30	50	40	35	45
200	90	90	110	95	105
300	170	190	180	175	185
400	210	220	240	235	225

4. Ishlab chiqarish korxonalari o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	35	55	45	40	50
200	55	85	55	65	70
300	85	95	105	100	115
400	120	145	155	140	150
500	175	195	185	170	180
600	180	215	225	235	230
700	215	225	235	240	230

5. Ishlab chiqarish korxonalari o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	35	55	45	40	50
200	85	95	105	100	115
300	175	195	185	170	180
400	215	225	235	240	230

6. Ishlab chiqarish korxonalari o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
200	55	85	55	65	70
400	120	145	155	140	150
600	180	215	225	235	230

7. Ishlab chiqarish korxonalari o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
50	30	32	36	28	38
100	55	60	48	46	52
150	85	72	66	70	75
200	110	105	90	95	98
250	160	155	148	162	168
300	175	190	182	176	195
350	210	220	235	230	232

8. Ishlab chiqarish korxonalari o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
50	30	32	36	28	38
100	85	72	66	70	75
150	160	155	148	162	168
200	210	220	235	230	232

9. Ishlab chiqarish korxonalarini o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	55	60	48	46	52
200	110	105	90	95	98
300	175	190	182	176	195
400	235	238	245	236	242

10. Ishlab chiqarish korxonalarini o`rtasida investitsiyalarni maksimal foyda olish maqsadida optimal taqsimotini toping:

Taqsimlangan kapital $X_i$	Ishlab chiqarishdagi o`shirish $f_i(X_i)$ kiritilayotgan investitsiyalar hajmiga nisbatan(mln.so`m)				
	Tashkilot 1	Tashkilot 2	Tashkilot 3	Tashkilot 4	Tashkilot 5
0	0	0	0	0	0
100	36	46	52	48	42
200	58	62	55	60	72
300	88	92	100	98	105
400	110	114	130	122	128
500	168	176	162	164	158
600	198	210	218	230	232
700	210	224	246	238	228

### Takrorlash uchun savollar

1. Dinamik dasturlash qanday usul?
2. Dinamik dasturlash bilan qanday masalalar yechiladi?
3. Iqtisodiyotda bosqich deb nimalarni olish mumkin?
4. Dinamik faqat vaqtga bog`liqmi?
5. Dinamik dasturlashda dinamika nimada ifodalanadi?
6. Dinamik dasturlashning mohiyati nimada?
7. Dinamik dasturlash usullari bilan qanday masalalarni yechish mumkin?
8. Dinamik dasturlash qanday xususiyatlarga ega?
9. Optimallik prinsipi nima?
10. Resurslarning optimal taqsimoti masalasi nimadan iborat?
11. Ishlab chiqarishning boshqarilishiini nimadan iborat deb bilasiz?

12. DD masalasi umumiy holda qanday qo`yiladi?
13. Strategiya nima?
14. Bellman funksional-ekstremal tenglamasi nimadan iborat?
15. Bellman rekurrent munosabatlari nima?
16. Rekurrent munosabatlarda yechim nimadan boshlab topiladi?
17. Dinamik dasturlash usuli nimadan iborat?
18. Shartli optimal yechim nima?
19. DD usullari bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalarga misollar keltiring.
20. Bellman funksional-ekstremal tenglamalari usuli bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalarga misollarkeltiring.
21. Resurslarni optimal taqsimlashda Bellman funksional tenglamalaridan foydalansa bo`ladimi?

## XI BOB. KORRELYATSION-REGRESSION TAXLIL MODELLARI

### 11.1-§. Ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarda bog'liklar turlarini o'rganish. Chiziqsiz regressiya

Ikki  $y$  va  $x$  o'zgaruvchilar orasidagi regressiya juft (oddiy) omilli regressiya deyiladi, u  $y = f(x)$  ko'rinishga ega bo'ladi.

bu yerda:  $y$  –natijaviy belgi (erksiz o'zgaruvchi);  $x$  –omil belgi (erкли o'zgaruvchi).

Regressiya chizikli va chiziqsiz (chizikli bo'lmagan) regressiyalarga ajratiladi.

Chizikli regressiya quyidagi ko'rinishga ega:  $y = a + b \cdot x + \varepsilon$ .

Chiziqsiz regressiya ikki sinfga bo'linadi.

Erкли o'zgaruvchilarga nisbatan chizikli bo'lmagan regressiyalar:

-turli darajadagi polinomlar  $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon$ ;

-giperbolalar  $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$ .

Baholanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqsiz regressiyalar:

-darajali funktsiya  $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$ ;

-ko'rsatkichli funktsiya  $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$ ;

-eksponentsial funktsiya  $y = e^{a+b \cdot x} \cdot \varepsilon$ .

Parametrlari bo'yicha regressiya parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli(EKKU) qo'llaniladi. EKKU parametrlarning shunday qiymatlarini topish imkonini beradiki, shu topilgan qiymatlarda  $y$  belgining haqiqiy qiymatlaridan uning nazariy qiymatlari  $\hat{y}_x$  orasidagi farqlarni kvadratlarining yig'indisi eng kichik(minimal) qiymatni beradi, ya'ni

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 \Rightarrow \min.$$

Chizikli va chizikli holatga keltiriladigan tenglamalar uchun quyidagi tenglamalar sistemasi  $a$  va  $b$  parametrlarga nisbatan echiladi:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

Yoki bo'lmasa tenglamalar sistemasidan kelib chiqadigan tayyor formulalardan foydalanish mumkin

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}.$$



O`rganilayotgan xodisa va jarayonlarda o`zgaruvchilar orasidagi bog`lanish zichligi(yoki kuchi)ni  $r_{xy}$  – chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti orqali baholanadi.

Chiziqli regressiya uchun korrelyatsiya koeffitsienti ( $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ ):

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya indeksi ( $0 \leq \rho_{xy} \leq 1$ ):

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}.$$

Bu yerda  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}}$ ,  $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y})^2}{n}}$ ,  $\sigma_{qol} = \sqrt{\frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{n - m - 1}}$ .

Tuzilgan modellar sifatini baholash approksimatsiyaning o`rtacha xatoligini hamda determinatsiya keffitsienti qo`llab amalga oshiriladi.

Approksimatsiyaning o`rtacha xatoligi – natijaviy belgini hisoblangan qiymatlariniyu haqiqiy qiymatlaridan o`rtacha og`ishi:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\%,$$

$\bar{A}$  ning mumkin bo`lgan qiymatlari 10 %dan katta bo`lmasligi kerak.

Regressiya tenglamasining sifatini baholashning *F-test* – usuli.

Bu usulda regressiya tenglamasi va bog`lanish zichligi ko`rsatkichini statistik ma`nodor emasligi haqidagi  $H_0$  gipotezani tekshirishdan iborat. Buning uchun haqiqiy( $F_{haq}$ ) va Fisher F-kriteriyasining tablitsa( $F_{jadv}$ ) qiymatlari taqqoslanadi.  $F_{haq}$  quyidagicha topiladi:

$$F_{haq} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \frac{n - m - 1}{m},$$

bu yerda  $n$ -kuzatuvlar soni,  $m$ -erkli o`zgaruvchilar soni.

$F_{jadv}$  –berilgan erkinlik darajasi va  $\alpha$  ma`nodorlik darajasida tasodifiy faktorlar ta`sirida kriteriyaning bo`lishi mumkin bo`lgan eng katta(maksimal) qiymati.  $\alpha$  –ma`nodorlik darajasi, bu  $y$  teng bo`lgan qiymatda to`g`ri gipotezani inkor etish ehtimolligi. Odatda  $\alpha$  0,05 yoki 0,01ga teng deb olinadi.

Agar  $F_{jadv} < F_{haq}$  shart bajarilsa baholanayotgan regressiya tenglamasida omillarning tasodifiyligi haqidagi  $H_0$  gipoteza rad etiladi hamda regressiya statistik ma`noga egaligi va ishonchliligi tan olinadi. Agar  $F_{jadv} > F_{haq}$  shart o`rinli bo`lsa  $H_0$  gipoteza rad etilmaydi va

regressiya tenglamasining statistik ma'noga ega emasligi, ishonchli emasligi tan olinadi.

Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining statistik ma'nodorligini baholash uchun Styudent t-kriteriyasi va har bir ko'rsatkichning ishonch intervallari hisoblanadi. Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining ma'nodorligini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash ularning qiymatlarini tasodifiy xatolarining qiymatlari bilan taqqoslash orqali amalga oshiriladi: ya'ni,

$$t_a = \frac{a}{m_a}; \quad t_b = \frac{b}{m_b}; \quad t_r = \frac{r}{m_r}.$$

Chiziqli regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsientlarining tasodifiy xatolari quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$m_a = \sigma_{qol} \frac{\sqrt{\sum x^2}}{n \cdot \sigma_x}, \quad m_b = \frac{\sigma_{qol}}{\sigma_x \cdot \sqrt{n}}, \quad m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}.$$

t-statistikada jadval ( $t_{jadv}$ ) va haqiqiy ( $t_{haq}$ ) qiymatlarni taqqoslab  $H_0$  gipotezani qabul qilinadi yoki rad etiladi.

Fisher F-kriteriyasi va Styudent t-kriteriyasi orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$t_r^2 = t_b^2 = \sqrt{F}.$$

Agar  $t_{jadv} < t_{haq}$  shart bajarilsa  $H_0$  gipoteza rad etiladi, ya'ni  $a$ ,  $b$  va  $r_{xy}$  noldan tasodifiy farq qilmaydi va ular  $x$  omilning tizimli ta'sirida yuzaga kelgan. Agar  $t_{jadv} > t_{haq}$  shart o'rinli bo'lsa, u holda  $H_0$  gipoteza rad etilmaydi va  $a$ ,  $b$  va  $r_{xy}$  lar tasodifiyligi tan olinadi.

Har bir parametr shonch oralig'ini hisoblash uchun bo'lishi mumkin bo'lgan hatolik  $-\Delta$  aniqlaniladi.

$$\Delta_a = t_{jadv} \cdot m_a, \quad \Delta_b = t_{jadv} \cdot m_b.$$

Ishonch oraliqlarini aniqlash formulalari quyidagicha:

$$\begin{aligned} \gamma_a &= a \pm \Delta_a; & \gamma_{a_{min}} &= a - \Delta_a; & \gamma_{a_{max}} &= a + \Delta_a. \\ \gamma_b &= b \pm \Delta_b; & \gamma_{b_{min}} &= b - \Delta_b; & \gamma_{b_{max}} &= b + \Delta_b. \end{aligned}$$

Agar ishonch oralig'i chegarasiga nol tushib qolsa, ya'ni quyi chegarasi manfiy yuqori chegarasi musbat bo'ladigan bo'lsa, baholanayotgan parametr nol deb qabul qilinadi, chunki u bir paytning o'zida ham musbat. ham manfiy qiymatni qabul qila olmaydi.

Erksiz o'zgaruvchi  $y$  ning prognoz qiymati  $\hat{y}_x = a + b \cdot x$  regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi  $x_r$  ning prognoz qiymatini qo'yib hisoblanadi. Prognoz qiymatning aniqligini hisoblash uchun prognozning o'rtacha standart hatoligi  $m_{\hat{y}_p}$  hisoblanadi.

$$m_{\hat{y}_p} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}},$$

Prognozning ishonch oralig'i quyidagicha aniqlaniladi:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = \hat{y}_p - \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = \hat{y}_p + \Delta_{\hat{y}_p}.$$

bu yerda  $\Delta_{\hat{y}_p} = t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_p}$ .

### 1-misol.

Mamlakatda yettita viloyat bo'yicha ikkita ko'rsatkich qiymatlari berilgan(11.1.1-jadval).

11.1.1-jadval

Viloyatlar raqamlari	Umumiy xarajatlarda oziq –ovqat maxsulotlarini sotib olish uchun xarajatlar,% , $y$	Bir ishchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm, $x$
1	68,8	45,1
2	61,2	59,0
3	59,9	57,2
4	56,7	61,8
5	55,0	58,8
6	54,3	47,2
7	49,3	55,2

### Topshiriq:

1.  $y$  bilan  $x$  orasidagi bog'lanishni tavsiflash uchun quyidagi funktsiyalar parametrlarini hisoblang:

- chiziqli;
- darajali;
- ko'rsatkichli;
- teng tomonli giperbola.

2. Har bir modelni approssimatsiyaning o'rtacha xatoligi -  $\bar{A}$  va Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang.

### Yechish

1.a.  $y = a + b \cdot x$  chiziqli regressiyaning  $a$  va  $b$  parametrlarini hisoblash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasini  $a$  va  $b$  larga nisbatan echamiz:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum x = \sum y \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 = \sum (y \cdot x) \end{cases}$$

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun quyidagi ishchi jadvalini tuzamiz(11.1.2-jadval):

11.1.2-jadval

	$y$	$x$	$yx$	$x^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$A_i, \%$
1	68,8	45,1	3102,88	2034,01	4733,44	61,3	7,5	10,9
2	61,2	59,0	3610,80	3481,00	3745,44	56,5	4,7	7,7
3	59,9	57,2	3426,28	3271,84	3588,01	57,1	2,8	4,7
4	56,7	61,8	3504,06	3819,24	3214,89	55,5	1,2	2,1
5	55,0	58,8	3234,00	3457,44	3025,00	56,5	-1,5	2,7
6	54,3	47,2	2562,96	2227,84	2948,49	60,5	-6,2	11,4
7	49,3	55,2	2721,36	3047,04	2430,49	57,8	-8,5	17,2
Jami	405,2	384,3	22162,34	21338,41	23685,76	405,2	0,0	56,7
O`rtacha qiymat	57,89	54,90	3166,05	3048,34	3383,68	x	x	8,1
$\sigma$	5,74	5,86	x	x	x	x	x	x
$\sigma^2$	32,92	34,34	x	x	x	x	x	x

Jadval ma`lumotlaridan foydalanib  $a$  va  $b$  parametrlarning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} = -0,35,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 + 0,35 \cdot 54,9 = 76,88.$$

Parametrlarning qiymatlarini o`rniga qo`ysak ushbu regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y}_x = 76,88 - 0,35 \cdot x.$$

Tuzilgan regressiya tenglamasi o`rtacha kunlik ish haqini 1000 so`mga ortishi oziq-ovqat mahsulotlarini sotib olish uchun harajatlar ulushni o`rtacha 0,35 foizga kamayishiga olib kelishini ko`rsatadi.

Chizikli juft korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \frac{5,86}{5,74} = -0,357.$$

Bog`lanish o`rta miyona, teskari.

Determinatsiya koeffitsientini aniqlaymiz.

$$r_{xy}^2 = (-0,357)^2 = 0,127.$$

Determinatsiya koeffitsientining bu qiymati natija -  $y$  ning variatsiyasi 12,7 foiz  $x$  omil belgining variatsiyasiga bog'liqligini ko'rsatadi.

Regressiya tenglamasiga  $x$  ning haqiqiy qiymatlarini qo'yib  $\hat{y}_x$  ning nazariy (hisoblangan) qiymatlarini topamiz.

Endi  $\bar{A}$  – approksimatsiyaning o'rtacha standart hatoligini hisoblaymiz.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{0,567}{7} 100\% = 8,1\%.$$

Bu, natijaviy belgining hisoblangan qiymatlari nazariy qiymatlaridan 8,1 foizga chetlanishini ko'rsatadi.

Fisherning F-kriteriyasini hisoblaymiz:

$$F_{haq} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7.$$

$1 \leq F \leq \infty$  ekanligini e'tiborga oladigan bo'lsak, olingan natijalar hosil bo'lgan bog'lanishni tasodifiy xususiyatga egaligi haqidagi  $H_0$  gipotezani qabul qilish kerakligini va tenglama parametrlari hamda bog'lanish zichligini statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi.

**1 b.**  $y = a \cdot x^b$  –darajali modelni tuzishdan avval, o'zgaruvchilarni chiziqli ko'rinishga keltiramiz. Misolimizda chiziqli holatga keltirish tenglamani ikkala qismini logarifmlash orqali amalga oshiriladi.

$$\log y = \log a + b \cdot \log x,$$

$$Y = C + b \cdot X.$$

bu yerda  $Y = \log y$ ,  $X = \log x$ ,  $C = \log a$ .

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzib(11.1.3-jadval).  $b$  va  $C$  larni hisoblaymiz:

11.1.3-jadval

	Y	X	YX	Y <sup>2</sup>	X <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$A_i$
1	1,8376	1,6542	3,0398	3,3768	2,7364	61,0	7,8	60,8	11,3
2	1,7868	1,7709	3,1642	3,1927	3,1361	56,3	4,9	24,0	8,0
3	1,7774	1,7574	3,1236	3,1592	3,0885	56,8	3,1	9,6	5,2
4	1,7536	1,7910	3,1407	3,0751	3,2077	55,5	1,2	1,4	2,1
5	1,7404	1,7694	3,0795	3,0290	3,1308	56,3	-1,3	1,7	2,4
6	1,7348	1,6739	2,9039	3,0095	2,8019	60,2	-5,9	34,8	10,9
7	1,6928	1,7419	2,9487	2,8656	3,0342	57,4	-8,1	65,6	16,4
Jami	12,3234	12,1587	21,4003	21,7078	21,1355	403,5	1,7	197,9	56,3
O'rtacha qiymat	1,7605	1,7370	3,0572	3,1011	3,0194	x	x	28,27	8,0
$\sigma$	0,0425	0,0484	x	x	x	x	x	x	x
$\sigma^2$	0,0018	0,0023	x	x	x	x	x	x	x

$$b = \frac{\overline{Y \cdot X} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{\sigma_x^2} = \frac{3,0572 - 1,7605 \cdot 1,7370}{0,0484^2} = -0,298.$$

$$C = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 1,7605 + 0,298 \cdot 1,7370 = 2,278.$$

Hisoblanganlarni o`rniga qo`yib  $\bar{Y} = 2,78 - 0,298 \cdot x$  chiziqli tenglamani olamiz. Tenglamani potentsirlab quyidagi darajali modelni olamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{2,278} \cdot x^{-0,298} = 189,7 \cdot x^{-0,298}.$$

Hosil bo`lgan tenglamaga  $x$  ning haqiqiy qiymatlarini qo`yib,  $\hat{y}_x$  natijaning nazariy qiymatlarini olamiz.

Ular bo`yicha bog`lanish zichligi- $\rho_{xu}$  korrelyatsiya indeksini va  $\bar{A}$ -approksimatsiyaning o`rtacha xatoligini hisoblaymiz.

$$\bar{A} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,3758, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Darajali modelning tavsifi bog`lanishni chiziqli funktsiyaga nisbatan ancha yaxshi ekanligini ko`rsatadi.

1v.  $y = a \cdot b^x$  - ko`rsatkichli egri chiziq modelini tuzishdan oldin funktsiyani ikki tomonini logarifmlab o`zgaruvchilarni chiziqli ko`rinishga keltiramiz.

$$\log y = \log a + x \cdot \log b ;$$

$$Y = C + B \cdot x .$$

bu yerda  $Y = \log y$ ,  $C = \log a$ ,  $B = \log b$ .

Hisoblashni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(11.1.4-jadval).

11.1.4-jadval

	Y	x	Yx	Y <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	A <sub>i</sub>
1	1,8376	45,1	82,8758	3,3768	2034,01	61,7	8,1	65,61	11,8
2	1,7868	59,0	105,4212	3,1927	3481,00	56,4	4,8	23,04	7,8
3	1,7774	57,2	101,6673	3,1592	3271,84	56,9	3,0	9,00	5,0
4	1,7536	61,8	108,3725	3,0751	3819,24	55,5	1,2	1,44	2,1
5	1,7404	58,8	102,3355	3,0290	3457,44	56,4	-1,4	1,96	2,5
6	1,7348	47,2	81,8826	3,0095	2227,84	60,0	-5,7	32,49	10,5
7	1,6928	55,2	93,4426	2,8656	3047,04	57,5	-8,2	67,24	16,6
Jami	12,3234	384,3	675,9974	21,7078	21338,41	403,4	-1,8	200,78	56,3
O`rtacha qiymat	1,7605	54,90	96,5711	3,1011	3048,34	x	x	28,68	8,0
$\sigma$	0,0425	5,86	x	x	x	x	x	x	x
$\sigma^2$	0,0018	34,34	x	x	x	x	x	x	x

A va C regressiya parametrlarining qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$B = \frac{\overline{Y \cdot x} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{96,5711 - 1,7605 \cdot 54,90}{5,86^2} = -0,0023,$$

$$C = \bar{Y} - B \cdot \bar{x} = 1,7605 + 0,0023 \cdot 54,9 = 1,887.$$

Bularni tenglamaga qo'ysak  $\hat{Y}_x = 1,887 - 0,0023 \cdot x$  chiziqli tenglama hosil bo'ladi.

Hosil bo'lgan tenglamani potentsirlab uni oddiy shaklda yozamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{1,887} \cdot 10^{-0,0023 \cdot x} = 77,1 \cdot 0,9947^x.$$

Bog'lanish zichligini  $\rho_{xy}$ -korrelyatsiya indeksi orqali baholaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(y - \hat{y}_x)^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,358, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Bu bog'lanish o'rtamiyona bo'lib, approksimatsiya xatoligini oshganligini ko'rsatadi. Ko'rsatkichli funktsiya o'rganilayotgan bog'lanishni darajali funktsiyadagi bog'lanishga nisbatan yomonroq tasvirlaydi.

**Ig.**  $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$  teng tomonli giperbola tenglamasini  $z = \frac{1}{x}$  almashtirish bilan chiziqli xolatga keltiramiz. Bunda tenglama  $y = a + b \cdot z$  ko'rinishni oladi. Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(11.1.5-jadval).

11.1.5-jadval

	$y$	$z$	$yz$	$z^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$A_i, \%$
1	68,8	0,0222	1,5255	0,000492	4733,44	61,3	7,0	49,00	10,2
2	61,2	0,0169	1,0373	0,000278	3745,44	56,5	4,9	24,01	8,0
3	59,9	0,0175	1,0472	0,000306	3588,01	57,1	3,0	9,00	5,0
4	56,7	0,0162	0,9175	0,000262	3214,89	55,5	1,2	1,44	2,1
5	55,0	0,0170	0,9354	0,000289	3025,00	56,5	-1,4	1,96	2,5
6	54,3	0,0212	1,1504	0,000449	2948,49	60,5	-6,5	42,25	12,0
7	49,3	0,0181	0,8931	0,000323	2430,49	57,8	-8,2	67,24	16,6
Ja- mi	405,2	0,1291	7,5064	0,002431	23685,76	405,2	0,0	194,90	56,5
O'r- tacha qiy- mat	57,89	0,0184	1,0723	0,000345	3383,68	x	x	27,84	8,1
$\sigma$	5,74	0,002145	x	x	x	x	x		x
$\sigma^2$	32,94	0,000005	x	x	x	x	x		x

Hisoblashlar natijalariga ko`ra  $a$  va  $b$  parametrlarning qiymatlari quyidagilarga teng bo`ladi:

$$b = \frac{\overline{y \cdot z} - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\sigma_z^2} = \frac{1,0723 - 57,89 \cdot 0,0184}{0,002145^2} = 1051,4,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} = 57,89 - 1051,4 \cdot 0,0184 = 38,5.$$

Parametrlarning hosil bo`lgan qiymatlarini o`rinlariga qo`yib

$$\hat{y}_x = 38,05 + 10,51 \cdot \frac{1}{x} \quad \text{regressiya tenglamasini olamiz.}$$

Korrelyatsiya indeksini hisoblaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{27,84}{32,92}} = 0,3944.$$

Approksimatsiyaning o`rtacha standart hatoligi  $\bar{A} = 8,1\%$ .

Ikki tomonli giperbola tenglamasi bo`yicha bog`lanish kuchi chiziqli, darajali va ko`rsatkichli regressiyalarga nisbatan kuchliroq ya`ni,

$$\rho_{xy} = 0,3944, \quad \bar{A} \text{ esa me`yor darajasida}$$

$$2. \quad F_{haq} = \frac{\rho_{xy}^2}{1 - \rho_{xy}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{n} = \frac{0,1555}{0,8445} \cdot 5 = 0,92,$$

$$F_{jad} = 6,6 > F_{haq} = 0,92, \quad \alpha = 0,05.$$

Xulosa qilib shuni ta`kidlash mumkinki, tenglamaning parametrlari statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi  $H_0$  gipotezani qabul qilinadi. Ushbu natijalar ko`rib chiqilgan bog`lanishlar zichligi nisbatan yuqori emasligi va kuztuvlar sonining kamligi bilan tasdiqlanadi.

## 2-misol.

Hududlar bo`yicha aholining bir kunlik o`rtacha ish haqi va bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to`g`ri keladigan yashash minimumi haqida ma`lumotlar berilgan(11.1.6-jadval).

11.1.6-jadval

Hududlar raqami	Bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to`g`ri keladigan yashash minimumi, ming so`m, x	Bir kunlik o`rtacha ish haqi, ming so`m, y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158



9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

### Topshiriq:

1.  $y$  ni  $x$  ga juft regressiyasini chiziqli tenglamasini tuzing.
2. Juft korrelyatsiya chiziqli koeffitsientini va approximationsining o'rtachi xatoligin hisoblang.
3. Regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsientini statistik ma'nodorligini baholang.
4. Jon boshiga yashash minimumi  $x$  ning prognoz qiymati o'rtacha darajasiga nisbatan 107 foizga o'zgarganda ish haqi  $y$  ning prognoz qiymatini toping.
5. Prognoz hatoligi va uning oralig'ini hisoblab, prognoz aniqligini baholang.

### Yechish

1. Chiziqli regressiya tenglamasi parametrlarini hisoblash uchun ishchi jadval tuzamiz(11.1.7-jadval).

11.1.7-jadval

	$x$	$y$	$yx$	$x^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$A_i\%$
1	78	133	10374	6084	17689	149	-16	12,0
2	82	148	12136	6724	21904	152	-4	2,7
3	87	134	11658	7569	17956	157	-23	17,2
4	79	154	12166	6241	23716	150	4	2,6
5	89	162	14418	7921	26244	159	3	1,9
6	106	195	20670	11236	38025	174	21	10,8
7	67	139	9313	4489	19321	139	0	0,0
8	88	158	13904	7744	24964	158	0	0,0
9	73	152	11096	5329	23104	144	8	5,3
10	87	162	14094	7569	26244	157	5	3,1
11	76	159	12084	5776	25281	147	12	7,5
12	115	173	19895	13225	29929	183	-10	
Jami	1027	1869	161808	89907	294377	1869	0	68,8
O'rtacha qiymat	85,6	155,8	13484,0	7492,3	24531,4	X	X	5,7
$\sigma$	12,95	16,53	X	X	X	X	X	X
$\sigma^2$	167,7	273,4	X	X	X	X	X	X

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{13484 - 85,6 \cdot 155,8}{7492,3 - 85,6^2} = \frac{151,8}{164,94} = 0,92.$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 155,8 - 0,92 \cdot 65,6 = 77,0.$$

Parametrlarning hosil bo'lgan qiymatlarini o'rinlariga qo'yib

$$\hat{y}_x = 77,0 + 0,92 \cdot x$$

regressiya tenglamasini olamiz.

Ushbu tenglamadan aytish mumkinki, jon boshiga yashash minimumini 1000 so'mga ortishi o'rtacha kunlik ish haqini 920 so'mga ko'tarishga olib keladi.

2. Chiziqli bog'lanish zichligini korrelyatsiya koeffitsienti baholab beradi.

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,92 \frac{12,95}{16,53} = 0,721; \quad r_{xy}^2 = 0,52.$$

Ushbu natija ish haqi bilan jon boshiga yashash minimumi orasidagi bog'lanish zichligi yuqori darajada bo'lib 0,7ga teng va  $y$  ning 52 foiz variatsiyasi  $x$  omilning variatsiyasi bilan bog'liqligini anglatadi.

Modelning sifatini approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi formulasi orqali aniqlaymiz.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{68,9}{12} 100\% = 5,7\%.$$

$\bar{A}$  ning qiymati 10 foizdan oshmaganligi sababli tuzilgan modelni sifati yaxshi deb baholanadi.

3. Regressiya parametrlarini statistik muximligini baholashni Student t-statistikasi va har bir ko'rsatkichni ishonch oralig'ini hisoblash orqali amalga oshiramiz.

Ko'rsatkichlarni nuldan farqlanishini statistik muhim emasligi haqidagi  $H_0$  gipotezani qabul qilaylik:  $a = b = r_{xy} = 0$ . Erkinlik darajasi soni uchun  $df = n - 2 = 12 - 2 = 10$  va  $\alpha = 0,05$  bo'lganda  $t_{jad}$  qiymati 2,23ni tashkil etadi.

Endi  $m_a, m_b, m_{r_{xy}}$  lardagi tasodifiy hatolarni aniqlaymiz.

$$m_a = 12,6 \frac{\sqrt{89907}}{12 \cdot 12,95} = 24,3; \quad m_b = \frac{12,6}{12,95 \cdot \sqrt{12}} = 0,281;$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - 0,520}{12 - 2}} = 0,219.$$

Bulardan:

$$t_a = \frac{77}{24,3} = 3,2; \quad t_b = \frac{0,92}{0,281} = 3,3; \quad t_r = \frac{0,721}{0,219} = 3,3$$

qiymatlarni olamiz. Ko`rinib turibdiki t-statistikaning haqiqiy ( $t_{\text{haq}}$ ) qiymatlari jadval ( $t_{\text{jadv}}$ ) qiymatlaridan katta:

$$t_a = 3,2 > t_{\text{jadv}} = 2,23; \quad t_b = 3,3 > t_{\text{jadv}} = 2,23; \quad t_r = 3,3 > t_{\text{jadv}} = 2,23.$$

shuning uchun  $H_0$  gipoteza rad etiladi, ya`ni  $a, b$  va  $r_{xy}$  lar tasodifan noldan farq qilmaydi, ularning statistik muximligi tasdiqlanadi.

$a$  va  $b$  lar uchun ishonch oraliqlarini hisoblaymiz. Buning uchun har bir ko`rsatkich uchun limit xatoliklarini aniqlaymiz:

$$\Delta_a = 2,23 \cdot 24,3 = 54; \quad \Delta_b = 2,23 \cdot 0,281 = 0,62.$$

Ishonch oraliqlarini hisoblaymiz:

$$\gamma_a = 77 \pm 54; \quad \gamma_{a_{\min}} = 77 - 54 = 23; \quad \gamma_{a_{\max}} = 77 + 54 = 131,0.$$

$$\gamma_b = 0,92 \pm 0,62; \quad \gamma_{b_{\min}} = 0,92 - 0,62 = 0,30; \quad \gamma_{b_{\max}} = 0,92 + 0,62 = 1,54.$$

Demak ishonch oraliqlari:

$$23,0 \leq \gamma_a \leq 131, \quad 0,30 \leq \gamma_b \leq 1,54.$$

Ishonch oraliqlarining taxlili shuni ko`rsatadiki,  $a$  va  $b$  parametrlar  $p=1-\alpha=0,95$  ehtimollik bilan hisoblangan oraliqlarda nol qiymatga teng bo`lmaydi, ya`ni ular statistik muhim va noldan ancha farq qiladi.

4. Tuzilgan regressiya tenglamasining baholash natijalari uni prognozlash masalalarini Yechish uchun qo`llash mumkinligini ko`rsatadi.

Agar yashash minimumining prognoz qiymati  $x_p = \bar{x} \cdot 1,07 = 85,6 \cdot 1,07 = 91,6$  ming so`mni tashkil etsa u holda oylik ish haqining prognoz qiymati  $\hat{y}_p = 77 + 0,92 \cdot 91,6 = 161$  ming so`mni tashkil etadi.

5. Prognozlash hatoligi

$$m_{\hat{y}_p} = 12,6 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(91,6 - 85,6)^2}{12 \cdot 12,95^2}} = 13,2 \text{ ming so`mga teng.}$$

Prognozning limit xatoligi 95 foiz holatlarda

$$\Delta_{\hat{y}_p} = t_{\text{jadv}} \cdot m_{\hat{y}_p} = 2,23 \cdot 13,2 = 29,4 \text{ ming so`mdan oshmaydi.}$$

Prognozning ishonch oralig`i:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = 161 \pm 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = 161 - 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = 161 + 29,4$$

$$131,6 \leq \gamma_{\hat{y}_p} \leq 190,4.$$

Prognoz qilingan o`rtacha oylik ish haqini 95 foiz( $p=1-\alpha = 1-0,05=0,95$ ) ishonchli deyish mumkin, lekin u aniq qiymat emas. Chunki ishonch oralig`ining quyi va yuqori chegaralari nisbatil,44 martaga teng, ya`ni

$$D_\gamma = \frac{\gamma_{\hat{y}_{max}}}{\gamma_{\hat{y}_{min}}} = \frac{190,4}{131,6} = 1,44.$$

### 3-misol.

Bir turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar guruhlari bo`yicha mahsulot birligi tannarxi  $y$  ning jadvalda keltirilgan omillarga qanday bog`liqligi haqidagi ma`lumotlar berilgan:

11.1.8-jadval

Omil belgi	Juft regressiya tenglamasi	Omilning o`rtacha qiymati
Ishlab chiqarish hajmi, mln. so`m, $x_1$	$\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$	$\bar{x}_1 = 2,64$
Mahsulot birligi mexnat sig`imi, kishi/soat, $x_2$	$\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$	$\bar{x}_2 = 1,38$
Bir tonna yoqilg`ining ulgurji bahosi, mln. so`m, $x_3$	$\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$	$\bar{x}_3 = 1,50$
Foydaning davlatga o`tkaziladigan ulushi,%, $x_4$	$\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$	$\bar{x}_4 = 26,3$

### Topshiriq:

- Elastiklik koeffitsienti yordamida har bir omilni natijaga ta`sir kuchini aniqlang.
- Omillarni ta`sir kuchlari bo`yicha ranjirlang.

### Yechish

$$1. \quad \hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1} -$$

teng tomonli giperbola tenglamasi uchun:

$$\bar{E}_{yx_1} = f'(x_1) \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = -\frac{b}{\bar{x}_1^2} \cdot \frac{\bar{x}_1}{a + b/\bar{x}_1} = -\frac{b}{a \cdot \bar{x}_1 + b}$$

$$= -\frac{58,74}{0,62 \cdot 2,64 + 58,74} = -0,97\%.$$

$\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$  - to`g`ri chiziq tenglamasi uchun:

$$\bar{E}_{yx_2} = f'(x_2) \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{b \cdot \bar{x}_2}{a + b \cdot \bar{x}_2} = \frac{9,83 \cdot 1,38}{9,30 + 9,83 \cdot 1,38} = 0,59\%.$$

$\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$  - darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\bar{E}_{yx_3} = f'(x_3) \frac{\bar{x}_3}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}_3^{b-1} \cdot \frac{\bar{x}_3}{a \cdot \bar{x}_3^b} = b = 1,63\%.$$

$\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$  - darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{yx_4} &= f'(x_4) \frac{\bar{x}_4}{\bar{y}} = a \cdot b^{\bar{x}_4} \cdot \ln b \cdot \frac{\bar{x}_4}{a \cdot b^{\bar{x}_4}} = \ln b \cdot \bar{x}_4 = \ln 1,016 \cdot 26,3 \\ &= 0,42\%. \end{aligned}$$

2.  $\bar{E}_{yx_i}$  larning qiymatlarini o'zaro taqqoslab,  $x_j$  larni maxsulot birligi tannarxiga ta'sir kuchlari bo'yicha ranjirlaymiz:

a)  $\bar{E}_{yx_3} = 1,63\%$ ;      b)  $\bar{E}_{yx_2} = 0,59\%$ ;

v)  $\bar{E}_{yx_4} = 0,42\%$ ;      g)  $\bar{E}_{yx_1} = -0,97\%$ .

Korxonalar guruhi maxsuloti tannarxining shakllanishida yoqilg'i bahosi omili eng asosiy o'rinni egallaydi, keyingi o'rinni esa maxsulot birligi mehnat sig'imi va foydaning davlatga to'lanadigan ulushi. Ishlab chiqarish hajmi omili esa tannarxni kamayishiga olib keladi: ishlab chiqarish hajmining 1 foizga o'sishi maxsulot birligi tannarxini 0,97 foizga kamayishiga olib keladi.

#### 4-misol.

20 ta oilaning yashash sharoitini o'rtacha jon boshiga to'g'ri keladigan daromadga bog'liqligini o'rganish natijalari quyidagicha tavsiflangan:

regressiya tenglamasi:  $\hat{y}_x = 2 \cdot x^{0,3}$ ;

korrelyatsiya indeksi:  $\rho_{xy} = 0,9$ ;

qoldiq dispersiya:  $\sigma_{qol}^2 = 0,06$ .

#### Topshiriq:

Olingan natijalarni dispersion tahlil qiling.

11.1.9-jadval

$u$ ning variatsiyasi	Erkinlik darjasi soni	Chetlanishlar kvadratlari yig'indisi, S	Bitta erkinlik darajasiga dispersiya, D	$F_{xaq}$	$F_{jad}$ $\alpha = 0,05,$ $k_1=1, k_2=18$
Umumiy	$df = n - 1 = 19$	6,316	-	-	-
Haqiqiy	$k_1 = m = 1$	5,116	5,116	76,7	4,41
Qoldiq	$k_2 = n - m - 1 = 18$	1,200	0,0667	-	-

$$S_{qol} = \sigma_{qol}^2 \cdot n = 0,06 \cdot 20 = 1,2;$$

$$S_{umum} = S_{qol} : (1 - \rho_{xy}^2) = 1,2 : (1 - 0,81) = 6,316;$$

$$S_{haq} = 6,316 - 1,2 = 5,116;$$

$$F_{haq} = \frac{0,9^2}{1 - 0,9^2} \cdot \frac{18}{1} = 76,7.$$

$F_{haq} = 76,7 > F_{jad} = 4,4$  munosabat o`rinli bo`lganligi sababli, omil(haqiqiy) va qoldiq dispersiyalarning farqlanishini tasodifiyligi haqidagi gipoteza o`rinli emas. Bu farqlanishlar muxim, statistik nuqtai nazardan ahamiyatli, tenglama ishonarli, ahamiyatli, bog`lanish zichligi ko`rsatkichi ishonchli va oilalarning yashash sharoiti o`rtacha jon boshiga to`g`ri keladigan daromad miqdoriga bog`liqligini ifodalaydi.

### 1.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

#### 1-masala.

Quyidagi regressiya tenglamalari berilgan:

$$1. y = a + bx^3 + \varepsilon, \quad 4. y = a + b \ln x + \varepsilon,$$

$$2. \ln y = a + b \ln x + \varepsilon, \quad 5. y = a + bx^c,$$

$$3. y^a = b + cx^2 + \varepsilon, \quad 6. y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$$

#### Topshiriq:

Yuqorida keltirilgan regressiya tenglamalarining qaysi biri o`zgaruvchilar bo`yicha chiziqli, qaysi biri parametrlar bo`yicha chiziqli, qaysi biri ham o`zgaruvchilar bo`yicha ham parametrlar bo`yicha chiziqli emasligini aniqlang.

#### 2-masala.

$y$  ning  $x$  ga bog`lanishini tavsiflovchi quyidagi regressiya modeli berilgan bo`lsin:

$$y = 8 - 7x + \varepsilon.$$

$$r_{xy} = -0,5; \quad n = 20 \text{ ekanligi ham ma`lum bo`lsin.}$$

**Topshiriq:** Berilgan modelda regressiya koeffitsienti uchun ehtimollikning quyidagi qiymatlarida ishonch oralig`ini tuzing:

a) 90% ehtimollik bilan;

b) 99% ehtimollik bilan.

2. Olingan natijalarni tahlil qilib, ularning farqlarini tushuntirib bering.

#### 3-masala.

30 ta savdo tashkiloti bo`yicha maxsulot bahosi  $-x$  (ming so`m) va savdo tashkilotining foydasi- $y$  (mln. so`m) ko`rsatkichlari orasidagi bog`lanish o`rganilgan.

Regression modelni baholash natijasida quyidagi dastlabki natijalar olingan:

$$\sum (y_j - \hat{y}_x)^2 = 39000;$$

$$\sum (y_j - \bar{y})^2 = 120000.$$

**Topshiriq:**

1. Bu ma'lumotlar bilan qanday korrelyatsiya koeffitsientini aniqlash mumkin, tushuntirib bering.
2. Fisher F-kriteriyasi qiymatini hisoblash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. F-kriteriyasining haqiqiy qiymatini jadval qiymati bilan taqqoslang va hulosani qiling.

**4-masala.**

Firma foydasini  $y = a \cdot b^x$  funktsiya bilan modellashtirish quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

*11.1.10-jadval*

t/r	Firma foydasi, mlrd.so`m, y		t/r	Firma foydasi, mlrd.so`m, y	
	haqiqiy	hisoblangan		haqiqiy	hisoblangan
1	10	11	5	18	20
2	12	11	6	11	11
3	15	17	7	13	14
4	17	15	8	19	16

**Topshiriq:**

Model sifatini baholash uchun:

- a) approksimatsiya xatoligini aniqlang;
- b) o`rganilayotgan modeldagi omil belgi bilan foyda o`rtasidagi bog`lanish zichligini aniqlang;
- v) Fisherning F-kriteriyasini hisoblang.

**5-masala.**

$y = a \cdot x^b$  bog`lanish o`rganilgan. O`zgaruvchilarni logarifmlaganda quyidagi ifodalar olingan:

$$\sum xy = 4,2087; \quad \sum x = 8,2370;$$

$$\sum x^2 = 9,2334; \quad \sum y = 3,9310;$$

$$\sum (y - \hat{y}_2)^2 = 0,0014.$$

**Topshiriq:**

1. "b" parametrni aniqlang.

2.  $\sigma_u = 0,08$  deb faraz qilib korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang va uni muhimligini baholang

**6-masala.**

15ta zavod bo'yicha maxsulot hajmi  $y$  (ming dona)ni ishlab chiqarishda band aholi  $-x$ (kishi) ga bog'liqligi quyidagicha ifodalangan

Regressiya tenglamasi:	$y = 30 - 0,4x + 0,04 \cdot x^2$
Umumiy dispersiyada qoldiq dispersiya ulushi:	20%

**Aniqlang:**

- a) korrelyatsiya indeksini;
- b) regressiya tenglamasini muhimligini;
- v) band aholining soni 30 kishi bo'lganda elastiklik koeffitsientini.

**7-masala.**

10ta bir turdagi maxsulot ishlab chiqaruvchi zavodda maxsulot birligiga sarflangan material hajmini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga bog'liqligini o'rganish natijalari haqida quyidagi ma'lumotlar berilgan:

*11.1.11-jadval*

Ko'rsatkich	Zavodlar bo'yicha maxsulot material sig'imi									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Maxsulot birligiga sarflangan material hajmi, kg	9	6	5	4	3,7	3,6	3,5	6	7	3,5
Ishlab chiqarilgan maxsulot hajmi, ming birlikda	100	200	300	400	500	600	700	150	120	250

**Topshiriq:**

- 1.  $y = a + \frac{b}{x}$  tenglamaning parametrlarini aniqlang.
- 2. Korrelyatsiya indeksi yordamida bog'lanish zichligini aniqlang.
- 3. Maxsulot material sig'imining o'zgarishini elastikligini tavsiflang.
- 4. Regressiya tenglamasining muhimligi haqida xulosa qiling.

**8-masala.**

Viloyatning 20ta fermer xo'jaliklari bo'yicha quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar olingan:

*11.1.12-jadval*

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	Variatsiya koeffitsienti
Hosildorlik, ts/ga	50	25



1ga ekin maydoniga berilgan o'g'it, kg	10	15
----------------------------------------	----	----

Fisher F-kriteriyasining haqiqiy qiymati 50ga teng.

**Topshiriq:**

1. Chiziqli determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing.
3. Elastiklikning umumiy koeffitsientini toping.
4. Ekin maydoniga berilgan o'g'itning o'rtacha miqdoriga nisbatan 10 foizga oshirilganda hosildorlikni 0,95 ehtimollik bilan bo'lishi mumkin bo'lgan qiymatini ishonch oralig'ini toping.

**9-masala.**

12ta savdo do'konlarining sotilgan maxsulotlari hajmi  $y$  (ming dollar) ning reklama xarajatlari  $x$ (ming dollar) ga bog'liqligi quyidagilar bilan tavsiflanadi:

Regressiya tenglamasi:  $y = 10,6 + 0,6x$  .

$x$  bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish:  $\sigma_x = 4,7$ .

$y$  bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish:  $\sigma_y = 3,4$ .

**Topshiriq:**

1. Korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Regressiya tenglamasini muximligini baholash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. Regressiya koeffitsientini baholashning standart xatoligini toping.
4. Student t-kriteriyasi orqali regressiya koeffitsientining muximligini baholang.
5. 0,95 ehtimollik bilan regressiya koeffitsienti uchun ishonch oralig'ini aniqlang.

**10-masala.**

Bir xil turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi 8ta zavod bo'yicha mahsulot birligi tannarxi  $y$  (mln.so'm)ning texnik ta'minlanganlik darajasi  $x$ (mln.so'm)ga bog'lanishini ifodalovchi  $y = 25 + \frac{800}{x}$  regressiya tenglamasi tuzilgan. Umumiy dispersiyada qoldiq dispersiyaning ulushi 0,19ni tashkil etadi.

**Topshiriq:**

1. Ishlab chiqarish fondlarining narxi 200 mlrd.so'm bo'lsin deb faraz qilgan holda elastiklik koeffitsientini hisoblang.
2. Korrelyatsiya indeksini aniqlang.

3. Fisher F-kriteriyasini hisoblang va regressiya tenglamasini baholang.

**11-masala.**

Mamlakatning 20ta hududi bo'yicha ishsizlik darajasi-y (%)ni iste'mol bahosi indeksi -x(avvalgi yilga nisbatan %)ga bog'liqligi o'rganilgan. Berilgan ko'satkichlarning logarifmlari orasidagi korrelyatsiya koeffitsienti  $r_{\ln x \ln y} = 0,8$ . Ko'satkichlarni logarifmik qiymati quyidagi jadvalda berilgan:

*11.1.13-jadval*

Ko'rsatkich	$\ln x$	$\ln y$
O'rtacha qiymati:	0,6	1,0
O'rtacha kvadratik chetlanish:	0,4	0,2

**Topshiriq:**

1. Ishsizlik darajasini iste'mol bahosi indeksiga bog'liqligining regressiya tenglamasini darajali funktsiyalar ko'rinishida yozing.
2. Regressiya tenglamasida elastiklik koeffitsientini tavsiflab bering.
3. Determinatsiya koeffitsienti qiymatini aniqlang va uning ma'nosini tushuntiring.

**12-masala.**

Savdo korxonasining analitik bo'limi tomonidan 19 ta savdo nuqtalarida O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talab o'rganib chiqilgan. To'plangan ma'lumotlar bo'yicha har bir savdo nuqtasida sotilgan televizorlar soni-y va televizorlarning narxi-x o'rtasidagi bog'lanish o'rganilgan va taxlil qilinib quyidagi bog'lanish olingan:

$$\ln y = 10,5 - 0,8 \ln x + \varepsilon.$$

Olingan tenglamada ozod had  $a(10,5)$  va regressiya koeffitsienti  $b(0,8)$  parametrlarining Styudent t-kriteriyasi uchun haqiqiy qiymatlari mos ravishda 2,5 va -4,0ga teng.

**Topshiriq:**

Savdo korxonasi raxbariyati kuzatuv o'tkazishdan avval O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talabning narxga nisbatan elastikligi 0,9 bo'lsa kerak deb taxmin qilingan edi. Kuzatuv natijalari bo'yicha rahbariyatning taxmini to'g'riligi isbotlandimi yoki yo'qmi?

### 13-masala.

Mamlakat tumanlari bo'yicha 2017 yil may oyi uchun quyidagi ma'lumatlar berilgan:

11.1.14-jadval

Tumanlar	Jon boshiga iste'mol uchun harajatlar, ming so'm, y	Jon boshiga pul daromadlari, ming so'm, x
Shimoliy tumanlar		
1	596	913
2	417	1095
3	354	606
4	526	876
5	934	1314
6	412	593
7	525	754
8	367	528
Janubiy tumanlar		
1	364	520
2	336	539
3	409	540
4	452	682
5	367	537
6	328	589
7	460	626
8	380	521
9	439	626
10	344	521

#### Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli haqida gipotezani keltirib chiqaring.
2. Chiziqli, darajali, eksponentsial, yarimlogarifmik, teskari, giprbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
3. Korrelyatsiya va determinatsiya ko'rsatkichlari orqali bog'lanish zichligini baholang.
4. O'rtacha (umumiy) elastiklik koeffitsientini hisoblang.
5. Approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
6. Fisher kriteriysi yordamida regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchligini baholang.
7. 4, 5 va ushbu punktlarda hisoblangan ko'rsatkichlar qiymatlari asosida eng yaxshi regressiya tenglamasini tanlang.
8. Agar omil belgining prognoz qiymati uning o'rtachasidan 4%ga ko'paysa, natijaning kutilayotgan qiymatini hisoblang. Muhimlik qiymati  $\alpha=0,05$  uchun prognoz qiymatining ishonch oralig'ini aniqlang.

Olingan natijalarni baholang, xulosani yozma shaklda ifodalang.

#### 14-masala.

O`rtacha oylik mehnat unumdorligini ishchilarning yoshiga bog`liqligi  $y = a + bx + cx^2$  model bilan tavsiflanadi. Modelning qo`llanilishi quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

11.1.15-jadval

t/r	Ishchilarning mehnat unumdorligi, mln.so`m, y		t/r	Ishchilarning mehnat unumdorligi, mln.so`m, y	
	haqiqiy	hisoblangan		haqiqiy	hisoblangan
1	12	10	6	11	12
2	8	10	7	12	13
3	13	13	8	9	10
4	15	14	9	11	10
5	16	15	10	9	9

#### Topshiriq:

Korrelyatsiya indeksi, approksimatsiyaning o`rtacha hatoligi va Fisher F-kriteriyasini hisoblab modelni sifatini baholang.

#### 15-masala.

Mamlakatning xududlari bo`yicha 2017 yilda aholining jon boshiga umumiy pul daromadlaridagi jamg`armaga ajratilgan qismining ulushi va aholining o`rtacha oylik ish haqi to`g`risida shartli ma`lumotlar berilgan:

11.1.16-jadval

t/r	Xududlar nomi	Aholining jon boshiga umumiy pul daromadlaridagi jamg`armaga ajratilgan qismining ulushi, %(y)	Aholining o`rtacha oylik ish haqi, ming so`m(x)
1	Qoraqalpog`iston Respublikasi	6,9	1235
2	Andijon	8,7	965
3	Buxoro	6,4	896
4	Jizzax	8,4	821
5	Qashqadaryo	7,5	921
6	Navoiy	9,0	1092
7	Namangan	7,5	845
8	Samarqand	8,3	965
9	Surxondaryo	6,5	900
10	Sirdaryo	5,2	816
11	Toshkent viloyati	9,9	987
12	Farg`ona	8,3	863

13	Xorazm	6,7	1052
14	Toshkent shahri	12,2	893

### Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog`lanish shakli bo`yicha gipotezani ifodalang.
2. Chiziqli, darajali, teskari, yarimlogarifmik, giperbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
3. Har bir regressiya tenglamasida korrelyatsiya va determinatsiya koeffitsientlari yordamida bog`lanish zichligini baholang.
4. O`rtacha (umumiy) elastiklik koeffitsienti yordamida omil belgining natijaviy belgi bilan bog`liqligini taqqoslama bahosini bering.
5. Approksimatsiyaning o`rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
6. Regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchliligini Fisher F-kriteriysi yordamida baholang. Olingan natijalar asosida eng maqbul regressiya tenglamasini tanlang.
7. Omil belgining qiymati o`rtachasiga nisbatan 10foizga ko`payganda natijaviy belgining prognoz qiymatini hisoblang. Muhimlik darajasi  $\alpha = 0,05$  uchun prognoz qiymatining ishonch oralig`ini toping.
8. Olingan natijalarni baholang va xulosa qiling.

### 11.2-§. Ko`p omilli regressiya va korrelyatsiya

Ko`p omilli regresiya deb natijaviy belgi (erksiz o`zgaruvchi)  $-y$  ning erkli o`zgaruvchilar(omillar)  $-x_1, x_2, \dots, x_p$  bilan bog`lanishini ifodalovchi

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$$

funktsiyaga aytiladi.

Ko`p omilli regressiya tenglamasini tuzish uchun asosan quyidagi funktsiyalardan foydalaniladi:

- chiziqli  $-y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p + \varepsilon;$
- darajali  $-y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \dots x_p^{b_p} \cdot \varepsilon;$
- giperbola  $-y = \frac{1}{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_px_p+\varepsilon};$
- eksponentli... $-y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_px_p+\varepsilon}.$

Bulardan tashqari chiziqli ko`rinishga keltirilishi mumkin bo`lgan boshqa funktsiyalardan ham foydalanish mumkin.

Ko`p omilli regressiya tenglamasini parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) qo`llaniladi. Chiziqli tenglamalar va



$$E_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}}$$

Omillarning natijaga birgalikdagi ta'sir kuchi zichligi ko'p omilli korrelyatsiya indeksi bilan aniqlaniladi:

$$R_{yx_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}}$$

Ko'p omilli korrelyatsiya indeksining qiymati [0,1] oralig'ida yotadi va u juft korrelyatsiya indeksining eng katta qiymatidan katta yoki unga teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$R_{yx_1 x_2 \dots x_p} \geq r_{yx_i (max)} \quad (i = \overline{1, p}).$$

Standartlashtirilgan masshtabdagi tenglama uchun ko'p omilli korrelyatsiya indeksini quyidagicha yozish mumkin:

$$R_{yx_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsienti (indeksi) y natijaviy belgiga  $x_i$  – omilni, qolgan omillar o'zgarmagan holda ta'sir kuchini o'lchaydi va u quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1}, x_{i+1} \dots x_p}^2}}$$

yoki quyidagi rekkurent formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i x_1 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}} \cdot r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)(1 - r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientlari [-1,1] oralig'ida o'zgaradi. Tuzilgan modelning sifatini determinatsiya koeffitsienti (indeksi) baholaydi. Ko'p omilli determinatsiya koeffitsienti ko'p omilli korrelyatsiya indeksi kvadratiga teng:  $R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2$ .

Tuzatilgan ko'p omilli determinatsiya indeksi erkinlik darajasi sonini e'tiborga oladi va quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1}$$

bu yerda n- kuztuvlar soni,  
m-omillar soni.

Ko'p omilli regressiya tenglamasining ahamiyatliliği Fisherning F-kriteriyasi

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

yordamida baholanadi.

Xususiy F-kriteriya tenglamada har bir omilning ishtirokini statistik axamiyatligini baholaydi. Umumiy ko`rinishda  $x_i$  omil uchun xususiy F-kriteriya quyidagicha aniqlaniladi:

$$F_{xususiy_{x_i}} = \frac{R_{y_{x_1 \dots x_i \dots x_p}}^2 - R_{y_{x_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}}^2}{1 - R_{y_{x_1 x_2 \dots x_p}}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

Toza regressiya koeffitsientlarini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash quyidagi ifodaning qiymatini hisoblashga olib keladi:

$$t_{b_i} = \frac{b_i}{m_{b_i}} = \sqrt{F_{x_i}}$$

bu yerda  $m_{b_i} - b_i$  regressiya koeffitsientining o`rtacha kvadratik xatoligi, u quyidagi formula bilan aniqlanishi mumkin:

$$m_{b_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R_{y_{x_1 \dots x_p}}^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{1 - R_{x_i x_1 \dots x_p}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}}$$

Ko`p omilli regressiya tenglamalarini tuzishda omillarning multikollinearlik muammosi yuzaga kelishi mumkin, ya`ni omillarning o`zaro chiziqli bog`lanish darajasi yuqori bo`lishi holatlari. Bunday holatlarda ko`p omilli regressiya natijalari tuzilgan modelni ishonchli emasligiga olib keladi.

Omillarning multikollinearligini tekshirish uchun omillar bo`yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi tuzilib uni determinanti hisoblanadi. Uchta o`zgaruvchili regressiya tenglamasi uchun

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} R_{x_1 x_1} & R_{x_2 x_1} & R_{x_3 x_1} \\ R_{x_1 x_2} & R_{x_2 x_2} & R_{x_3 x_2} \\ R_{x_3 x_1} & R_{x_3 x_2} & R_{x_3 x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

bo`lsa, ya`ni birga qancha yaqin bo`lsa o`zgaruvchi omillarning multikollinearlik darajasi shunchalik past bo`ladi, aksincha

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

bo`lgan holatda omillaro korrelyatsiya kuchli, multikollinearlik darajasi yuqori bo`lib, regressiya tenglamasining ishonchlilik darajasi past deb hisobdanadi.

Ko`p omilli regressiya tenglamalari parametrlarining qiymatlarini hisoblash uchun EKKU qo`llaniladi. Buning uchun qoldiq dispersiya



*gomoskedastik* bo'lishi talab etiladi, ya'ni  $x_j$  omilning har bir qiymati uchun qoldiq  $\varepsilon_i$  bir hil dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Agar mazkur shart bajarilmasa qoldiq dispersiya geteroskedastik bo'ladi, ya'ni qoldiq dispersiyalar o'zaro teng bo'lmaydi:

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 \neq \sigma_{\varepsilon_j}^2 \neq \sigma^2, \quad j \neq i.$$

Ko'p omilli regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi sifatida sifat ko'rsatkichlari kiritilishi mumkin (masala.n: kasb, jins, ma'lumot, ob-havo sharoiti va x.k). Regression modelga bu kabi o'zgaruvchilarini kiritish uchun ularni tartiblab biror qiymat berilishi kerak, ya'ni sifat o'zgaruvchilari miqdor o'zgaruvchilarga aylantiriladi. Bunday ko'rinishdagi almashtirilgan o'zgaruvchilar ekonometrikada "*sohta(fiktiv) o'zgaruvchilar*" deb nomlanadi.

Masala.n, modelga "ma'lumot" iborasi sohta o'zgaruvchi kiritilayotgan bo'lsa, uni quyidagicha belgilash mumkin:

$$z = \begin{cases} 1 - \text{oliy ma'lumotli} \\ 0 - \text{o'rta maxsus ma'lumotli} \end{cases}$$

Sohta o'zgaruvchilarning ta'sirini ahamiyatligi haqidagi xulosani *Ctyudent t-kriteriyasidan* foydalanib chiqarish mumkin.

## 2.2. Namunaviy misollar Yechish

### 1-misol.

Shahardagi 30 ta oila bo'yicha jon boshiga kunlik o'rtacha daromad( $y$ ), bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi( $x_1$ ) va ishsizlarning o'rtacha yoshi( $x_2$ ) haqida ma'lumotlar berilgan(2.1-jadval).

11.2.1-jadval

Belgilar	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti
Jon boshiga kunlik o'rtacha daromad, ming so'm, $y$	86,8	11,44	-
Bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm, $x_1$	54,9	5,86	$r_{yx_1} = 0,8405$
Ishsizlarning o'rtacha yoshi, yosh, $x_2$	33,5	0,58	$r_{yx_2} = -0,2101$ $r_{x_1x_2} = -0,1160$

### Topshiriq:

1. Standartlashtirilgan va oddiy shakldagi ko'pomilli regressiya tenglamasini tuzing; xususiy elastiklik koeffitsientini hisoblang, ularni  $\beta_1$  va  $\beta_2$  bilan taqqoslang, ular orasidagi farqni tushuntiring.

2. Chiziqli xususiy korrelyatsiya koeffitsientini va ko`p omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang, ularni juft korrelyatsiya koeffitsienti bilan taqqoslang va oralaridagi farqni tushuntiring.

3. Fisherning umumiy va xususiy F-kriteriyasini hisoblang.

### Yechish

$y$  ning  $x_1$  va  $x_2$  omil belgilar bilan chiziqli ko`p omilli regressiya tenglamasi  $y = a + b_1x_1 + b_2x_2$  ko`rinishga ega. Uning parametrlarini hisoblash uchun o`zgaruvchilarni standartlashtirish usulidan foydalanamiz va tuzilishi kerak bo`lgan tenglamani standartlashtirilgan masshtabda yozamiz:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2}.$$

$\beta_1, \beta_2$  –koeffitsientlarning qiymatlarini quyidagi formulalar bilan hisoblaymiz:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{0,8161}{0,9865} = 0,8273.$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{-0,2101 + 0,8425 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{-0,1126}{0,9865} = -0,1141.$$

Koeffitsientlarning qiymatlarini o`rinlariga qo`yib quyidagi tenglamani olamiz:

$$t_y = 0,8273t_{x_1} + 0,1141t_{x_2}.$$

Oddiy shakldagi tenglamani tuzish uchun  $b_1$  va  $b_2$  parametrlarni hisoblash uchun  $\beta_i$  dan  $b_i$  ga o`tkazadigan formuladan foydalanamiz:

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}; \quad b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

$$b_1 = 0,8273 \frac{11,44}{5,86} = 1,6151; \quad b_2 = -0,1141 \frac{11,44}{5,80} = -2,2505.$$

$a$  parametrning qiymatini hisoblaymiz:

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2 = 86,8 - 1,6151 \cdot 54,9 + 2,2505 \cdot 33,5 = -73,52.$$

Yuqoridagilardan foydalanib oddiy ko`rinishdagi regressiya tenglamasini yozamiz:

$$y_{x_1x_2} = -73,52 + 1,62x_1 - 2,25x_2$$

$x_1$  va  $x_2$  o`zgaruvchilarning  $y$  ga nisbiy ta`sir kuchini tavsiflash uchun o`rtacha elastiklik koeffitsientini hisoblaymiz:

$$\bar{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$$

$$\bar{E}_{yx_1} = 1,62 \frac{54,9}{86,8} = 1,03\%, \quad \bar{E}_{yx_2} = -2,25 \frac{33,5}{86,8} = -0,87\%.$$

O`rtacha ish haqi ( $x_1$ ) 1 %ga o`zgarishi bilan jon boshiga o`rtacha daromadni ( $y$ ) o`zining o`rtacha darajasiga nisbatan 1,03 %ga ko`payishiga olib keladi; ishsizlarning o`rtacha yoshi ( $x_2$ ) 1 yoshga o`sganda jon boshiga o`rtacha daromad o`zining o`rtacha darajasidan 0,87 %ga kamayadi.

Ko`rinib turibdiki o`rtacha ish haqining jon boshiga o`rtacha daromadga ta`sir kuchi, ishsizlarning o`rtacha yoshini ta`sir kuchiga nisbatan katta ekan.

Bog`lanish kuchi haqidagi xuddi shunday xulosaga  $\beta_1$  va  $\beta_2$ lar qiymatlarining modullarini taqqoslash natijasida ham kelimiz:

$$|\beta_1| = |0,8273| > |\beta_2| = |-0,1141|.$$

$\bar{E}_{yx_j}$  va  $\beta_i$  larni taqqoslashda olingan natijaga omillarning ta`sir kuchlaridagi farqlanishni quyidagicha tushunish kerak: elastiklik koeffitsienti o`rtachalarning nisbatidan kelib chiqadi, ya`ni  $\bar{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$ ,

$\beta_i$  - koeffitsientlar esa o`rtacha kvadratik chetlanishlar nisbatidan kelib chiqadi

1. Chiziqli xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari rekkurent formulalar yordamida hisoblanadi:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,2101^2)(1 - 0,116^2)}} = 0,8404,$$

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{-0,2101 + 0,8405 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,116^2)}} = -0,2092,$$

$$r_{x_1x_2y} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1}r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2}^2)}} = \frac{-0,116 + 0,8405 \cdot 0,2101}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,2101^2)}} = 0,1144.$$

Agar juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini taqqoslab ko`rsak omillar orasidagi bog`lanish ( $r_{x_1x_2} = -0,116$ ) kuchsiz

boʻlganligi sababli juft va xususiy korrelyatsiyalar bir biridan kam farq qiladi degan xulosaga kelamiz.

Juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari asosida olingan xulosalar ustma-ust tushadi:

$$r_{yx_1} = 0,8405; \quad r_{yx_2} = -0,2101; \quad r_{x_1x_2} = 0,1160;$$

$$r_{yx_1x_2} = 0,8404; \quad r_{yx_2x_1} = -0,2092; \quad r_{x_1x_2y} = 0,1144.$$

$r_{yx_j}$  va  $\beta_j$  koeffitsientlarni qoʻllab chiziqli koʻp omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{r_{yx_1} \cdot \beta_1 + r_{yx_2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8405 \cdot 0,8273 + 0,2101 \cdot 0,1141}$$

$$= \sqrt{0,7193} = 0,8481.$$

$y$  ning  $x_1$  va  $x_2$  omillarga bogʻliqligi yuqori deb baholanadi, jon boshiga oʻrtacha daromadning 72% variatsiyasi modelda hisobga olingan omillar: oʻrtacha ish haqi va ishsizlarning oʻrtacha yoshi variatsiyasi bilan tavsiflanadi. Modelga kiritilmagan boshqa omillar  $u$  ning umumiy variatsiyasining 28%ni tashkil etadi.

3. Umumiy F–kriteriya regressiya tenglamasining va bogʻlanish zichligi koʻrsatkichi ( $R^2 = 0$ )ning statistik ahamiyatligi haqidagi  $H_0$  gipotezani tekshiradi:

$$F_{\text{haq}} = \frac{R_{x_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{m}{n - m - 1} = \frac{R_{x_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

$$= \frac{0,7193}{0,2807} \cdot \frac{27}{2} = 34,6;$$

$$F_{\text{jadv}} = 3,4; \quad \alpha = 0,05.$$

$F_{\text{jadv}}$  va  $F_{\text{haq}}$  larni taqqoslaganda,  $F_{\text{jadv}} = 3,4 < F_{\text{haq}} = 34,6$  boʻlganligi sababli  $H_0$  gipotezani rad etish kerak degan xulosaga kelamiz.  $1-\alpha=0,95$  ehtimollik bilan tenglamani va haqiqatda  $x_1$  va  $x_2$  omillarni taʼsiri natijasida hosil boʻlgan bogʻlanish zichligi koʻrsatkichi  $R_{yx_1x_2}$  ni statistik maʼnodorligi haqida xulosa qilamiz.

$F_{x_1}$  va  $F_{x_2}$  xususiy F-kriteriya  $x_1$  va  $x_2$  omillarni koʻp omilli regressiya tenglamasida ishtirokini statistik ahamiyatligini va bir omilni ikkinchi omildan soʻng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi, yaʼni  $F_{x_1}$   $x_1$  omilni modelga  $x_2$  omil kiritilgandan soʻng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Mos ravishda  $F_{x_2}$   $x_2$  omilni modelga  $x_1$  omil kiritilgandan soʻng kiritish maqsadga muvofiqligini koʻrsatadi.

$$F_{x_1\text{haq}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,2101^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64,9.$$

$$F_{jadv} = 4,21; \quad \alpha = 0,05.$$

$F_{jadv}$  va  $F_{\text{haq}}$  larni taqqoslab,  $F_{jadv} = 3,4 < F_{x_1\text{haq}} = 64,9$  bo'lganligi sababli  $x_1$  omilni modelga  $x_2$  omildan so'ng kiritish kerak degan xulosaga kelamiz.  $R_y^2$  ni  $x_1$  omilni qo'shimcha kiritish hisobiga o'sib borishi muhim emasligi haqidagi  $H_0$  gipotezani rad etamiz va  $x_1$  omilni  $x_2$  omildan so'ng kiritish maqsadga muvofiqligi statistik ma'qullanganligi haqidagi xuloaga kelamiz.  $x_2$  omilni  $x_1$  omildan so'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini  $F_{x_2}$  tekshiradi.

$$F_{x_2\text{haq}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,8405^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 1,234.$$

$F_{x_2\text{haq}}$  ning qiymatini kichikligi  $x_2$  omilni modelga  $x_1$  omildan so'ng kiritilishi hisobiga  $r_{yx_1}^2$  ning o'sishi statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi. Bundan kelib chiqqan holda,  $x_2$  omil(ishsizlarning o'rtacha yoshi)ni modelga kiritish maqsadga muvofiq emasligi haqidagi  $H_0$  gipoteza tasdiqlanadi. Bu esa o'rtacha daromadni o'rtacha ish haqiga bog'lanishini ifodalovchi juft regressiya modeli etarlicha statistik ma'noga ega, ishonchli va uni  $x_2$  -ishsizlarning o'rtacha yoshi omilini kiritib yanada yaxshilashni zaruriyati yo'qligini ko'rsatadi.

## 2-misol.

Hududning 20ta ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida  $y$  - jon boshiga o'rtacha yillik daromadining(mlrd. so'm)  $x_1$  .hududda dehqonchilik bilan shug'ulanayotgan band aholining umumiy aholi sonidagi ulushi(%) va  $x_2$  - barcha aholi sonidagi chorvachilik bilan shug'ullanuchi aholi ulushi(%)ga bog'liqligi quyidagi 11.2.2-jadvalda keltirilgan ma'lumotlar asosida o'rganilgan:

11.2.2 –jadval

Belgilar	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Bog'lanish zichligi	Bog'lanish tenglamasi
$y$	112,76	31,58	$R_{yx_1x_2} = 0,773$	$\hat{y}_{x_1x_2} = -130,49 + 6,14 \cdot x_1 + 4,13 \cdot x_2$
$x_1$	3,34	3,34	$r_{yx_1} = 0,746$	$\hat{y}_{x_1} = 74,4 + 7,1 \cdot x_1$
$x_2$	1,74	1,74	$r_{yx_2} = 0,507$ $r_{x_1x_2} = 0,432$	$\hat{y}_{x_2} = -355,3 + 9,2 \cdot x_2$

### Talab etiladi:

1. Ko'p omilli regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligi ko'rsatkichini statistik ahamiyatligini  $\alpha=0,05$  muhimlik darajasida tekshirish uchun dispersion taxlil jadvalini tuzish;

2. Ko'p omilli regressiya tenglamasiga  $x_1$  omilni  $x_2$  omildan so'ng kiritilishi va  $x_2$  omilni  $x_1$  omildan so'ng kiritilishini qanchalik maqsadga muvofiqligini Fisherning xususiy  $F$  –kriteriysi yordamida baholash;

3. Ko'p omilli regressiya tenglamasida  $x_1$  va  $x_2$  erkli o'zgaruvchilar oldidagi statistik ahamiyatligini Student  $t$  –kriteriysi yordamida baholash.

### Yechish

1. Dispersion taxlil masalasi regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligini statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi  $H_0$  gipotezani tekshirishdan iborat.

Taxlil Fisherning  $F$  –kriteriysining  $F_{jadv}$  va  $F_{haq}$  larning qiymatlarini taqqoslash bilan amalga oshiriladi.  $F_{haq}$  erkinlik darajasi bir bo'lgan holatda haqiqiy va qoldiq dispersiyalarning nisbatlari yordamida topiladi:

$$F_{haq} = \frac{\sum(\hat{y}_{x_1x_2} - \bar{y})^2}{m} : \frac{\sum(y - \bar{y}_{x_1x_2})^2}{n - m - 1} = \frac{\sigma_{haq}}{\sigma_{qol}} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

bu yerda  $n$  –kuzatuvlar soni;

$m$  –chiziqli regressiya tenglamasidagi omillar soni;

$y$  –natijaviy belgining haqiqiy qiymati;

$\hat{y}_{x_1x_2}$  –natijaviy belgining hisoblangan qiymati.

Dispersion taxlilni amalga oshiramiz:

$$S_{umum} = \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9;$$

$$S_{haq} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_1x_2}^2 = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3;$$

$$S_{qol} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R_{yx_1x_2}^2) = \sigma_{umum} - \sigma_{haq} = 8027,6;$$

$$F_{haq} = \frac{11918,3}{8027,6} \cdot \frac{17}{2} = 12,62.$$

Dispersion taxlilning natijasini quyidagi 11.2.3–jadvalda ifodalaymiz:

11.2.3-jadval

Natijaning variatsiyasi, $y$	Erkinlik darajasi soni	Chetlanish kvadratlari yig'indisi, $S$	Bir erkinlik darajasiga dispersiya, $s^2$	$F_{\text{haq}}$	$F_{\text{jadv}}$ $\alpha=0,05,$ $k_1=2, k_2=17$
Umumiy	$df = n-1=19$	19945,9	-	-	-
Omili	$k_1=m=2$	11918,3	5959,15	12,62	3,59
Qoldiq	$k_2=n-m-1=17$	8027,6	472,21	-	-

$F_{\text{jadv}}$  va  $F_{\text{haq}}$  larning qiymatlarini taqqoslash natijasi  $H_0$  gipotezani rad etish xulosasiga olib keladi va regressiya tenglamasini umuman va  $R^2_{yx_1x_2}$  ning qiymati bo'yicha statistik ahamiyatligi haqida xulosa qilamiz, chunki ular statistik ishonchli va tasodifiy bo'lmagan omillar ta'sirida xosil bo'lgan.  $H_0$  gipotezani rad etganda bo'lishi mumkin bo'lgan xatolik ehtimolligi 5%dan oshmaydi va bu etarlicha kichik miqdorni tashkil etadi.

2. Fisherning xususiy  $F$  -kriteriysi  $x_1$  omilni  $x_2$  omil modelga kiritilgandan co'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Fisherning xususiy  $F$  -kriteriysi omil dispersiyani qo'shimcha kiritilgan omil (bir erkinlik darajasiga) hisobiga o'zgarishini qoldiq dispersiyaga nisbati bilan hosil qilinadi, ya'ni

$$F_{\text{xususiy}_{x_1}} = \frac{S_{\text{haq}_{yx_1x_2}} - S_{\text{haq}_{yx_2}}}{S_{\text{qol}_{yx_1x_2}}} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

Dispersion taxlilni amalga oshiramiz va uning natijalarini 2.4-jadvalda ifodalaymiz:

$$\begin{aligned} S_{\text{umum}} &= \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9; \\ S_{\text{haq}} &= \sigma_y^2 \cdot n \cdot R^2_{yx_1x_2} = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3; \\ S_{\text{haq}_{x_2}} &= \sigma_y^2 \cdot n \cdot R^2_{yx_2} = 19945,9 \cdot 0,507^2 = 5127,1; \\ S_{\text{haq}_{x_1}} &= S_{\text{haq}} - S_{\text{haq}_{x_2}} = 11918,3 - 5127,1 = 6791,2; \\ S_{\text{qol}} &= \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R^2_{yx_1x_2}) = \sigma_{\text{umum}} - \sigma_{\text{haq}} = 8027,6; \end{aligned}$$

11.2.4-jadval

Natijaning variatsiyasi, $y$	Erkinlik darajasi soni	Chetlanish kvadratlari yig'indisi, $S$	Bir erkinlik darajasiga dispersiya, $s^2$	$F_{\text{haq}}$	$F_{\text{jadv}}$ $\alpha=0,05,$ $k_1=2, k_2=17$
Umumiy	$df = n-1=19$	19945,9	-	-	-
Omili	$k_1=m=2$	11918,3	5959,15	12,62	3,59
Shu jumladan: - $x_2$ hisobiga	1	5127,1	5127,1	10,86	4,45
-qo'shimcha kiritilgan $x_1$ hisobiga	1	6791,2	6791,2	14,38	4,45
Qoldiq	$k_2=n-m-1=17$	8027,6	472,21	-	-

Modelga  $x_1$  omilni  $x_2$  omildan keyin kiritish statistik ma`noga ega va to`g`ri deb hisoblanadi, chunki  $x_1$  omilni modelga qo`shimcha ravishda kiritish natijasi omil dispersiyani o`shirishga olib keldi, ya`ni

$$F_{xususiy_{x_1}} = \frac{11918,3 - 5127,1}{8027,6} \cdot \frac{17}{1} = 14,38.$$

$$F_{xususiy_{x_1}} = 14,38 > F_{jad} = 4,45.$$

Huddi shu tartibda  $x_2$  omilni avval kiritilgan  $x_1$  omildan so`ng qo`shimcha qilib kiritilishini maqsadga muvofiqligini aniqlaymiz. Hisoblashlarni  $R_{y_{x_1x_2}}^2$  va  $r_{yx_1}^2$  bog`lanish zichliklarini qo`llab amalga oshiramiz:

$$F_{xususiy_{x_2}} = \frac{R_{y_{x_1x_2}}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{y_{x_1x_2}}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,773^2 - 0,746^2}{1 - 0,773^2} \cdot 17 = 1,7.$$

Hosil bo`lgan  $F_{hususiy} = 1,7 < F_{jadv} = 4,45$  munosabatdan kelib chiqib  $x_2$  omilni  $x_1$  omildan so`ng kiritish maqsadga muvofiq emas deb xulosa qilishimiz mumkin, chunki erkinlik darajasi bir bo`lganda haqiqiy dispersiyani ortishi muhim emas, statistik ahamiyatga ega emasligi kelib chiqdi,  $x_2$  omilni ta`siri sezilarli ham, doimiy ham emas ekan.  $y$  ni  $x_1$  ga chiziqli juft regressiya tenglamasni tuzish bilan chegaralanish kifoya edi.

3.  $b_1$  va  $b_2$  koeffitsientlarning ahamiyatligini Student  $t$  – kriteriyasi yordamida baholash, ularning qiymatlarini  $m_{b_1}$  va  $m_{b_2}$  – tasodifiy xatoliklar qiymatlari bilan taqqoslash bilan bog`liq. Tasodifiy hatoliklarning qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi usuldan foydalanamiz:

$$t_{b_1} = \sqrt{F_{xususiy_{x_1}}} = \sqrt{14,38} = 3,79,$$

$$t_{b_2} = \sqrt{F_{xususiy_{x_2}}} = \sqrt{1,73} = 1,32.$$

Student  $t$  –kriteriyasini taqqoslab ko`ramiz. Bizning misolimizda  $\alpha = 0,05$ ,  $df = 20-3=17$ ,  $t_{jadv} = 2,14$ .  $t_{b_1} = 3,79 > t_{jadv} = 2,11$  munosabatdan xulosa qilish mumkinki,  $b_1$  regressiya koeffitsienti statistik ma`nodor, ahamiyatga ega, taxlil va prognoz masalalarini echishda uni qo`llash mumkin.

$t_{b_2} = 1,32 < t_{jadv} = 2,11$  munosabatdan  $b_2$  regressiya koeffitsienti statistik ma`noga ega emas, ahamiyatsiz, u tasodifiy omillar ta`siri natijasida hosil bo`lgan degan xulosa qilinadi. Ushbu natija ko`rsatadiki  $y$  –natijaviy ko`rsatkichga  $x_1$  omilning ta`siri statistik ahamiyatga ega,  $x_2$  omilning ta`siri ahamiyatsiz, ya`ni xududda 20ta fermer xo`jaliklarida



faoliyat yuritayotgan aholining o`rtacha yillik jon boshiga daromadi asosan dexqonchilik bilan shug`ullanayotgan aholining ulushiga to`g`ri kelishini ko`rsatadi.

### 3-misol.

Qo`y go`shti( $y$ )ga talabni uning narxi( $x_1$ )ga va mol go`shti narxi( $x_2$ )ga bog`liqligi quyidagi

$$\log y = 0,1274 - 0,2143 \cdot \log x_1 + \log x_2$$

tenglama bilan ifodalangan.

#### Topshiriq:

1. Berilan tenglamani oddiy shaklga keltiring.
2. Agar  $x_1$  oldidagi  $b_1$  parametr uchun  $t$  –kriteriy 0,827,  $x_2$  oldidagi  $b_2$  parametr uchun esa -1,015 ma`lum bo`lsa, berilgan tenglama parametrlarini ahamiyatli ekanligini baholang.

#### Yechish

1. Berilgan ko`p omilli regressiya tenglamasini ikki tomonlama potentsirlab oddiy shaklda yozamiz:

$$y = 10^{0,1274} \cdot x_1^{-0,2143} \cdot x_2^{2,8254}; \text{ yoki } y = 10^{0,1274} \cdot \frac{1}{x_1^{0,2143}} \cdot x_2^{2,8254}$$

Darajali funktsiyalarda  $b_1$  va  $b_2$  regressiya koeffitsientlari  $y$  natijaning  $x_1$  va  $x_2$  larga nisbatan elastiklik koeffitsientlariga teng.

$$\bar{E}_{yx_1} = -0,2143\%; \quad \bar{E}_{yx_2} = 2,8254\%.$$

Qo`y go`shtiga talab mol go`shti bahosi bilan yuqori bog`lanishda, mol go`shtining narhi 1%ga ko`tarilganda qo`y go`shtiga talab 2,83%ga oshmoqda. Qo`y go`shtiga talabning uning bahosiga bog`lanishi teskari, ya`ni narhning 1%ga o`zgarishi talabni 0,21%ga kamayishiga olib kelmoqda.

2.  $t$ -kriteriyning jadval qiymati  $\alpha = 0,05$  bo`lganda odatda erkinlik darajasiga bog`liq ravishda 2-3 oraliq`ida yotadi. Ushbu misol.da  $t_{b_1} = 0,827$ ,  $t_{b_2} = 1,015$ . Bu natija  $t$  –kriteriysining qiymatlari ancha kichik bo`lib, bog`lanish tabiati tasodifiyligi, tenglamani statistik ahamiyatli emasligi haqidagi dalolatni beradi. Shuning uchun tuzilgan tenglamani prognoz uchun qo`llashga tavsiya etilmaydi.

## 2.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

### 1-masala.

Quyidagi jadvalda berilan ma`lumotlar asosida hududdagi 20ta korxonaga bo`yicha maxsulot ishlab chiqarishning bir ishchiga to`g`ri keladigan hajmini ( $y$ , ming so`m) yangi kiritilgan asosiy fondlarga ( $x_1$ ,

yil oxiridagi fond qiymatidan %) va ishchilarning umumiy sonidagi yuqori malakali ishchilarning salmog'iga ( $x_2$ , %) bog'liqligi o'rganilgan.

11.2.5-jadval

Korxonaraqami	y	$x_1$	$x_2$	Korxonaraqami	y	$x_1$	$x_2$
1	7,0	3,9	10,0	11	9,0	6,0	21,0
2	7,0	3,9	14,0	12	11,0	6,4	22,0
3	7,0	3,7	15,0	13	9,0	6,8	22,0
4	7,0	4,0	16,0	14	11,0	7,2	25,0
5	7,0	3,8	17,0	15	12,0	8,0	28,0
6	7,0	4,8	19,0	16	12,0	8,2	29,0
7	8,0	5,4	19,0	17	12,0	8,1	30,0
8	8,0	4,4	20,0	18	12,0	8,5	31,0
9	8,0	5,3	20,0	19	14,0	9,6	32,0
10	10,0	6,8	20,0	20	14,0	9,0	36,0

### Topshiriq:

1. Har bir belgining varitsiya ko'rsatkichlarini baholang va ularni o'rganish uchun EKKUni qo'llash mumkinligi haqida xulosa qiling.

2. Chiziqli juft korrelyatsiya va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini tahlil qiling.

3. Ko'p omilli regressiya tenglamasini yozing, uning parametrlarini ahamiyatligini va iqtisodiy ma'nosini baholang.

4. *Regressiya tenglamasini va  $R^2_{y_{x_1x_2}}$  ning statistik ishonchliligini Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang. Tuzatilgan va tuzatilmagan ko'p omilli chiziqli determinatsiya koeffitsientlarining qiymatlarini taqqoslang.*

5. Fisherning F-kriteriyasi yordamida  $x_1$  omilni  $x_2$  omildan va  $x_2$  omilni  $x_1$  omildan so'ng kiritilishini maqsadga muvofiqligini baholang.

6. O'rtacha xususiy elastiklik koeffitsientlarini hisoblang va ular asosida omillarni natijaga ta'sir kuchini qiyosiy baholang

### 2-masala.

19ta ulgurji savdo korxonalari bo'yicha sotilgan mahsulot hajmi(y)ni savdo maydoni o'lchami( $x_1$ ) va tovar zaxiralari( $x_2$ )ga bog'liqligi o'rganilgan va regressiya tenglamasining quyidagi variantlari olingan:

1.  $y = 25 + 15x_1$   $r^2 = 0,90;$

2.  $y = 42 + 27x_2$   $r^2 = 0,84;$

3.  $y = 30 + 10x_1 + 8x_2$   $R^2 = 0,92;$   
 (2,5) (4,0)

4.  $y = 21 + 14x_1 + 20x_2 + 0,6x_2^2$   $R^2 = 0,95;$   
 (5,0) (12,0) (0,2)

qavs ichida regressiya koeffitsientlari uchun standart xatoliklarning qiymatlari berilgan.

**Topshiriq:**

1. Natijani har bir omil bilan bog`lanish kuchini tahlil qiling.
2. Eng ma`qul regressiya tenglamasini tanlang, olingan natijalarni asoslab bering.

**3-masala.**

20ta yengil sanoat korxonalari bo`yicha ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi ( $y$ , mlrd. so`m)ni yil davomida ishlangan kishi-soat ( $x_1$ , ming kishi) va ishlab chiqarish uskunalari ( $x_2$ , mlrd. so`m)ning o`rtacha yillik qiymatiga bog`liqligi o`rganilgan va quyidagi natijalar olingan:

Regressiya tenglamasi:	$-y = 35 + 0,06x_1 + 2,5x_2$
Ko`p omilli korrelyatsiya koeffitsienti:	- 0,9
Natijaning hisoblangan qiymatlarini haqiqiy qiymatlaridan farqining kvadratlari yig`indisi:	-3000

**Topshiriq:**

1. Yuqoridagi modelda determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Dispersion taxlil natijalari jadvalini tuzing.
3. Olingan regression tahlil natijalarini tavsiflab bering.

**4-masala.**

Mamlakatning 25ta xududida paxta xosildorligiga ( $y$ , ts/ga) ob-havo sharoitining ta`siri o`rganilgan. Bunda ikkita erkli o`zgaruvchi parametrlar tanlab olingan:  $x_1$  -yillik o`rtacha yog`ingarchilik (mm);  $x_2$  -havoning o`rtacha harorati ( $C^0$ ).

Bu ko`rsatkichlarning juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko`rinishga ega:

	$y$	$x_1$	$x_2$
$y$	1		
$x_1$	0,8	1	
$x_2$	0,7	-0,8	1

**Topshiriq:**

1. Natijaning har bir omil bilan xususiy korrelyatsiyasini hisoblang. Natijaning juft va xususiy korrelyatsiyalar koeffitsientlari orasidagi farqni izohlab bering.
2. Berilgan korrelyatsiya matritsasi asosida quyidagi regressiya tenglamalarning qaysi birini tuzish maqsadga muvofiq:
  - a)  $y$  ni  $x_1$  ga chiziqli juft regressiyasini;
  - b)  $y$  ni  $x_2$  ga chiziqli juft regressiyasini;

v) ko'p omilli chiziqli regressiyani.

### 5-masala.

Ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida mahsulot ishlab chiqarish hajmini mehnat sarfi va sarflangan energiya hajmiga bog'lanishi o'rganib chiqilgan. Buning uchun 20ta fermer xo'jaligining har biri bo'yicha bir yillik o'rtacha mahsulot hajmi ( $u$ , mlrd. so'm), xo'jliklar ishchilarining ro'yhatdagi o'rtacha soni ( $x_1$ , kishi), sarf qilingan energiyaning yillik o'rtacha qiymati ( $x_2$ , mln.so'm), haqidagi malumotlar to'plangan.

Quyida ushbu malumotlarni korrelyatsion taxlili natijalari keltirilgan.

Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi:

<i>erilgan o'zgaruvchilar uchun</i>				<i>O'zgaruvchilarning natural logarifmlari uchun</i>			
	$y$	$x_1$	$x_2$		$\ln y$	$\ln x_1$	$\ln x_2$
$y$	1,00			$\ln y$	1,00		
$x_1$	0,78	1,00		$\ln x_1$	0,86	1,00	
$x_2$	0,86	0,96	1,00	$\ln x_2$	0,90	0,69	1,00

### Topshiriq:

1. Yuqorida berilgan korrelyatsiya koeffitsientlarning ma'nosini tushuntirib bering.
2. Ushbu ma'lumotlardan foydalanib quyidagilarga nisbatan xulosa yozing:
  - a)  $y$  ni  $x_1$  ( $y=a+bx_1$ ) va  $y$  ni  $x_2$  ( $y=a+bx_2$ ) juft chiziqli regressiya tenglamalarida regressiya koeffitsientlari ishoralari haqida;
  - b) chiziqli ko'p omilli regressiya tenglamasida  $x_1$  va  $x_2$  o'zgaruvchilarning regressiya koeffitsientlarining statistik ahamiyatliligi haqida.
3.  $y= a+bx_1$  va  $y=a+bx_2$  chiziqli juft regressiya tenglamalarida determinatsiya koeffitsientlari qiymatlarini aniqlang.
4. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientini aniqlang.
5. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasini standartlashtirilgan masshtabda aniqlang va xulosa qiling.

### 6-masala.

Viloyatning 30ta tijorat banklarida ularning ish faoliyati ( $y$ ) ning bank xodimlarining yoshi( $x_1$ ), bilim darajasi( $x_2$ ) va jinsi( $x_3$ )

ko'rsatkichlariga bog'liqligini o'rganish maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y$	1,00			
$x_1$	0,30	1,00		
$x_2$	0,60	0,10	1,00	
$x_3$	0,40	0,15	0,80	1,00

### Topshiriq:

1. Standartlashtirilgan ko'rinishdagi regressiya tenglamasini tuzing va xulosa qiling.
2. Ko'p omilli korrelyatsiya (tuzatish kiritilgan va tuzatish kiritilmagan) koeffitsientlarini aniqlang
3.  $x_1$  o'zgaruvchini modelga  $x_2$  va  $x_3$  o'zgaruvchilar kiritilgandan so'ng kiritilishi maqsadga muvofiqligini baholang.

### 7-masala.

Mamlakatning 25ta xududi savdo do'konlarida sotilayotgan muzlatkichlarga bo'lgan talab ( $y$ , dona)ni xudud aholisining o'rtachi yillik jon boshiga daromadi ( $x_1$ , mln. so'm) va muzlatkichlarning o'rtacha narxi ( $x_2$ , mln. so'm)ga bog'liqligini o'rganish maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha quyidagilar ma'lum:

11.2.6-jadval

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	Variatsiya koeffitsienti, %	Regressiya tenglamasi
$y$	35	20	$\hat{y} = 20 + x_1 - 2,0x_2$
$x_1$	16	30	$\hat{y} = 9 + 1,1x_1$
$x_2$	8	10	$\hat{y} = 4 - 4,1x_2$

### Topshiriq:

1. Agar  $r_{x_1x_2} = -0,35$  bo'lsa har bir regressiya tenglamasining muhimligini baholang.
2. Ikki asosiy erkli o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsientlarini muhimligini baholang.
3. Xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini aniqlang.
4. Xususiy elastiklik koeffitsientlarini toping.

### 8-masala.

Birlashmaning 30ta korxonasi bo'yicha foydaning ( $y$ , mlrd. so'm) bir ishchiga to'g'ri keladigan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi ( $x_1$ ,

dona) va mahsulot bahosi indeksiga ( $x_2$ , %) bog'liqligi o'rganilgan. Ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan:

11.2.7-jadval

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Juft korrelyatsiya koeffitsientlari
$u$	250	38	$r_{yx1} = 0,68$
$x_1$	47	12	$r_{yx2} = 0,63$
$x_2$	112	21	$r_{x1x2} = 0,42$

### Topshiriq:

1. Juft regressiya chiziqli tenglamasini tuzing, ularning ahamiyatligini Fisher F- kriteriysi yordamida baholang.
2. Standartlashgan va natural masshtablarda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
3. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini, Fisherning umumiy va xususiy kriteriyasini hisoblang va xulosa qiling.

### 9-masala.

50 ta oilada go'sht mahsulotlarini iste'mol hajmi  $-y$  (kg., har bir kishiga)ni daromad  $-x_1$  ( so'm.,har bir oila a'zosiga)ga va baliq mahsulotlari iste'moli  $-x_2$  (kg. har bir kishiga)ga bog'lanishi o'rganilgan. Tadqiqot natijalari quyidagicha bo'lgan:

Regressiya tenglamasi:

$$\hat{y} = -180 + 0,2x_1 - 0,4x_2$$

Parametrlarning standart hatoligi:

$$20 \quad 0,01 \quad 0,25$$

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti:

$$0,85$$

### Topshiriq:

1. Student t-kriteriysini qo'llab tenglama parametrlarini statistik ahamiyatligini baholang.
2. Fisherning F-kriteriysini baholang.
3. Fisherning xususiy F-kriteriysidan foydalanib modelga:
  - a)  $x_1$  omilni  $x_2$  omildan so'ng;
  - b)  $x_2$  omilni  $x_1$  omildan so'ng kiritilishini baholang.

### 10-masala.

Savdo korxonalarining yalpi daromadi hajmiga asosiy va aylanma vositalarining qiymatini ta'siri o'rganilgan. Buning uchun 12ta savdo korxonasidan quyidagi ma'lumotlar olingan:

Korxonalar tartib raqami	Yillik yalpi daromad, mlrd.so`m	O`rtacha yillik narx, mln.so`m	
		Asosiy fondlar	Aylanma vositalar
1	203	118	105
2	63	28	56
3	45	17	54
4	113	50	63
5	121	56	28
6	88	102	50
7	110	116	54
8	56	124	42
9	80	114	36
10	237	154	106
11	160	115	88
12	75	98	46

**Topshiriq:**

1. Ko`p omilli chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va uning parametrlarini iqtisodiy ma`nosini tushuntiring.
2. Elastiklikning xususiy koeffitsientlarini hisoblang.
3. Regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsientlarini aniqlang.
4. Natijaviy va omil belgilar orasidagi bog`lanish kuchi haqida xulosa qiling.
5. Juft va xususiy korrelyatsiya hamda ko`p omilli korrelyatsiya koeffitsientlarini aniqlang.
6. Determinatsiya koeffitsienti va Fisherning umumiy F-kriteriyasi asosida olingan tenglamani baholang.

**11-masala.** Quyidagi jadvalda berilgan o`zgaruvchilar orasidagi bog`lanishni va modelga kiritiluvchi o`zgaruvchilarning ketma-ketligini aniqlab sharhlab bering.

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y$	1	0,6	0,5	0,7
$x_1$	-	1	0,04	0,03
$x_2$	-	-	1	0,1
$x_3$	-	-	-	1

### 12-masala.

Quyidagi jadvaldagi o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlarga asoslangan holda modelga kiritilishi mumkin bo'lgan o'zgaruvchilarni tanlang va sharhlab bering.

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y$	1	0,65	0,6	0,5	0,03
$x_1$	-	1	0,5	0,9	0,3
$x_2$	-	-	1	0,3	0,2
$x_3$	-	-	-	1	0,2
$x_4$	-	-	-	-	1

### 13-masala.

Tarmoqdagi 40ta korxonada mehnat unumdorligi ( $y$ )ni ishchilarning malaka darajasi ( $x_1$ ) va ularning mehnatini energiya bilan qurollanganligi ( $x_2$ )ga bog'liqliligi o'rganilganda quyidagi natija olingan:

Regressiya tenglamasi	$\hat{y} = a + 10x_1 + 2x_2$		
Parametrlarning standart hatoligi	0,5	2	?
Parametrlar uchun t-kriteriya	3	?	5
Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti	0,85		

### Topshiriq:

1.  $a$  parametrni aniqlang va tushurib qoldirilgan qiymatlarni to'ldiring.
2. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientining qiymatidan foydalanib tenglamaning ahamiyatligini aniqlang.
3. Natijaga omillardan qaysi biri ko'proq ta'sir etishini aniqlang.

### 14-masala.

Dunyoning 45ta mamlakatida aholining o'rtacha umr ko'rish darajasi ( $y$ , yosh)ni YaIMning sotib olish qobiliyati pariteti ( $x_1$ ), aholining avvalgi yilga nisbatan qo'shimcha o'sishi sur'ati ( $x_2$ , %), ishchi kuchining avvalgi yilga nisbatan qo'shimcha o'sish sur'ati ( $x_3$ , %), yosh bolalar o'limi darajasi ( $x_4$ , ‰) ga bog'liqligi quyidagi jadval ma'lumotlari asosida o'rganilgan:

11.2.9-jadval

Mamlakat	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	47	3,0	2,6	2,4	113
2	55	4,3	2,5	2,4	91



3	52	2,4	3,1	3,1	89
4	58	5,1	1,6	2,1	79
5	57	3,4	2,0	1,7	72
6	50	2,0	2,9	2,7	123
7	53	4,5	2,9	2,8	80
8	58	5,1	2,7	2,7	58
9	62	5,2	1,8	2,0	68
10	68	7,4	3,1	4,0	46
11	47	4,9	3,1	2,8	124
12	60	8,3	2,9	3,3	90
13	67	7,0	3,0	3,8	45
14	69	10,8	1,1	1,1	34
15	57	7,8	2,9	3,1	56
16	51	7,6	2,9	2,6	90
17	72	12,1	1,3	2,0	16
18	63	14,2	2,0	2,7	56
19	64	14,1	1,6	2,5	51
20	66	10,6	2,2	2,7	39
21	65	12,4	2,0	2,6	55
22	66	12,4	2,9	3,5	44
23	69	15,6	2,2	3,2	36
24	74	13,1	1,0	1,8	13
25	68	13,5	2,7	2,9	41
26	70	15,6	0,2	0,2	13
27	69	28,0	0,9	1,3	35
28	67	20,7	1,7	2,1	48
29	70	20,0	0,3	0,6	14
30	72	23,7	1,9	2,8	33
31	68	20,0	1,5	1,6	44
32	71	33,4	2,4	2,7	12
33	72	35,3	1,5	2,1	12
34	73	24,6	0,6	1,0	18
35	73	30,8	1,3	2,0	22
36	78	43,4	0,6	0,9	8
37	72	42,4	0,9	1,9	10
38	77	53,8	0,2	1,0	7
39	77	61,1	3,5	3,5	8
40	77	70,2	1,1	1,4	6
41	78	73,7	0,2	0,4	7
42	78	78,3	1,3	1,0	6
43	78	78,0	0,5	0,8	6
44	77	100,0	1,0	1,1	8
45	80	82,0	0,3	0,6	4

### Topshiriq:

1. Ma'lumotlarni dispersion taxlilini amalga oshiring va ularni saralang.

2. Juft korrelyatsiyalar matritsasini tuzing. Qaysi omillar kollinear ekanligini aniqlang.
3. Omillarni saralashni asoslagan holda ko`p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
4. Qoldiqlar grafigini chizing va xulosa qiling.
5. Gelfelda-Kvandta testini qo`llab ko`p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o`tkazing.
6. Ko`p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatligini baholang. Bu tenglamada qaysi omillar kutilayotgan o`rtacha umr ko`rish darajasiga ko`proq ta`sir etadi.
7. Statistik ma`nodorlikka ega bo`lgan omillar bilan regressiya tenglamasini tuzing.

### 15-masala.

35ta mamlakat bo`yicha inson taraqqiyoti indeksi, hayot davomiyligi va aholining iste`mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga kaloriyaliligi to`g`risida ma`lumotlar berilgan:

*11.2.10-jadval*

Mamlakat	Inson taraqqiyoti indeksi, $y$	Hayot davomiyligi, yil, $x_1$	Aholining iste`mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga sutkalik kaloriyaliligi, kkal, $x_2$
1.	0,904	77,0	3343
2.	0,922	78,2	3001
3.	0,827	72,9	3161
4.	0,763	68,0	3101
5.	0,923	77,2	3543
6.	0,739	66,8	2938
7.	0,918	77,2	3237
8.	0,795	70,9	3402
9.	0,906	77,2	3330
10.	0,867	78,1	3575
11.	0,905	75,7	3808
12.	0,616	66,3	3289
13.	0,883	77,8	3272
14.	0,545	62,2	2415
15.	0,894	78,0	3295
16.	0,900	78,2	3504
17.	0,932	79,0	3056
18.	0,740	67,7	3004
19.	0,701	69,8	2844
20.	0,744	68,4	2861
21.	0,921	77,9	3259
22.	0,927	78,1	3350
23.	0,802	72,5	3344
24.	0,852	72,4	3336

25.	0,747	66,6	2704
26.	0,752	69,9	2943
27.	0,927	76,6	3642
28.	0,728	69,0	3568
29.	0,721	68,8	2453
30.	0,913	76,8	2916
31.	0,918	78,1	3551
32.	0,833	73,9	3177
33.	0,914	78,6	3280
34.	0,923	78,5	3160
35.	0,695	64,1	2933

### Topshiriq:

1. Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasini tuzing.
2. Juft regressiya tenglamasini tuzing.
3. Fisher va Styudent kriteriyalari yordamida tenglamalarni va ularning parametrlarini statistik ahamiyatligini baholang.
4. Ko`p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
5. Gelfelda-Kvanda testini qo`llab ko`p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o`tkazing.
6. Ko`p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatligini baholang. Quyidagi qaysi tenglamani prognozlash uchun qo`llash mumkin:
  - a)  $y$  ni  $x_1$  ga juft regressiyasini;
  - b)  $y$  ni  $x_2$  ga juft regressiyasini;
  - v) ko`p omilli regressiyani.

## XII BOB. ZAXIRALARNI BOSHQARISH MODELLARI

### 12.1-§. Tovar zaxiralarini boshqarishning ahamiyati va vazifalari

Amaliyotda xo`jalik ishlab chiqarish faoliyatini bir maromda amalga oshirishni ilmiy asosda tashkil etish uchun sanoat, savdo, tayyorlov, umumiy ovqatlanish va boshqa korxonalarda ma`lum miqdordagi moddiy tovar zaxiralari tuplanadi va saqlanadi. Chunki omborxonalarda zaxiralarni kerakli miqdordan kam yoki ko`p hajmda saqlanishi korxonaga uchun iqtisodiy zarar yetkazishi mumkin. Masalan, omborlarda keragidan ko`p miqdorda zaxiralarni saqlanishi xalq xo`jaligini oborot vositalarini aylanishini sekinlashishiga sabab bo`ladi hamda u ortiqcha tovar zaxiralarini saqlanishi korxonani qo`shimcha harajatlarni sarflashiga keltiradi. Ikkinchi tomondan, ushbu korxonadagi ortiqcha zaxiralar bir vaqtni o`zida boshqa korxonalarda yetishmasligi natijasida ishlab chiqarish jarayonlarida uzulishlar bo`lishiga sabab bo`lishi mumkin. Alohida hollarda esa xom-ashyolarni yetarli miqdorlarda bo`lmasligi hatto ishlab chiqarishni to`xtatishiga, iste`molchilarni talabini qondirilmazligiga ham sabab bo`lishi mumkin.

Shuning uchun tovar zaxiralarini saqlashni to`g`ri va ilmiy jihatdan normalashtirish katta ahamiyatga egadir.

Shu boisdan tovar zaxiralarini saqlash ko`rsatkichlarini rejalashtirish-optimallashtirish bu iqtisodiy-tashkiliy tadbirlar majmuidan (kompleksidan) iboratdir. Ushbu muammo-kompleksning asosiy vazifasi zaxiralarni saqlashning normalashtirish (me`yorlashtirish) ni iqtisodiy matematik modellashtirish va usullari asosida zamonaviy kompyuterlardan foydalanib amalga oshirib qachon, qancha miqdorda, umumiy harajatlari eng kichik miqdorda bo`ladigan u yoki bu tovar zaxiralarini olish samarali ekanligini aniqlab berishdan iboratdir.

O`z navbatida iqtisodiy matematik usullar yordamida aniqlangan zaxiralar miqdori ishlab chiqarish ehtiyojini ta`minlash va ortiqcha katta miqdordagi zaxiralarni saqlashga mablag` sarf qilmaslik imkonini beradi.

Zaxiralarni saqlashni boshqarish nazariyasi, usullari iqtisodiyotni turli tarmoqlari bilan bir qatorda juda ko`p miqdorda oziq-ovqat va turli tovar zaxiralariga ega bo`lgan savdo, tijorat, umumiy ovqatlanish korxonalari, tayyorlov idoralari kabi sohalarda keng qo`llanilishi mumkin.

Odatda, amaliyotda eng avvalo joriy tovar zaxiralari normalanadi. Joriy tovar zaxiralarini normalash esa qo`yidagi kabi tadbirlarni bajarish bilan amalga oshiriladi:

- Zaxiralarni tashib keltirish davri va chastotasini aniqlash;
- Tovarlariga bo`lgan talab-ehtiyoj miqdori-hajmini aniqlash;
- Buyurtmani tashib keltirish tartibini aniqlash;
- Buyurtmani bajarish shartlarini belgilash.

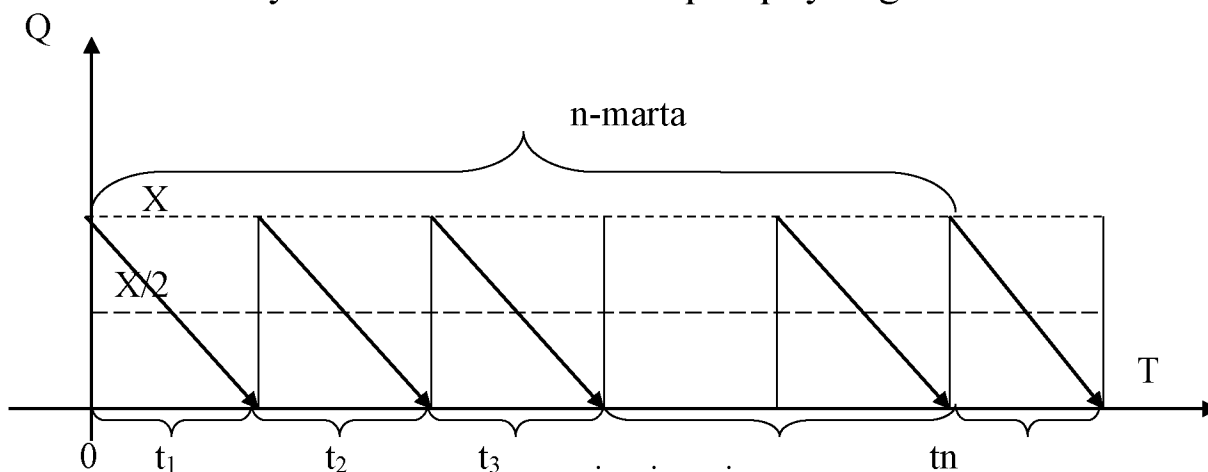
## 12.2-§. Bir turdagi joriy tovar zaxiralarini boshqarish modellari.

### Vilson formulasi

Joriy tovar zaxiralarini saqlashni optimallashtirishni umumiy masalalarini sodda modellarda qarab chiqamiz. Bunday modellarda qo`yidagi dastlabki taxminlar foydalaniladi:

1. Faqat bir turdagi tovar yoki tovarlar guruhi
2. Rejalashtirilayotgan davrda ehtiyoj oldindan to`la aniqlash
3. Tovarlarini yangi partiyalari qat`iy reja asosida keltirish
4. Harajatlarni zaxiralarni tashib keltirish va saqlash harajatlari
5. Zaxiralar ko`lami  $n = \frac{Q}{X} = \frac{T}{t}$  (1) munosabatni qanoatlantirgan

holda tovar zaxiralarini bir tekisda realizatsiya qilish natijasida bir maromda kamayib boradi va chizma orqali qo`yidagicha tasvirlanadi:



Bu yerda  $Q$  – rejalashtirilgan  $T$  – davrda omborga keltiriladigan jami tovarlarni to`la hajmi (miqdori);

$X$  – bitta partiyada keltiriladigan tovarlarni o`lchovi (bir marta tashib keltirish hajmi-miqdori);

$T$  – rejalashtirilayotgan davrni davomiyligi;

$t$  – tovarlarni tashib keltirish partiyalari orasidagi interval (vaqt);

$n$  – tashib keltiriladigan tovar partiyalarining soni.

O`z navbatida (1) dan ko`rinib turibdiki, agar tovar zaxiralarini tez-tez, kichik partiyalar bilan tashisak, ya`ni  $n \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow \infty$ ,  $t \rightarrow \infty$ ,  $u$  holda transport sarflari (harajatlari) ortgan holda saklash uchun sarflanadigan harajatlar kamayadi.

Agar tovar zaxiralarini axyon-axyonda va katta partiyalar bilan tashib kelsak, ya`ni  $n \rightarrow 1$ ,  $x \rightarrow Q$ ,  $t \rightarrow T$ , bu holda transport harajatlari kamaygan holda saqlash uchun ketadigan sarflar ortib boradi.

Savol tug`iladi, xo`sh shu variantlardan qay biri tovar zaxiralarini boshqarishning samarali amalga oshirishni ta`minlaydi?

Qo`yilgan masalani optimal variantini-yechimini topish uchun tovarlarni bitta partiyada keltirishning doimiy harajatini  $K$ -bilan va rejalashtirilgan butun davr mobaynida bir birlik tovarni saqlashning doimiy harajatini  $S$ -bilan belgilab olamiz.

Tovar zaxiralarini boshqarishning jami harajatlarini tashib keltiriladigan tovar partiyalarini hajmiga (soniga) bog`liq deb hisoblaymiz va uni  $Z$ -bilan belgilaymiz.

Rejalashtirilayotgan davrda o`rtacha joriy zaxirani saklashning to`la harajati  $c \cdot \frac{X}{2}$  ni tashkil qiladi, chunki zaxirani darajasi bitta partiyada keltirish hajmi  $X$ -bilan aniqlanadigan darajadan nolgacha kamayadi. Shu sababli rejalashtirilayotgan davrdagi joriy zaxira  $\frac{x-0}{2} = \frac{x}{2}$  ga teng bo`ladi.

Tashib keltirish bo`yicha harajatlar  $k \frac{Q}{X}$  ni tashkil qiladi, bu yerda  $n$ - rejalashtirilayotgan davrda keltiriladigan tovarlar partiyalari sonini anglatadi.

Shunday qilib zaxiralarni boshqarishning jami harajatlari

$$Z = c \cdot \frac{X}{2} + k \frac{Q}{X} \quad (2)$$

bo`lib, jami harajatlar o`rtacha joriy zaxiralarni saqlash harajatlari va tovarlarni  $n$ - partiyasini tashib keltirish harajatlari yig`indisidan iborat bo`lar ekan.

Bu yerda  $Z=f(x)$  funksiya (miqdor)  $O$ -dan  $Q$  gacha o`zgaradigan, bitta partiya tovarni tashib keltirish hajmi  $X$ - miqdorning chiziqsiz funksiyasi ekanligi bizga ma`lumdir.

Shunday qilib zaxiralarni rejalashtirishning ushbu mazkur masalasini matematika tilida qo`yidagicha ifodalash mumkin bo`ladi:

$$\text{Noma`lum } X\text{- ning Shunday miqdorini topish kerakki, qaysiki u} \\ 0 \leq X \leq Q \quad (2)$$

chegara shartlarni qanoatlantirgan holda qo`yidagi

$$Z = c \cdot \frac{X}{2} + k \frac{Q}{X} \quad (3)$$

maqsadli funksiyani eng kichik qiymatiga erishtirsin.

Bu masalani yechish uchun (3) funksiyani birinchi hosilini nolga tenglashtirib kiritik nuqtani topamiz.

$$\frac{dz}{dx} = \frac{c}{2} - \frac{kQ}{x^2} = 0 \quad \text{yoki} \quad \frac{c}{2} - \frac{kQ}{x^2} = 0$$

Bundan

$$X_{opt} = \sqrt{\frac{2kQ}{c}} \quad (4)$$

Ushbu (4) model bitta partiyada tashib keltiriladigan tovarning optimal o'lchovi xajmini aniqlash, hisoblash formulasi deyiladi. Yoki ushbu (4) modelni Vilson formulasi deb ham aytiladi.

Odatda minimumni maksimumdan ikkinchi hosila ishorasiga ko'ra ajratamiz, ya'ni

$$\frac{d^2Z}{dX^2} = \frac{2kQ}{x^3} > 0$$

Bundan o'z navbatida ekstremumlar teoremasiga asosan Z funksiya  $X=X_0$  nuqtada minimumga egaligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, bitta partiyada tashib keltiriladigan tovarning optimal o'lchovi (hajmi)

$$X_o = \sqrt{\frac{2kQ}{c}} \quad (5)$$

O'rtacha joriy zaxirani optimal o'lchovi

$$\frac{X_o}{2} = \sqrt{\frac{kQ}{2c}} \quad (6)$$

Rejalashtirilgan davrda tovar zaxiralarini omborga tashib keltirish partiyalarini optimal soni

$$n_o = \frac{Q}{X_o} = \sqrt{\frac{Qc}{2k}} \quad (7)$$

Tashib keltiriladigan partiyalar orasidagi optimal interval

$$t_o = \frac{T}{n_o} = T \cdot \sqrt{\frac{2k}{cQ}} \quad (8)$$

Bu yerda T- rejalashtiriladigan davrni davomiyligi.

O'z navbatida tovar zaxiralarini boshqarishning optimal - eng kam harajatlari qo'yidagicha topiladi:

$$Z_o = c \cdot \sqrt{\frac{kQ}{2c}} + k \cdot \sqrt{\frac{Qc}{2k}} = \sqrt{2ckQ} \quad (9)$$

Ko`rib chiqilgan masalaning shartlari ko`p darajada ideallashtirilgan. Amalda esa zaxiralarni saqlashni boshqarish sistemasi parametrlarining qiymatlari optimal qiymatlardan farq qiladi. Shu sababli bunday chetlanishlarning harajatlari juda ortib ketishiga olib kelmaydigan chegaralarni aniqlash muhim. Harajat funksiyasi  $Z$  minimum soxasida sekin o`zgaradi, biroq  $X_0$  nuqtadan, ayniqsa  $X$ -ni kichik qiymatlari tomonga uzoqlashasada  $Z$  kattalik juda tez o`zgaradi. Bitta tashib keltirish hajmida yo`l qo`yiladigan o`zgarishini aniqlaymiz. Keltirish hajmi  $X$  ning optimal keltirishdan chetlanishini  $\alpha$  -orqali qo`yidagicha yozamiz:

$$X = \alpha X_0 \quad (10)$$

Agar keltirish hajmlari optimal bo`lmasa, u holda jami harajatlar qo`yidagicha bo`ladi:

$$Z = \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha} \sqrt{2kcQ} \quad (11)$$

Shunday qilib, harajatlarning nisbiy ortishi

$$\beta = \frac{Z}{Z_0} = \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha} \quad (12)$$

bundan 
$$\alpha = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1} \quad (13)$$

Bu formuladan ma`lumki  $\beta > 1$  bo`lishi kerak, aksincha  $\alpha$  mavhum bo`lib qoladi. (13) formula harajatlar ortishi  $\beta$  ga qarab keltirish o`lchamlarining optimal hajmidan chetlanishni qanday aniqlashni ko`rsatadi. Masalan, agar harajatning optimal qiymatidan 20% ga ortishiga ruxsat etilsa, ya`ni  $\beta = 1,2$  bo`lsa, u holda (13) dan  $\alpha = 1,2 \pm 0,66$  ni hosil qilamiz, ya`ni  $\alpha$  ning yo`l qo`yiladigan qiymatlarining intervali  $0,54 \leq \alpha \leq 1,86$  bo`ladi. Demak, ayrim keltirish hajmini 46% kamaytirish yoki 86% ortirish mumkin. Aytilganlarga mos ravishda bu oraliq juda ham nosimmetrik bo`ladi.

### **12.3-§. Ko`p turdagi tovar zaxiralarini boshqarishning matematik modellari**

Odatda, har bir savdo korxonasida ko`p turli tovar zaxiralari bo`ladi. Agar tovarlar o`zaro bir-birlarini o`rnini bosa olmasa, u holda har bir tovar uchun optimal o`lchovlarini aniqlash yuqoridagidek alohida tovar singari amalga oshiriladi. Bordiyu tovarlar o`zaro bir-birini almashtira olmasalar u paytda bunday tovarlarni guruhlariga birlashtirib, so`ng ular



uchun alohida tovar singari tovar zaxiralarini optimallashtirish maqsadga muvofiqdir.

Biroq, amaliyotda boshqa cheklanishlar, ya`ni ombor o`lchovlarini cheklanishlari ham uchrab turadi. Bunday holda miqdori optimal bo`lgan tovar partiyasi, mavjud bo`lgan ombor sig`imiga joylashmaydi.

Qo`yida yuqorida ko`rilgandek muammoni-cheklanishlarni qanday inobatga olishlikni qarab chiqamiz.

Faraz qilaylik jami mavjud ombor sig`imi  $V$  ( $m^3$ ) bo`lgan holda, bir birlik  $i$ -chi tovarni saqlash uchun  $q_i$  ( $m^3$ ) ombor sig`imi talab qilinsin.

Bu holda barcha tashib keltiriladigan tovarlar miqdoriga qo`yiladigan cheklanish (chegara) ni qo`yidagicha ifodalash mumkin:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_i \leq V$$

Agarda  $0 \leq X_i \leq Q_i$  shart bajarilsa.

Natijada qo`yidagi chiziqli cheklanishlar va chiziqsiz maqsadli funksiyali

$$Z = \sum_{i=1}^m C_i \frac{X_i}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_i} \quad (16)$$

masalaga kelimiz.

Ushbu masalani chiziqsiz programmashtirishning umumiy usullari bilan yechish ham mumkin, biroq Lagranjning noma`lum ko`paytuvchilar usulini qo`llab yechish juda osonroqdir. Bizning karayotgan masalamiz uchun Lagranj funksiyasi qo`yidagicha ko`rinishda bo`ladi:

$$F = \sum_{i=1}^m C_i \frac{X_i}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_i} + \lambda (V - \sum_{i=1}^m v_i X_i) \quad (17)$$

(17) funksiya (16) funksiyaga mos keladi, agarda (17) da

$$V - \sum_{i=1}^m v_i X_i = 0, \quad (18)$$

$$\lambda < 0$$

yoki 
$$V - \sum_{i=1}^m v_i X_i > 0, \quad (19)$$

$$\lambda = 0$$

lardan biri bajarilsa.

Endi  $\lambda$  ko`paytuvchini tanlash bilan har doim  $F=Z$  bo`lishiga erishish mumkinligini ko`ramiz.

Buning uchun (17) dan xususiy hosilalar olamiz va ularni nolga tenglashtirib yechamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} = \frac{c_1}{2} - \frac{k_1 Q_1}{X_1^2} - \lambda v_1 = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_2} = \frac{c_2}{2} - \frac{k_2 Q_2}{X_2^2} - \lambda v_2 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_n} = \frac{c_n}{2} - \frac{k_n Q_n}{X_n^2} - \lambda v_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

yoki (20) ning har bir tenglamasidan mos qiymatlarini aniqlaymiz.

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{\frac{2k_1 Q_1}{c_1 - 2\lambda v_1}} \\ X_2 &= \sqrt{\frac{2k_2 Q_2}{c_2 - 2\lambda v_2}} \\ \dots\dots\dots \\ X_m &= \sqrt{\frac{2k_m Q_m}{c_m - 2\lambda v_m}} \end{aligned}$$

yoki umumiy holda

$$X_i = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda v_i}} \quad (21)$$

Ushbu (21) formulada, barcha  $X_i$  larda fakat  $\lambda$  noma'lum. Ushbu parametрни topish uchun  $X_i$  ni (14) ga qo'yamiz, ya'ni:

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda v_i}} \leq V \quad (22)$$

(22) da  $\lambda$  dan boshqa barcha miqdorlar ma'lum va  $\lambda \leq 0$  ekanligi ko'rinib turibdi.  $\lambda = \lambda_0$  aniq qiymatni esa hamma vaqt topish mumkin, ya'ni:

$$\lambda_0 = \frac{c_i}{2v_i} - \frac{k_i Q_i v_i}{V^2} \quad (23)$$

ga ega bo'lamiz. O'z navbatida tovarlarning har biri uchun bitta tashib keltirishning optimal o'lchovi-miqdorini topish mumkin.

$$X_{i0} = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \quad (24)$$

o'rtacha joriy optimal zaxira miqdori

$$\frac{X_{i0}}{2} = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \quad (25)$$

Rejalashtirilgan davrda tovarlarni tashib keltirish partiyalarini optimal soni

$$n_{i0} = \frac{Q}{X_{i0}} = \sqrt{\frac{Q_i (c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2k_i}} \quad (26)$$

Tovarlarni tashib keltirish partiyalari orasidagi optimal interval-vaqt

$$t_{io} = \frac{T}{n_{io}} = T \cdot \sqrt{\frac{2k_i}{Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} \quad (27)$$

Bu yerda T-rejalashtiriladigan davrning davomiyligi. O'z navbatida  $X_{i0}$  ning barcha qiymatlarini (16) qo'ysak, unda shu sharoitda zaxiralarni boshqarishni eng kam harajatlar miqdorini aniqlash formulasiga ega bo'lamiz, ya'ni:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sum_{i=1}^m c_i \frac{X_{io}}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_{io}} = \sum_{i=1}^m c_i \sqrt{\frac{k_i Q_i}{2(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} + \sum_{i=1}^m k_i \sqrt{\frac{Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2k_i}} = \\ &= \sum_{i=1}^m c_i \sqrt{\frac{k_i Q_i}{2(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} + \sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{k_i Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2}} = \\ \sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \left( \frac{c_i}{2} + \sqrt{\frac{(c_i - 2\lambda_0 v_i)^2}{4}} \right) &= \sum_{i=1}^m X_{i0} \left( \frac{c_i}{2} + \frac{c_i - 2\lambda_0 v_i}{2} \right) = \sum_{i=1}^m X_{i0} (c_i - \lambda_0 v_i) = \sum_{i=1}^m (c_i - \lambda_0 v_i) X_{i0} \end{aligned}$$

Shunday qilib ko'p mahsulotli tovar zaxiralarini boshqarishning optimal (eng kam) harajatlar miqdorini aniqlash formulasi:

$$Z = \sum_{i=1}^m (c_i - \lambda_0 v_i) X_{i0} \quad (27)$$

ga ega bo'lamiz

#### 12.4-§. Sug'urtali tovar zaxiralarini boshqarish modellari

Savdoni hajmi vaqt bo'yicha doimiy bo'lmasdan, balki o'zgarib turadi. Shuningdek tovarlarni belgilangan muddatlarda keltirish ham buzilib turishi mumkin. Biroq Shunday sharoitlarda ham talabni qondirish lozim (zarur) bo'lsa, u holda sug'urta zaxiraga ega bo'lish talab etiladi. Albatta katta hajmdagi sug'urta zaxiralari savdoni tovar bilan ta'minlab tursada, biroq ularni sotib olish va saqlash uchun qo'shimcha mablag'larni talab qiladi. Katta bo'lmagan hajmdagi sug'urta zaxiralari esa sotuvda tovarlarni doimo bo'lib turishini ta'minlay olmaydi. Shuning uchun ilmiy asoslangan sug'urta zaxiraini miqdori savdoda doimo tovarni mavjudligini va ortiqcha katta sug'urta zaxiralari uchun mablag'larni sarflamaslikka imkoniyat yaratib beradi.

Faraz qilaylik korxonada A tovarga (buyumga) bo'lgan kundalik talab

$$P(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (28)$$

normal taqsimot qonunga bo'ysinadigan  $\xi$ -tasodifiy miqdor bo'lishi statistik aniqlangan, bu yerda  $\alpha$ - matematik kutilish,  $\sigma$ -o'rtacha kvadratik chetlanish ma'lum kattaliklar. "Xizmat ko'rsatish ehtiyoji" deb, omborda tovarlar bo'lgan vaqtda xizmat ko'rsatilish vaqtining omborning rejalashtirilayotgan ishlash davriga nisbatini olamiz. Masalan, ombor o'zi ishlagan 100 kun ichida 95 kun (ishlab chiqarish) savdo ehtiyojini qanoatlantirgan bo'lsa, u holda xizmat ko'rsatish ehtimoli  $v=95/100=0,95$  bo'ladi.

Ombor bir maromda ishlash uchun  $\beta$  kattalikni – buyumlarning sug'urta zaxirasini ham, hisobga olingan zaxirani ham Shunday rejalashtirilishi kerakki, zarur bo'lgan xizmat ko'rsatish ehtimoli ombordagi mavjud buyumlar sonidan ortiq va ularning o'rtacha sonidan kam bo'lmasin, ya'ni

$$P(\alpha < \xi < \beta) = v \quad (29)$$

bo'lsin.

$\xi$  - normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lganligi uchun ehtimollar nazariyasi kursidan (29) munosabatni bunday yozish mumkin:

$$\Phi\left(\frac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) = v - 0,5 \quad (30)$$

bu yerda

$$\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Laplas funksiyasi.

Laplas funksiyasi jadvallaridan  $v, \alpha, \sigma$  larni bilgan holda sug'urta zaxira kattaligi  $\beta$ -ni aniqlash mumkin.

Masalan,  $v = 0,95$  da  $\Phi\left(\frac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) = 0,45$  ni hosil qilamiz, bundan

Laplas funksiyasi jadvallariga ko'ra qo'yidagilarni topamiz:

$$\frac{\beta - \alpha}{\sigma} = 1,65 \text{ yoki } \beta = \alpha + 1,65\sigma$$

$\beta$  va  $\alpha$  orasidagi ayirma  $1,65$  ga teng bo'lib, u berilgan xizmat ko'rsatish ehtimolini ta'minlaydigan sug'urta zaxira miqdorini aniqlaydi.

Mabodo  $\xi$ -ning taqsimot qonuni noma'lum bo'lsa, u holda sug'urta zaxira kattaligini asoslash uchun ushbu

$$P(|\xi - \alpha| > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \quad (31)$$

Chebichev tengsizligidan foydalanish mumkin.

Agar  $\varepsilon = \beta - \alpha$  ni kiritilsa, u holda  $P(\xi < \beta) \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{(\beta - \alpha)^2}$

So`ngra  $P(\xi < \beta) + \beta P(\xi > \beta) = 1$  tenglik o`rinli bo`lganligi uchun  $P(\xi > \beta) = 1 - P(\xi < \beta) = 1 - \nu$  bundan  $1 - \nu \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{(\beta - \alpha)^2}$  va sug`urta zaxira kattaligi qo`yidagicha aniqlanadi:

$$\beta - \alpha \leq \frac{\sigma}{\sqrt{2 \cdot (1 - \nu)}} \quad (32)$$

Masalan,  $\nu = 0,95$  uchun  $\beta - \alpha = 3,3 \sigma$  ni hosil qilamiz.

Sug`urta zaxira  $3,3 \sigma$  ning oldingi holdagi sug`urta zaxirasi  $1,65 \sigma$  ga nisbatan ortib ketishi  $\xi$  ning taqsimot qonuni haqida ma`lumotga ega emasmiz. Sug`urta zaxiraini oldingi holatga nisbatan ortib ketishi yetarli axborotga ega emasligimiz uchun to`lov desak bo`ladi.

Endi sug`urta zaxiralarini amalda qanday aniqlash mumkinligini ko`ramiz.

Aytaylik, ombor ishlagan 10 kun ichida A –xil tovarga bo`lgan talab va ularning chastotalari haqidagi ma`lumotlar qo`yidagi jadvalda berilgan.

12.4.1-jadval

Si	$\xi$	8	9	10	11	12
hi	h	1	2	4	2	1

Jadvaldagi ma`lumotlarga asosan qo`yidagilarni aniqlaymiz:

Tanlanmaning matematik kutilishi

$$M(\xi) = 8 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,4 + 11 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,1 = 10$$

Tanlanma dispersiyasi

$$D(\xi) = 8^2 \cdot 0,1 + 9^2 \cdot 0,2 + 10^2 \cdot 0,4 + 11^2 \cdot 0,2 + 12^2 \cdot 0,1 - 10^2 = 0,9$$

Tanlanmani o`rtacha kvadratik chetlanishi

$$\sigma(\xi) = \sqrt{D(\xi)} = \sqrt{0,9} \approx 0,95$$

U holda xizmat ko`rsatish ehtimoli  $\alpha = 0,95$  bo`lganda  $P-10 \leq 3,3 \cdot 0,95 \approx 3$  ni hosil qilamiz, ya`ni sug`urta zaxira kattaligi 3 ta tovardan ortib ketmasligi kerak.

### **Tayanch soʻz va iboralar:**

Tovar, zaxira, joriy tovar zaxirasi, zaxiralarni boshqarish modellari, bir va koʻp turdagi tovar zaxiralari, sugʻurtali zaxira, joriy tovar zaxiralari, tovar partiyalari va chastotalari, zaxiralarni tashib keltirish va saqlash harajatlari, ombor sigʻimi, Lagranj koʻpaytuvchisi. Normal taqsimot, Laplas funksiyasi, Chebishev tengsizligi.

### **Takrorlash uchun savollar:**

1. Tovar zaxiralarini boshqarishning zaruriyati, ahamiyati va vazifalarini bilasizmi?
2. Tovar zaxiralarini boshqarishni optimallashtirish deganda nimani tushunasiz?
3. Vilson formulasi va uni mazmuni?
4. Lagranj koʻpaytuvchisi va uning iqtisodiy interpretatsiyasi – tadbiqi deganda nimani tushunasiz?
5. Koʻp turdagi tovar zaxiralarini boshqarish modellari va xususiyati, ahamiyati, tadbiqi deganda nimani tushunasiz?
6. Sugʻurtali tovar zaxiralari modellarini va mohiyatini qanday tushunasiz?

## XIII BOB. TARMOQLI REJALASHTIRISH

### 13.1-§. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish modellari.

#### Tarmoqli modellarni qo'llash sohalari

Xalq xo'jaligimiz ko'lamini o'sishi va murakkabligi boshqarish va rejalashtirishni takomillashtirish, butun xo'jalik yuritish mexanizmini yaxshilash iqtisodiyot fanini hamisha dolzarb **muammolaridan** biri bo'lib kelgan. Mazkur **muammoni** yechish esa barcha ishlar majmuyi-kompleksini tashkiliy, iqtisodiy, moliyaviy va texnikaviy jihatlardan real aniq sharoitlarni hisobga olib amalga oshirishni taqozo etadi. Bunday ishlarni bajarish uchun rejalashtirish va boshqarishni tarmoqli (turli) grafik usuli juda qo'l keladi.

TRBU raxbar – mutaxassis e'tiborini bajariladigan ishlar majmuyining eng muhim omillariga – resurslarni qayta taqsimlash, sifat ko'rsatkichlarni yaxshilash natijasida barcha ishlarni belgilangan direktiv muddatlarda bajarilishini ta'minlashga qaratiladi. Umumlashtirib aytganda TRBU iqtisodiy jarayonlarni, murakkab loyihalarni, ishlanmalarni bajarilish rejasini tahlil qiluvchi, dinamik qayta quruvchi, modellashtiruvchi, grafikli (chizmalı) va hisoblovchi kompleks-majmua hisoblanadi.

TRBU ni qo'llaniladigan eng samarali sohalarga katta tarmoqlararo loyihalar, katta qurilishlar, korxonalarni yangi seriyali mahsulotlar ishlab chiqarishga tayyorlash, yalpi va yakka tartibda ishlab chiqarishni tashkil etish, kompleks ilmiy tadqiqot ishlarini bajarish kabilarni misol keltirish mumkin. Tijorat sohasida TRBU asosan:

- katta savdo markazlari, shahar savdo korxonalarini qurilishlarida;
- katta magazin-supermarketlar va markazlarni yangi jihozlar bilan jihozlashda, almashtirishda, yangi ilg'or xizmat turlariga o'tishda;
- shahar, viloyat, respublikalarda tijorat korxonalarini boshqarishni yangi tizimlarini yaratish kabilarda.

O'z navbatida shuni qayd etish lozimki, TRBU ni murakkab ishlanmalarni boshqarishda qo'llashni zamonaviy kompyuterlar vositasida amalga oshirilishi yanada samaraliroq bo'ladi.

Umuman TRBU ni tegishli amaliyotga qo'llash natijasida qo'yidagi kabi optimal ko'rsatkichlarni aniqlashga imkoniyat yaratiladi:

- Butun ish kompleksi – majmuyini bajarishni kam vaqtini aniqlash;
- Ishlanmani eng kam tannarxini topish-aniqlash;

- Resurslarni (pul, ish kuchi, texnika va h.k.) iloji boricha-mumkin qadar ko`proq tejash kabilarga erishish kabilardir.

### 13.2-§. Tarmoqli grafikni qurishning asosiy qoidalari va elementlari

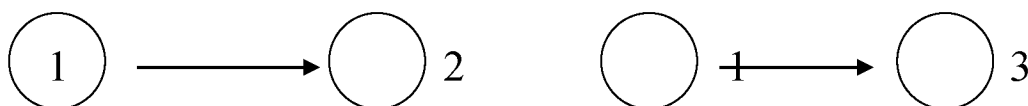
Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulini asosiy rejaviy hujjati tarmoqli model (tur-grafik) bo`lib, u o`zida ishlanmani maqsadiga erishtirish uchun zarur bo`lgan bog`lanishlar va ishlarni axborot-dinamik modelini aks ettiradi. Boshqacha qilib aytganda tarmoqli grafik ko`zda tutilgan ishlar majmuini belgilangan muddatlarda bajarish uchun **qachon, qanday tartibda, nima uchun, qanday ketma-ketlikda** bajarilishini aloxida-aloxida, aniq o`zida aks ettirgan bo`ladi.

Tarmoqli grafik ikki element yordamida, ya`ni **ish** va **voqea** yordamida ko`riladi. **Ish** deb ma`lum natijaga olib keluvchi istalgan jarayonga aytiladi. Tarmoqli grafikda ish **yunalish** bilan belgilanadi va u ikkita **voqea** doirachani birlashtiradi.

Tarmoqli grafikda ish qo`yidagi uch xil ma`noda qo`llaniladi:

- Moddiy, mehnat va boshqa resurslarni talab etuvchi ish sifatida – **haqiqiy** ishni anglatadi;
- Bajarilishi uchun moddiy, mehnat va boshqa resurslarni talab etmaydigan biroq faqat vaqt resursini talab etadigan ish sifatida **kutuvchi ishni** bildiradi;
- Belgilab qo`yilgan, ya`ni bajarilishi uchun hech qanday resurslarni talab etmaydigan, balki faqat mantiqiy bog`lab turadigan holatni anglatuvchi ish soxta ishni bildiradi.

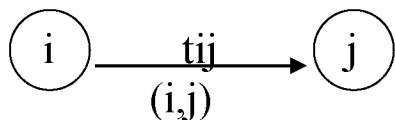
Haqiqiy va kutuvchi ma`nodagi ishlar tarmoqli grafikda **uzluksiz yo`nalish** bilan belgilanadi, **yolg`on ish esa uzlukli** yo`nalish bilan belgilanadi, ya`ni:



TRBU da **voqea** deganda biror-bir ishning boshlanishi yoki tugallanishi tushuniladi. Voqea ikkilamchi ma`noga ega bo`ladi, ya`ni barcha oldingi ishlar uchun **tugallovchi** va keyingi ishlar uchun **boshlovchi** punkt hisoblanadi. Dastlabki voqea bu ish kompleksini boshlovchi momentini, tugallovchi voqea esa ish majmuyini tugallash momentini anglatadi. Dastlabki voqeaga birorta ham ish kelmaydi. Tugallovchi voqeadan birorta ham ish (yo`nalish) chiqmasligi kerak.



Istalgan voqeaga ma'lum  $i$ - nomer va ikki  $i$  va  $j$  voqealarni tutashtiruvchi ishga esa  $(i,j)$  nomer beriladi, ya'ni



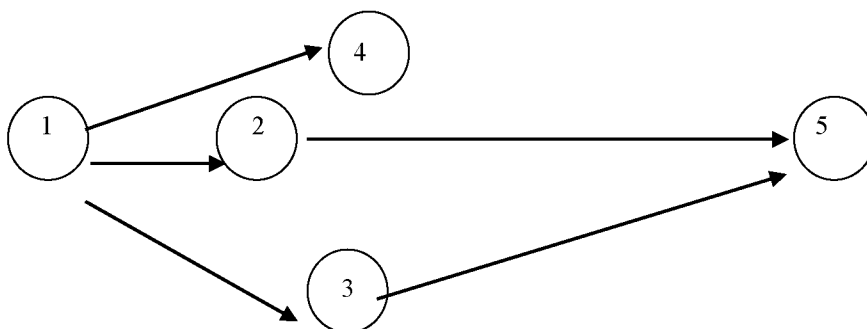
Yo'nalish voqealarni bajarilishi ketma-ketligini bildiradi, shuning uchun biror-bir ishning dastlabki nomeri keyingi nomerlaridan kichik bo'lishi kerak, ya'ni hamisha  $i < j$  shartni istalgan  $(i, j)$  ish uchun bajarilishi shartdir.

Shuningdek har bir istalgan  $(i, j)$  ishga uning davomiylik muddatini bildiruvchi  $t_{ij}$  qiymat (kun, soat, hafta, oy, yil va miqdoriy ko'rsatkichlar mehnat sig'imi, moddiy resurslar tannarxi va h.k.) beriladi va u raqam bilan tegishli ishni-yo'nalishni ustiga yoziladi.

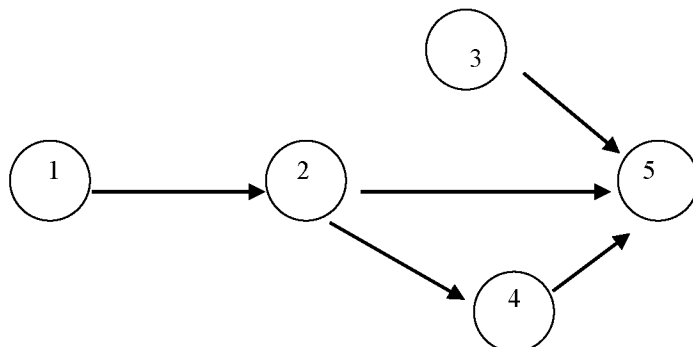
Voqea bu jarayon emas, shuning uchun uning bajarilishi vaqtini davom etishini talab etmaydi. **Ish bajariladi va ro'y beradi, voqea esa faqat ro'y beradi**, biroq bajarilmaydi.

Tarmoqli grafikni xatosiz ko'rish uchun qo'yidagi kabi asosiy qoidalarga rioya qilish kerak:

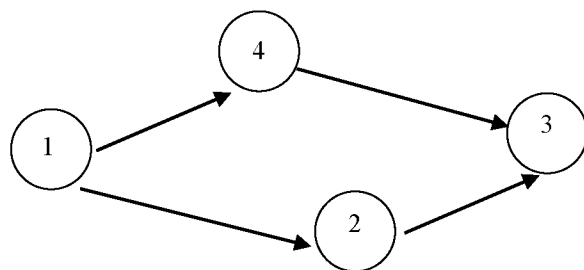
- Tarmokli grafikda tupiklar bo'lmasligi kerak, ya'ni ish chiqmaydigan voqealar bo'lmasligi kerak:



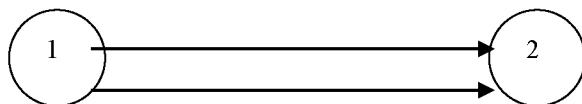
- Tarmoqli grafikda shuningdek ish kelmaydigan voqea ham bo'lmasligi kerak:



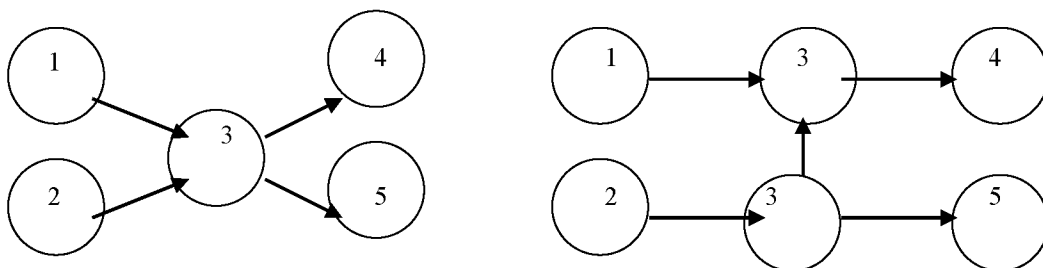
- Tarmoqli grafikda yopiq konturlar bo'lishi mumkin emas:



- Tarmoqli grafikda parallel ishlar ham bo`lishi mumkin emas:



- Tarmoqli grafikda qo`yidagi holat ham bo`lishi mumkin emas:



### 13.3-§. Tarmoqli grafikni asosiy ko`rsatkichlari va ularni hisoblash qoidalari

#### Kritik yo`l va uni aniqlash usullari

Tarmoqli grafikni eng muhim parametrlaridan biri *kritik yo`l* hisoblanadi.

Kritik yo`l butun ish majmuyi – kompleksida davomiyligi eng uzun bo`lgan yo`lni aniqlovchi yagona omil-faktor muammo hisobalanadi. Kritik yo`lni davomiyligini o`zgarishi butun ish majmuyini bajarilish muddatiga ta`sir etadi.

Kritik yul – tarmoqli grafikni eng muhim va xavfli uchastkasi – qismi hisoblanadi, hamda shu uchastkada ko`zda tutilgan ishlarni bajarilish muddatini buzilishi barcha ish majmuini bajarilish muddatini buzib yuborishga olib kelishi mumkin. Shuning uchun rahbarni va mas`ul shaxsni butun e`tiborini ushbu kritik uchastkaga qaratilgan bo`lishi kerak va shu uchastka ishlarini belgilangan muddatlarda so`zsiz bajarilishini ta`minlash maqsadida bu yoqqa qo`shimcha ravishda resurslarni jalb etish bilangina mazkur ishlarni direktiv muddatlarda kafolatli bajarilishini ta`minlanishi kerak bo`ladi.

Tarmoqli grafikdagi barcha qolgan yo`llar kritik yo`ldan farqli ravishda shiddatsiz, kritik bo`lmagan yo`l bo`lib hisoblanadi. Barcha

shiddatli bo`lmagan yo`llardan davomiyligi kritik yo`lga yaqin bo`lgan yo`llar ajratiladi va ularga ham nazorat kuchaytiriladi. Agar tashkiliy tadbirlar natijasida kritik bo`lmagan yo`lni davomiyligi qisqartirilsa, u holda kritik yo`lga yaqin bo`lgan yo`llar ham kritik yo`l bo`lib qolishi mumkin va natijada butun ish kompleksi shiddatli-kritik kompleksga aylantirilishi kerak, toki biror-bir uchastkada moddiy, mehnat, pul, vaqt va boshqa resurslar-zaxiralar bekor turib qolmasin. Hamda rejalashtirilgan barcha ishlar kompleksini shiddatli ravishda belgilangan direktiv muddatlarida bajarilishi ta`minlansin.

**Tarmoqli grafikda kritik yo`lni aniqlashning uch usuli mavjud:**

**1. Kritik yo`lni** bevosita tarmoqli grafikda aniqlash uchun tarmoqli grafikdagi (1-chizma) birinchi va oxirgi voqealarni tutashtiruvchi to`la yo`llarni davomiyligi hisoblab chiqiladi va ularning ichidan davomiyligi uzoq-ko`p vaqt talab qiluvchi to`la yo`lga kritik yo`l deb aytiladi. Odatda kritik yo`l tarmoqli grafikda qalin yo`nalish bilan ajratiladi va kritik yo`lda yotgan voqea va ishlar ham kritik hisoblanadi, ya`ni hech qanday zapaslarga (moddiy, moliyaviy, vaqt resurslariga) ega bo`lmaydi.

Yangi mahsulotni ishlab chiqarishni tarmoqli grafigida (1- chizma) ishlab chiqarish uchun bajarilishi kerak bo`lgan ishlar mazmuni aks ettirilgan. Har bir yo`nalishlar ketma-ketligi mahsulotni ishlab chiqarish konstruksiyasidan boshlab to korxonani ishga tushirishgacha bo`lgan ishlarni o`tishi kerak bo`lgan yo`llarni aks ettiradi. 1- voqea bilan 8-voqea turli chiziqli voqea va ishlar ketma-ketligi bilan tutashtirilgan, ya`ni:

1-2-3-4-8; 1-2-2-3-8; 1-2-3-5-7-8; 1-2-3-5-6-7-8.

Ushbu har bir voqea va ishlar ketma-ketligida navbatdagi voqea va ishlar faqat oldingi voqea va ishlar bajarilgandan keyingini ro`y beradi. Mazkur ketma-ketliklarni har birini davomiyligini yig`indisini aniqlaymiz, ya`ni:

$$L_1(t) = 4 + 2 + 3 + 16 = 15$$

$$L_2(t) = 4 + 2 + 18 = 24$$

$$L_3(t) = 4 + 2 + 3 + 12 + 1 = 22$$

$$L_4(t) = 4 + 2 + 3 + 1 + 12 + 1 = 23$$

O`z navbatida tarmoqli grafikda (1,2), (2,3), (3,8) ishlar ketma-ketligidan tashkil topgan birinchi (boshlovchi) va oxirgi (tugallovchi) voqealarni tutashtiruvchi  $L_2$  tula yo`l eng uzun yo`l bo`lib – kritik yo`l hisoblanadi va uni davomiylik muddati 24-oyni tashkil etadi. Kritik yo`lda yotgan barcha voqea va ishlar ham kritik deb hisoblanadi, hamda

hech qanaqa zaxiralarga ega bo`lmaydi. Shuningdek tarmoqli grafikda kritik yo`l qalin yo`nalish bilan ajratiladi.

Kritik yo`lni aniqlashni mazkur yo`li tarmoqli grafik uncha murakkab bog`lanishlarga ega bo`lmagan hollarda, ya`ni ko`p bo`lmagan voqea va ishlardan tashkil topgan hollarda qo`l keladi, aks holda kritik yo`lni aniqlashni ikkinchi usuli qo`llaniladi.

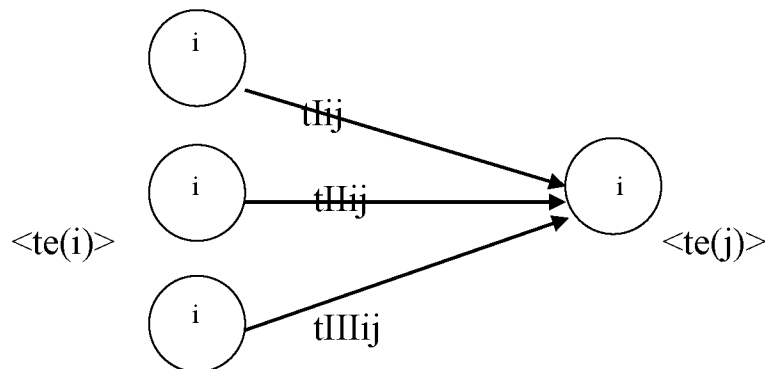
**2. Tarmoqli grafikda kritik yo`lni ikkinchi usul bilan aniqlash** uchun har bir voqeani ro`y berishligini eng ertangi va mumkin bo`lgan kechki muddatlarini hisoblash kerak bo`ladi. O`z navbatida tarmoqli grafikdagi voqealarni ro`y berishligini ertangi va kechki muddatlarini qo`yidagicha tarzda hisoblanadi:

a) Agar j voqeaga fakat bitta yo`nalish–ish (i,j) kelgan holda j voqeani ro`y berishligini mumkin bo`lgan eng ertangi muddati  $te(j)$ ni uni j voqeani ro`y berishligini mumkin bo`lgan eng kam vaqti – muddati sifatida aniqlaymiz. O`z navbatida bu muddat i voqeani ro`y berishligini ertangi muddati hamda (i, j) ishni davomiyligidan bog`liqdir, ya`ni:

$$\langle tp(i) \rangle \xrightarrow[(i, j)]{t_{ij}} \langle tp(j) \rangle \quad \text{dan} \quad te(j) = te(i) + t_{ij} \quad (1)$$

ga ega bo`lamiz.

Agar j voqeagacha bir necha (i, j) ishlar, yo`nalishlar kelgan bo`lsa, ya`ni:



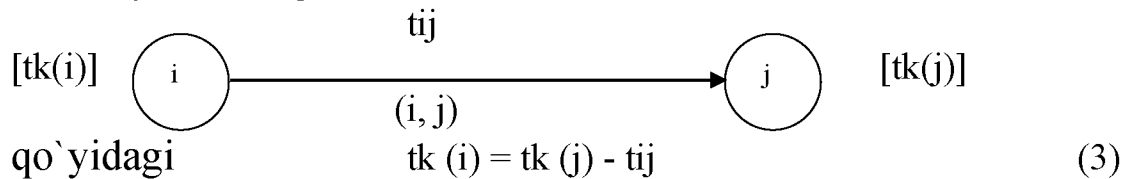
U holda j voqeani ro`y berishligini mumkin bo`lgan eng ertangi muddati qo`yidagi formula bilan hisoblanadi, ya`ni:

$$te(j) = \max_i | te(i) + t_{ij} | \quad (2)$$

Ushbu j voqeani ro`y berishligini ertangi muddatlarini tarmoqli grafikni tegishli voqeasi – doirasini ustida <> belgisi - qavus ichida yoziladi.

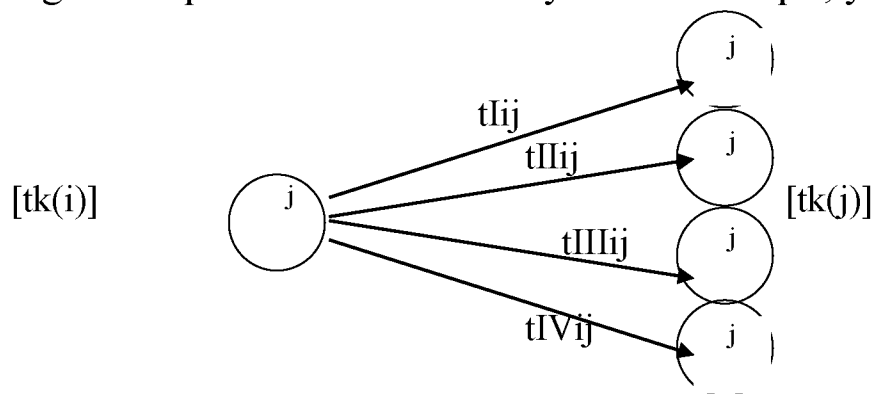
b) i voqeani ro`y berishini kechki muddati  $tk(i)$  deganda voqeani ro`y berishini Shunday katta muddatini tushuniladiki, qaysiki undan keyingi voqeani ro`y berishligini kechki muddatlarini buzilishiga yo`l qo`yilmaydi.

Agar i voqeadan faqat bitta  $(i, j)$  yo`nalish – ish chiqsa, u holda i voqeani ro`y berishligini kechki muddatini



formula bilan aniqlanadi.

Agar i voqeadan bir nechta ish yo`nalish chiqsa, ya`ni:



U holda j voqeani ro`y berishligini mumkin bo`lgan eng kechki mudatini qo`yidagi formula bilan hisoblanadi, ya`ni:

$$tk(i) = \min_j | tk(j) - t_{ij} | \quad (4)$$

Ushbu i voqeani ro`y berishligini mumkin bo`lgan kechki muddatini tegishli doiracha ustida [ ] belgisi ichida yoziladi. Yana shuni ta`kidlash lozimki, agar tarmoqli grafik uncha murakkab bo`lmasa u holda voqealarni ro`y berishini mumkin bo`lgan ertangi va kechki muddatlarini bevosita tarmoqli grafikni o`zida ham hisoblash mumkin va (2), (4) formulalardan odatda tarmoqli grafik murakkab tuzilishli ko`rinishlarda bo`lgan hollarda foydalanish qo`layroqdir.

O`z navbatida TRBU ni ikkinchi asosiy ko`rsatkichi (parametri) bo`lib, **vaqt zaxiralari** hisoblanadi. Odatda amaliyotda voqeani, ishni, to`la yo`lni vaqt zaxiralari bir-biridan farq qiladi.

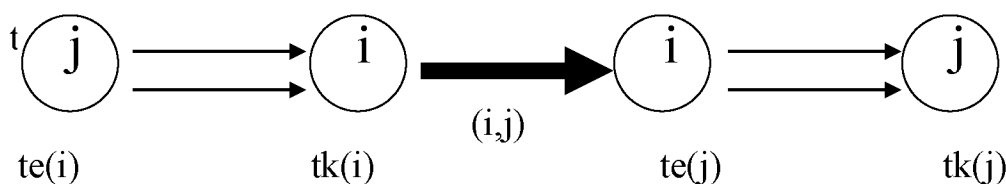
Voqeani vaqt zaxirasi  $R_i$  voqeani kechki ro`y berish vaqti  $tk(i)$  dan uning ro`y berishligining ertangi muddati  $te(i)$  ni ayirish bilan topiladi, ya`ni:

$$R_i = tk(i) - te(i) \quad (5)$$

Voqeani vaqt zaxiralari jami ishlar majmuyini umumiy bajarilish muddatini ko'paytirmasdan turib tegishli voqeani bajarish – ro'y berish muddatini uzaytirishni mumkin bo'lgan muddatni bildiradi. Odatda kritik yo'lda yotgan voqeani vaqt zaxiralari mavjud bo'lmaydi, chunki kritik yo'lda hamisha  $te(i) = tk(i)$  va  $te(i) - tk(i) = 0$  bo'lishi bizga mu'lum. Ammo kritik yo'lni aniqlashning ushbu yo'li zaruriy shart bo'lib hisoblanadi, biroq yetarli emas. Chunki ayrim hollarda garchand tegishli ish va ishlar ketma-ketligi, yo'llar, voqealar uchun  $te(i) = tk(i)$  va bundan  $te(i) - tk(i) = 0$  bo'lsada, lekin haqiqatda tegishli ish, ishlar ketma-ketligi va yo'llar kritik bo'lmasligi mumkin (2- chizma).

Bunday hollarda kritik yo'lni topishni uchinchi usuli, ya'ni vaqt zaxiralarini hisoblash usuli qo'l keladi. Ushbu usul bo'yicha tegishli yo'lni kritik yoki kritik emasligini aniqlash uchun qo'yidagi to'rt turdagi to'la, kafolatli, erkin, mustaqil vaqt zaxiralari (tz,kz,ez,mz) ni qiymatlari aniqlanadi.

Kritik yo'lda yotuvchi ishlar, odatda tarmoqli grafikdagi barcha ishlar miqdorining 10-30% ni tashkil etadi va ularga juda katta e'tibor berish kerak bo'ladi, chunki u ishlarni bajarilishini har qanday kechiktirilishi butun ish kompleksini bajarilish muddatini buzib yuborishi mumkin. Ammo kritik yo'lda yotmagan ishlarni bajarilishida ma'lum kechikishlarga yo'l qo'yilishi mumkin, qaysiki bu holat butun ish majmuyini bajarilish muddatiga ta'sir ko'rsatmaydi.



O'z navbatida tarmoqli grafikning barcha ishlari uchun vaqt zapaslarini miqdor jihatdan aniq baholash o'ta muhimdir. Darvoqe istalgan (i, j) ishni boshlanishi i voqeani ro'y berishi mumkin bo'lgan ertangi muddati  $te(i)$  hamda kechki muddati  $tk(i)$  va j voqeani ro'y berishini mumkin bo'lgan ertangi  $te(j)$  hamda kechki muddati  $te(j)$  larga ega bo'lganligi tufayli (i, j) ishni bajarilishi uchun mumkin bo'lgan to'rt xil vaqt zaxiralarini qo'yidagi formulalar orqali aniqlash mumkin:

$$\begin{aligned}
 \text{To'la zaxira} & \quad (TZ) = tk(j) - te(i) - tij \\
 \text{Kafolatli zaxira} & \quad (KZ) = tk(j) - tk(i) - tij \\
 \text{Erkin zaxira} & \quad (EZ) = te(j) - te(i) - tij \\
 \text{Mustaqil zaxira} & \quad (MZ) = te(j) - tk(i) - tij
 \end{aligned} \tag{6}$$

**To'la zaxira** – bu (i, j) ishni bajaruvchi uchun mumkin bo'lgan eng katta vaqt zapasini bildiradi, ya'ni oldingi ish bajaruvchiga ishini eng

ertangi muddatda boshlashiga sharoit yaratib, o`zini ishini mumkin bo`lgan kechki-muddatda tugallashni ko`zda tutadi.

**Kafolatli zaxira** – bu ishni bajaruvchi uchun Shunday vaqt zapasini anglatadiki – qaysiki oldingi bajaruvchi ishni eng noqulay bo`lgan kechki muddatda tugatgan holda o`zi ham ishni eng kechki muddatda tugatishni ko`zda tutadi.

**Erkin zaxira** – bu ishni barcha bajaruvchilar o`z ishlarini mumkin bo`lgan ertangi muddatlarda tugallaydilar va o`zlaridan keyingi bajaruvchilarni zaxiralarini sarflamaydilar.

**Mustaqil zaxira** – bu Shunday zaxirani anglatadiki, qachonki oldingi ish bajaruvchi keyingi ish bajaruvchi uchun noqulay bo`lgan eng kechki muddatlarda o`z ishini tugallaydi, keyingi ish bajaruvchi esa o`zidan keyingi ish bajaruvchilarni zaxirasini ishlatmasdan o`z ishini ertangi muddatlarda tugallaydi.

Vaqt zaxiralari tarmoqli grafikni jami ishlar majmuyini bajarilish muddatini ko`paytirmasdan turib tegishli ishni bajarilishini uzaytirish mumkin bo`lgan muddatni bildiradi.

Shunday qilib, hamisha vaqt zaxiralari uchun qo`yidagi tengsizliklar bajarilishi kerak:

$$M3 \leq K3 \leq T3 \text{ va } M3 \leq E3 \leq T3 \quad (7)$$

Agar mustaqil zaxirani hisoblash formulasida manfiy ishorali songa ega bo`lsak, unda manfiy ishorali sonni nol (0) bilan almashtiriladi.

Odatda kritik yo`lda yotgan barcha ishlar uchun barcha to`rtta turdagi T3, K3, E3, M3 vaqt zaxiralari nolga teng bo`lib, mazkur xossa kritik yo`lni aniqlashning uchinchi usuli, ta`rifi bo`lib xizmat qiladi.

### 13.4-§. Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish

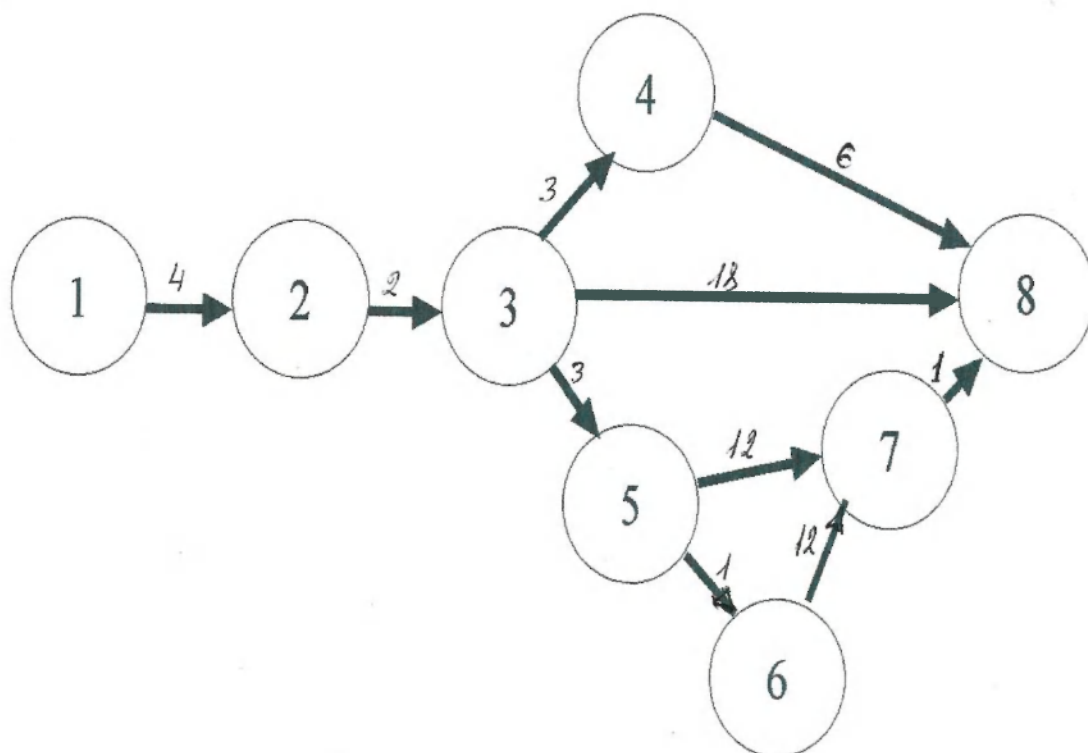
Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish amaliy va laboratoriya mashg`ulotida aniq-amaliy misolni yechish asosida bayon qilinadi.

13.4.1- jadval

#### Yangi mahsulot ishlab chiqarishni tarmoqli grafigi

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishning muddati, kun
(1,2)	Mahsulot konstruksiyasini ishlab chiqish	4
(2,3)	Ishlab chiqarish texnologiyasini aniqlash	2
(3,4)	Kadrlarni tanlash	3
(3,5)	Jihozlarni loyixalash	3
(5,6)	Jihozlarga buyurtma berish	1
(5,7)	Binoni qurish	12

(6,7)	Jihozlarni tayyorlash	12
(4,8)	Kadrlarni o`qitish	6
(7,8)	Jihozlarni montaj qilish	1
(3,8)	Xom-ashyo va materiallar bilan ta`minlash	18

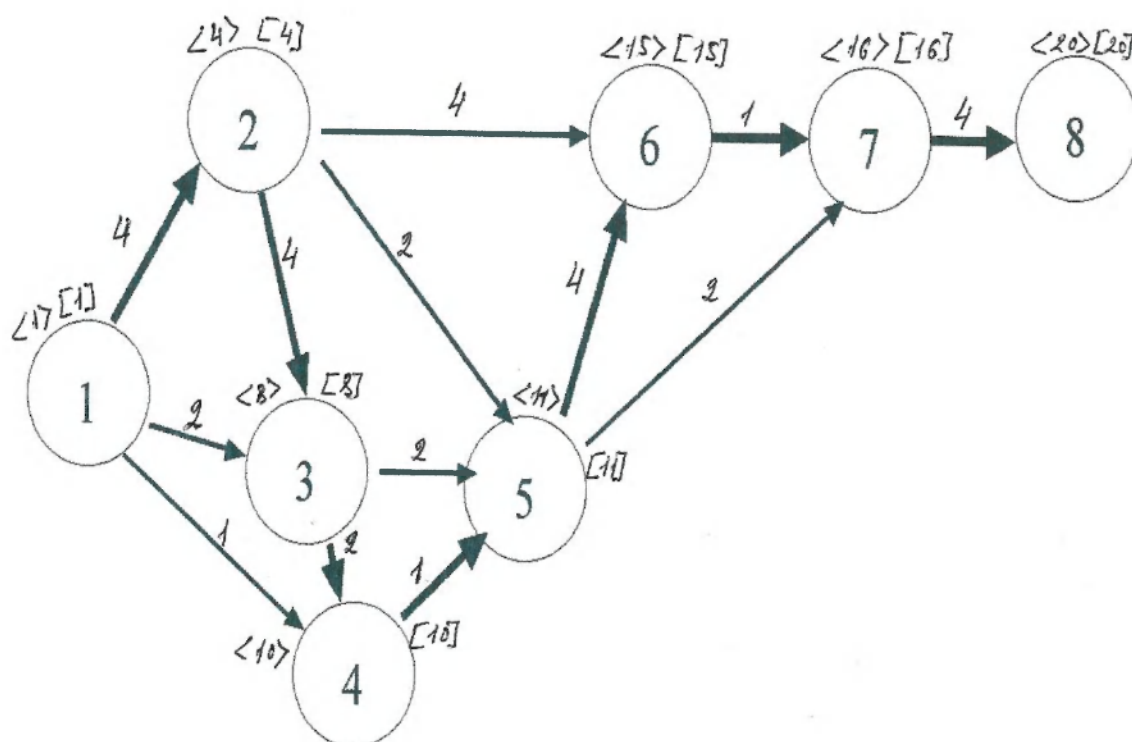


3-чизма

Yangi mahsulot ishlab chiqarishning tarmoqli grafigi (turi)

13.4.1-rasm. Yangi mahsulot chiqarishning tarmoqli grafigi





24.чизма.

Шаҳар savdo tarmoqlarini rivojlantirish rejasini tarmoqli grafigi

13.4.2-rasm. Shahar savdo tarmoqlarini rivojlantirish rejasini tarmoqli grafigi

13.4.2- jadval

**Shahar savdo tarmoqlarini rivojlantirish rejasini tarmoqli grafigi**

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishning muddati, kun
(1,2)	Shahar savdo tarmoqlari materiallarini-hujjatlarini o`rganish	3
(1,3)	Savdo tarmoqlari tuzilishini tovar oborotini hajmi va strukturasi ga mosligini o`rganish	2
(1,4)	Aholini savdo tarmoqlari bilan ta`minlangan-ligini o`rganish	1
(2,3)	Kelgusida foydalanish mumkin bo`lgan savdo maydonchalarini o`rganish	4
(2,5)	Savdo tarmoqlaridan foydalanishning samara-dorlik ko`rsatkichini hisoblab chiqish	2
(2,6)	Savdo tarmoqlarini texnik jihozlanish darajasini tahlil qilish	4
(3,4)	Kvartallar guruhlari bo`yicha savdo tarmoqlari maydonini hisoblash	2

(3,5)	Har 1000 kishiga mos savdo maydonini normativini aniqlash	2
(4,5)	Aholini xaqiqatda savdo maydoni bilan ta'minlanganligini normativ bilan solishtirish	1
(5,6)	Savdo tarmog`iga bo`lgan umumiy ehtiyojini aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	2
(6,7)	Yangi tashkil etiladigan savdo maydonlarini aniqlash	1
(7,8)	Yangi quriladigan maydonlarni aniqlash	4

13.4.3-jadval

**Yangi mahsulotni ishlab chiqarishni tarmoqli grafigida vaqt zaxiralarini hisoblash jadvali**

Ishlar (i, j)	Ishlarni davomiy- ligi tij	Ishni boshlanishi		Ishning tugatilishi		Vakt zaxiralarini			
		te(i)	tk(i)	te(i)	tk(i)	T3	K3	E3	M3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(1,2)	4	0	0	4	4	0	0	0	0
(2,3)	2	4	4	6	6	0	0	0	0
(3,4)	3	6	6	9	18	9	9	0	0
(3,5)	3	6	6	9	10	1	1	0	0
(3,8)	18	6	6	24	24	0	0	0	0
(4,8)	6	9	18	24	24	9	0	9	0
(5,6)	1	9	10	10	11	1	0	0	0
(5,7)	12	9	10	22	23	2	1	1	0
(6,7)	12	10	11	22	23	1	0	0	0
(7,8)	1	22	23	24	24	1	0	1	0

13.4.4-jadval

**Shahar savdo tarmog`ini rivojlantirish tarmoqli grafigida vaqt zaxiralarini hisoblash jadvali**

Ishlar (i, j)	Ishlarni davomiy- ligi tij	Ishni boshlanishi		Ishning tugatili- shi		Vakt zaxiralarini			
		te(i)	tk(i)	te(i)	tk(i)	T3	K3	E3	M3
1	2	3	4	5	6	7=6-3- 2	8=6-4- 2	9=5-3- 2	10=5-4- 2
(1,2)	3	1	1	4	4	0	0	0	0
(1,3)	2	1	1	8	8	5	5	5	5
(1,4)	1	1	1	10	10	8	8	8	8
(2,3)	4	4	4	8	8	0	0	0	0
(2,5)	2	4	4	11	11	5	5	5	5

(2,6)	4	4	4	15	15	7	7	7	7
(3,4)	2	8	8	10	10	0	0	0	0
(3,5)	2	8	8	11	11	1	1	1	1
(4,5)	1	10	10	11	11	0	0	0	0
(5,6)	4	11	11	15	15	0	0	0	0
(5,7)	2	11	11	16	16	3	3	3	3
(6,7)	1	15	15	16	16	0	0	0	0
(7,8)	4	16	16	20	20	0	0	0	0

### **Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar**

Quyidagi jadvallarda keltirilgan ma'lumotlar bo'yicha Supermarketning tijorat faoliyatini rivojlantirish rejasining tarmoqli grafigi qurilsin xamda kritik yo'l aniqlansin: a) bevosita tarmoqli grafikda to'la yo'llarni davomiylik muddatini xisoblash orqali; b) tarmoqli grafikdagi barcha voqyealar uchun voqyealarning ro'y berishligini mumkin bo'lgan ertangi va kechki muddatlarini xisoblash orqali; v) vaqt zaxiralarini xisoblash orqali.

**1-topshiriq. Supermarketning o`z-o`ziga xizmat ko`rsatish tizimiga  
o`tkazish  
Variant №.1**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	15
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzi shva uni kelishish	
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	120
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	40
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	10
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	20
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	15
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtrirish	20
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	50
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	10
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	5
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	3
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	10
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	15

**Variant №2**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	10
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzish va uni kelishish	8
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	8
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	3
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	2
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	4
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	3
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtrirish	10
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	30
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	15
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	10
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	5
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	12
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	20

*Variant № 3*

<b>Ish (i, j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>20</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	10
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzi shva uni kelishish	14
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	6
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	4
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	4
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	6
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	10
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtirish	12
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	8
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	10
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	6
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	12
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	20
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	20

**2-topshiriq. Buxgalteriya xisobotini tuzish**

**Variant №1**

<b>Ish (i, j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	6
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	5
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	5
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	8
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida	3

	yozuvlar bilan solishtirish	
(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	2
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	2
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	14

### Variant №2

<b>Ish (i, j')</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	5
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	5
(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	3
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	6
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2
(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	8
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	5
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	4
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	5
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	8
(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	4
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	3

### Variant №3

<b>Ish (i, j')</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishning davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	2
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	5

(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	4
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	6
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	8
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	4
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	4
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2
(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	6
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	3
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	3
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	5
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	6
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	4
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	10

### 3-topshiriq. Universal supermarket qurishni rejalashtirish Variant №1

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	30
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	10
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	15
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	10
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	10
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	25
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma berish va uni bajarilishini nazorat kilish	20
(4,7)	Bankda schet ochish	3
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	2
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	15

(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	45
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	35

### Variant №2

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	20
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	15
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	20
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	15
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	20
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	30
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma berish va uni bajarilishini nazorat kilish	15
(4,7)	Bankda schet ochish	4
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	4
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	25
(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	40
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	30

### Variant №3

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	25
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	10
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	15
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	25
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	15
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	20
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma beri shva uni bajarilishini nazorat kilish	10
(4,7)	Bankda schet ochish	5
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	5
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	25
(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	40
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	20



**4-topshiriq. Samarqand shaxar savdo tarmoklarini rivojlantirish rejasini  
ishlab chiqish  
Variant №1**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	3
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	2
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta`minlanganligini darajasini urganish	1
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	4
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	2
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	4
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koefitsiyentlarini urganish	2
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to`g`ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	2
(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo`yicha savdo tarmog`i bilan ta`minlanganligini o`rganish	1
(5,6)	Jami savdo tarmog`iga bo`lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	2
(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo`lgan kamayishi va ko`payishini aniqlash	1
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	4

**Variant №2**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	5
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	4
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta`minlanganligini darajasini urganish	2
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	6
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	4
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	2
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koefitsiyentlarini urganish	4
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to`g`ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	2

(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo'yicha savdo tarmog'i bilan ta'minlanganligini o'rganish	2
(5,6)	Jami savdo tarmog'iga bo'lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	3
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	4
(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo'lgan kamayishi va ko'payishini aniqlash	2
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	6

### Variant №3

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	6
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	5
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta'minlanganligini darajasini urganish	4
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	4
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	6
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	4
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koeffitsiyentlarini urganish	4
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to'g'ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	3
(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo'yicha savdo tarmog'i bilan ta'minlanganligini o'rganish	2
(5,6)	Jami savdo tarmog'iga bo'lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	4
(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo'lgan kamayishi va ko'payishini aniqlash	3
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	6

## 5-topshiriq. Tijorat korxonasini savdo faoliyatini rejalashtirish.

### Variant №1

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Hisobot ma'lumotlarini o'rganish	5
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o'rganishi	2
(2,3)	Tovaroborotni umumiy hajmini rejalashtirish	2
(3,4)	Tovar ta'minotini umumiy hajmini rejalashtirish	1
(3,5)	Tovaroborotni assortiment bo'yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	3
(5,6)	Tovaroborotni magazinlar bo'yicha rejalashtirish	2
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	2

(5,9)	Do`konlar bo`yicha zahiralarni rejalashtirish	2
(6,7)	Tovar ta`minotini assostimentlar bo`yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo`yicha rejalashtirish	4
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo`yicha rejalashtirish	2
(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	1

### Variant №2

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Hisobot ma`lumotlarini o`rganish	3
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o`rganishi	4
(2,3)	Tovaroborotni umumiy hajmini rejalashtirish	6
(3,4)	Tovar ta`minotini umumiy hajmini rejalashtirish	4
(3,5)	Tovaroborotni assortiment bo`yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	6
(5,6)	Tovaroborotni magazinlar bo`yicha rejalashtirish	4
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	2
(5,9)	Do`konlar bo`yicha zahiralarni rejalashtirish	
(6,7)	Tovar ta`minotini assostimentlar bo`yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo`yicha rejalashtirish	4
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo`yicha rejalashtirish	2
(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	1

### Variant №3

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Hisobot ma`lumotlarini o`rganish	6
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o`rganishi	4
(2,3)	Tovaroborotni umumiy hajmini rejalashtirish	2
(3,4)	Tovar ta`minotini umumiy hajmini rejalashtirish	3
(3,5)	Tovaroborotni assortiment bo`yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	4
(5,6)	Tovaroborotni magazinlar bo`yicha rejalashtirish	3
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	1
(5,9)	Do`konlar bo`yicha zahiralarni rejalashtirish	4
(6,7)	Tovar ta`minotini assostimentlar bo`yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo`yicha rejalashtirish	3
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo`yicha rejalashtirish	3

(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	5
-------	------------------------------------------------------------------------------	---

## 6-topshiriq. Haridorlarga tovarlarni yetkazib berish.

### Variant №1

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Tovarni ajratish	2
(2,3)	Tovarni jo`natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	1
(3,5)	Jo`natiladigan tovar hajmini aniqlash	1
(4,5)	Bahosini tekshirish	1
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	1
(5,6)	Taksirovka qilish	1
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo`yicha tekshirib ko`rish	2
(7,10)	Schet bo`yicha to`lovni bajarish	25
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	2
(9,10)	Tovarni tashib ketish	10
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	4

### Variant №2

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Tovarni ajratish	4
(2,3)	Tovarni jo`natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	2
(3,5)	Jo`natiladigan tovar hajmini aniqlash	1
(4,5)	Bahosini tekshirish	2
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	3
(5,6)	Taksirovka qilish	1
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo`yicha tekshirib ko`rish	2
(7,10)	Schet bo`yicha to`lovni bajarish	20
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	3
(9,10)	Tovarni tashib ketish	8
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	5

### Variant №3

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3

(1,2)	Tovarni ajratish	4
(2,3)	Tovarni jo`natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	3
(3,5)	Jo`natiladigan tovar hajmini aniqlash	2
(4,5)	Bahosini tekshirish	2
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	1
(5,6)	Taksirovka qilish	2
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo`yicha tekshirib ko`rish	1
(7,10)	Schet bo`yicha to`lovni bajarish	22
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	4
(9,10)	Tovarni tashib ketish	14
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	3

Quyidagi jadvallarda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha Supermarketning tijorat faoliyatini rivojlantirish rejasining tarmoqli grafigi qurilsin xamda kritik yo`l aniqlansin: a) bevosita tarmoqli grafikda to`la yo`llarni davomiylik muddatini xisoblash orqali; b) tarmoqli grafikdagi barcha voqyealar uchun voqyealarning ro`y berishligini mumkin bo`lgan ertangi va kechki muddatlarini xisoblash orqali; v) vaqt zaxiralarini xisoblash orqali.

**1-topshiriq. Supermarketning o`z-o`ziga xizmat ko`rsatish tizimiga o`tkazish**  
**Variant №.1**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	15
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzi shva uni kelishish	
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	120
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	40
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	10
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	20
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	15
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtirish	20
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	50
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	10
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	5
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	3
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	10
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	15

**Variant №2**

<b>Ish (i, j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	10
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzish va uni kelishish	8
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	8
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	3
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	2
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	4
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	3
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtirish	10
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	30
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	15
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	10
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	5
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	12
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	20

**Variant № 3**

<b>Ish (i, j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>20</b>
(1,2)	Savdo jixozlarini yangi turlarini urganish	10
(1,3)	Tadbirni iktisodiy asoslash, smeta tuzi shva uni kelishish	14
(2,4)	Jixozlarni chizmasini bajarish uchun texnik topshirigini ishlab chikish. Loyixa oldi chizmalarini bajarish	6
(2,3)	Jixozlarni joylashtirish loyixasini tuzish	4
(3,4)	Jixozlarga buyurtma tuzish	4
(3,7)	Ishchi loyixani ishlab chikish	6
(3,8)	Shtatlar jadvalini tasdiklash	10
(4,5)	Yangi jixozlarni joylashtirish	12
(4,6)	Jixozlarni ayrim kismlarini kushimcha xonalarga joylashtirish	8
(4,9)	Jixozlarni tula komplektligini tekshirish	10
(5,9)	Tovarlarni joylashtirish	6
(6,9)	Javobgar shaxslarni konun-koidalar bilan tanishtirish	5
(7,8)	Xodimlarni yangi reklama vositalari bilan tanishtirish	12
(7,9)	Tovarlarga yangi reklama va annotasiyalar tayyorlash	20
(8,9)	Sotuvchilarni sotuvchilik san`ati buyicha ukitish	20

## 2-topshiriq. Buxgalteriya xisobotini tuzish

### Variant №1

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	1
(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	6
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	5
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	5
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	8
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	2
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	2
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	14

### Variant №2

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	5
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	5
(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	5
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	3
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	6
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2

(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	8
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	5
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	4
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	5
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	8
(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	4
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	3

### Variant №3

<b>Ish (i, j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishning davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	K-1 jurnali buyicha jamini xisoblash	3
(1,3)	K-2 jurnali buyicha jamini xisoblash	2
(1,4)	K-3 jurnali buyicha jamini xisoblash	5
(1,5)	№ 20 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	4
(1,6)	№ 22 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	6
(1,7)	№ 23 schet buyicha analitik xisob-kitobida aylanma(oborot)lar va koldiklarni xisoblab chikish	8
(2,8)	K-1 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	4
(3,9)	K-2 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	4
(4,10)	K-3 jurnalni jami yigindisi buyicha memorial orderlarni tuzish	2
(5,11)	№ 20 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	6
(6,12)	№ 22 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	3
(7,13)	№ 23 schet buyicha aylanma kaydnomalarni (vedomostlar)tuzish	4
(8,14)	K-1 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	3
(9,14)	K-2 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	2
(10,14)	K-3 jurnal jami buyicha memorial orderlardan bosh kitobga kuchirish	5
(14,15)	Bosh kitobda jamini xisoblash	6
(11,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №20 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3



(12,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №22 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	4
(13,15)	Bosh kitobdagi yozuvlarni №23 schet buyicha oborot vedomostlarida yozuvlar bilan solishtirish	3
(15,16)	Buxgalteriya xisobotini tuzish	10

### **3-topshiriq. Universal supermarket qurishni rejalashtirish** **Variant №1**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	30
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	10
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	15
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	10
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	10
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	25
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma berish va uni bajarilishini nazorat kilish	20
(4,7)	Bankda schet ochish	3
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	2
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	15
(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	45
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	35

### **Variant №2**

<b>Ish (i,j)</b>	<b>Ishning mazmuni</b>	<b>Ishni davomiyligi (kunda)</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	20
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	15
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	20
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	15
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	20
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	30
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma berish va uni bajarilishini nazorat kilish	15
(4,7)	Bankda schet ochish	4
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	4
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	25
(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	40
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	30

### Variant №3

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Kurilish uchastkasini tanlash	25
(1,3)	Kurilishni iktisodiy jixatdan asoslash	10
(1,5)	Kurilish tashkilotini tanlash	15
(2,6)	Kurilish maydonini xarakterini aniklash	25
(2,7)	Xokimiyatni uchastkani ajratish tugrisidagi karorini chikarish	15
(3,4)	Ishni smetaviy tannarxini aniklash	20
(3,6)	Namunali loyixaga buyurtma beri shva uni bajarilishini nazorat kilish	10
(4,7)	Bankda schet ochish	5
(4,5)	Kurilish tashkilotiga bankda schet ochilganligi tugrisida xabar berish	5
(5,7)	Kurilish tashkiloti bilan shartnoma tuzish	25
(6,7)	Loyixani kurilish uchastkasiga boglash	40
(7,8)	Kurilish ishlarini tugatish	20

### 4-topshiriq. Samarkand shaxar savdo tarmoklarini rivojlantirish rejasini ishlab chiqish

#### Variant№1

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	3
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	2
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta`minlanganligini darajasini urganish	1
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	4
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	2
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	4
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koeffisientlarini urganish	2
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to`g`ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	2
(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo`yicha savdo tarmog`i bilan ta`minlanganligini o`rganish	1
(5,6)	Jami savdo tarmog`iga bo`lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	2
(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo`lgan kamayishi va ko`payishini aniqlash	1
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	4

### Variant №2

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	5
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	4
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta`minlanganligini darajasini urganish	2
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	6
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	4
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	2
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koeffitsiyentlarini urganish	4
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to`g`ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	2
(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo`yicha savdo tarmog`i bilan ta`minlanganligini o`rganish	2
(5,6)	Jami savdo tarmog`iga bo`lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	3
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	4
(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo`lgan kamayishi va ko`payishini aniqlash	2
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	6

### Variant №3

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
(1,2)	Xisobot davridagi savdo tarmoklari shaxobchalari material-larini urganish	6
(1,3)	Savdo tarmoklarini tovaroborotning xajmi va strukturasi ga mos kelishini urganish	5
(1,4)	Axolini savda tarmoklari bilan ta`minlanganligini darajasini urganish	4
(2,3)	Kelajakda foydalanish mumkin bulgan savdo maydonlarini urganish	4
(2,5)	Savdo tarmoklaridan foydalanishni samaradorligini urganish	6
(2,6)	Savdo korxonalarini texnik jixozlanganligini urganish	4
(3,4)	Axoli tabakalariga nisbatan savdo maydonlarini normativ koeffitsiyentlarini urganish	4
(3,5)	Aholini 1000 kishi hisobiga to`g`ri keladigan savdo maydonlarini aniqlash	3
(4,5)	Aholini haqiqatda normativ bo`yicha savdo tarmog`i bilan ta`minlanganligini o`rganish	2
(5,6)	Jami savdo tarmog`iga bo`lgan talabni hisoblab chiqish – aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalarini tipini aniqlash	4

(6,7)	Savdo maydonlarini mumkin bo'lgan kamayishi va ko'payishini aniqlash	3
(7,8)	Yangi qurilish maydonini aniqlash	6

### 5-topshiriq. Tijorat korxonasini savdo faoliyatini rejalashtirish.

#### Variant №1

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Hisobot ma'lumotlarini o'rganish	5
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o'rganishi	2
(2,3)	Tovaroborotni umumiy hajmini rejalashtirish	2
(3,4)	Tovar ta'minotini umumiy hajmini rejalashtirish	1
(3,5)	Tovaroborotni assortiment bo'yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	3
(5,6)	Tovaroborotni magazinlar bo'yicha rejalashtirish	2
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	2
(5,9)	Do'konlar bo'yicha zahiralarni rejalashtirish	2
(6,7)	Tovar ta'minotini assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo'yicha rejalashtirish	4
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	2
(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	1

#### Variant №2

Ish (i,j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Hisobot ma'lumotlarini o'rganish	3
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o'rganishi	4
(2,3)	Tovaroborotni umumiy hajmini rejalashtirish	6
(3,4)	Tovar ta'minotini umumiy hajmini rejalashtirish	4
(3,5)	Tovaroborotni assortiment bo'yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	6
(5,6)	Tovaroborotni magazinlar bo'yicha rejalashtirish	4
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	2
(5,9)	Do'konlar bo'yicha zahiralarni rejalashtirish	
(6,7)	Tovar ta'minotini assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo'yicha rejalashtirish	4
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	2
(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	1

### Variant №3

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Hisobot ma'lumotlarini o'rganish	6
(1,3)	Korxonani rivojlanish istiqbolini o'rganishi	4
(2,3)	Tovarobotni umumiy hajmini rejalashtirish	2
(3,4)	Tovar ta'minotini umumiy hajmini rejalashtirish	3
(3,5)	Tovarobotni assortiment bo'yicha rejalashtirish	5
(4,5)	Mehnatni tashkil etish rejalashtirish	4
(5,6)	Tovarobotni magazinlar bo'yicha rejalashtirish	3
(5,8)	Daromadlarni hisoblash	1
(5,9)	Do'konlar bo'yicha zahiralarni rejalashtirish	4
(6,7)	Tovar ta'minotini assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	2
(6,9)	Muomala xarajatlari rejasini statyalar va korxonalar bo'yicha rejalashtirish	3
(7,9)	Zahiralarni assortimentlar bo'yicha rejalashtirish	3
(8,9)	Muomala xarajatlari rejasini daromadlarni hisobga olgan holda rejalashtirish	5

**6-topshiriq.** Haridorlarga tovarlarni yetkazib berish.

### Variant №1

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Tovarni ajratish	2
(2,3)	Tovarni jo'natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	1
(3,5)	Jo'natiladigan tovar hajmini aniqlash	1
(4,5)	Bahosini tekshirish	1
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	1
(5,6)	Taksirovka qilish	1
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo'yicha tekshirib ko'rish	2
(7,10)	Schet bo'yicha to'lovni bajarish	25
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	2
(9,10)	Tovarni tashib ketish	10
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	4

### Variant №2

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Tovarni ajratish	4
(2,3)	Tovarni jo'natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	2
(3,5)	Jo'natiladigan tovar hajmini aniqlash	1

(4,5)	Bahosini tekshirish	2
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	3
(5,6)	Taksirovka qilish	1
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo'yicha tekshirib ko'rish	2
(7,10)	Schet bo'yicha to'lovni bajarish	20
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	3
(9,10)	Tovarni tashib ketish	8
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	5

### Variant №3

Ish (i, j')	Ishning mazmuni	Ishni davomiyligi (kunda)
1	2	3
(1,2)	Tovarni ajratish	4
(2,3)	Tovarni jo'natishga tayyorlash	3
(2,4)	Nakladnoyni nusxasini yozib berish	3
(3,5)	Jo'natiladigan tovar hajmini aniqlash	2
(4,5)	Bahosini tekshirish	2
(4,6)	Schetni rasmiylashtirish	1
(5,6)	Taksirovka qilish	2
(5,8)	Avtomashinaga buyurtmaga berish	3
(6,7)	Schetni gosbank va xaridorga yuborish	1
(6,9)	Tovarni schet bo'yicha tekshirib ko'rish	1
(7,10)	Schet bo'yicha to'lovni bajarish	22
(8,9)	Tovarni tushirish (ortish)	4
(9,10)	Tovarni tashib ketish	14
(10,11)	Tovarni tushirish va hujjatlar bilan solishtirish	3

### Tayanch iboralar

Tarmoqli grafik (to'r), voqea, ish, haqiqiy, kutuvchi, yolg'on ishlar, to'la yo'l, kritik yo'l, vaqt zaxiralari (to'la, kafolatli, erkin, mustakil).

### Takrorlash uchun savollar

1. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulini mohiyati, mazmuni va tadbiqini bilasizmi?
2. Tarmoqli grafikning asosiy elementlari va uni qurishning qonun-qoidalarini bilasizmi?
3. Kritik yo'l deganda nimani tushunasiz va uni aniqlashni qanday usullarini bilasiz?
4. Vaqt zaxiralarini turlari va ularni hisoblash qoidalarini bilasizmi?
5. Tarmoqli grafikni optimallashtirish deganda nimani tushunasiz?

## XIV BOB. BOZORDAGI NOANIQLIK SHAROITIDA O`YINLAR NAZARIYASI YORDAMIDA QARORLAR QABUL QILISH

### 14.1-§. O`yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari

O`yinlar nazariyasi deb, ikki va undan ziyod qarama-qarshi o`yinchilar (tomonlar)ni manfaatlari to`qnashadigan konfliktli, raqobatligi jarayonlarni matematik modellashtirishga aytiladi. Matematik modellarni tuzish o`yin qatnashchilari uchun eng yaxshi yechimlarni - yutuqlarni topish - muammosini hal qilishga imkoniyat yaratadi.

O`yinlar nazariyasi birinchi bo`lib AQShlik olim Fon Neyman tomonidan yaratilgan va unda qo`yidagi masalani yechish qaralgan: agar  $n$ -ta  $A, V, S, \dots, D$  o`ynovchilar biror  $S$  o`yinni o`ynayotgan bo`lsa  $A$ -o`yinchi bu o`yinda yutib chiqishi uchun qanday strategiyani tanlashi kerak?

**Strategiya** deb o`yinchini har qanday holatda istalgan mumkin bo`lgan informatsiyaga ega bo`lgan holda va har qanday sharoitda tegishli ish tutishiga qaratilgan rejasiga aytiladi.

**O`yin** deganda ma`lum kelishib olingan shart va qoidalar to`plamini, **partiya** deganda shu shart va qoidalarni amalga oshirishni tushuniladi. Har bir partiyadan keyin  $A$ -o`yinchi o`yinning yutug`i deb atalmish -  $v_i$  yutuqqa (pul, ochko va hokazo) ega bo`ladi.

Ba`zi o`yinlarda yutqazilgan pullar yig`indisi yutilgan pullar yig`indisiga teng bo`ladi. Masalan  $A$ -o`yinchi  $v_1$  so`m yutqazsa,  $V$ -o`yinchi  $v_2$  so`m yutishi mumkin. Bu holda o`yindagi yutuqlar yig`indisi  $0$  ga teng bo`ladi ya`ni  $(v_1 + v_2) = 0$ . Bu yerda biz har bir o`yinchi faqat yutadi deb faraz qilamiz, chunki biror o`yinchi  $v$  so`m yutqazsa uning yutug`i  $(-v)$  so`mga teng deb olinishi mumkin. O`yinlar shart va qoidalarga ko`ra va o`yinchilarning soniga qarab turlicha bo`ladi. Bundan so`ng biz ikki o`yinchining yutuqlar yig`indisi nolga teng bo`lgan o`yin bilan boshqacha aytganda, ikki o`yinchining nol yig`indili o`yini yoki matritsali o`yini bilan tanishamiz. Kelgusida bunday o`yinlarni matritsali o`yinlar deb aytilishi ham mumkin.

### 14.2-§. To`lovlar va yutuqlar matritsasi. O`yinning quyi va yuqori bahosi. Maksmin va minmaks strategiyalar

Aytaylik  $A$  o`yinchi  $m$ -ta sof  $(A_1 A_2 \dots A_i \dots A_m)$  strategiyaga,  $V$  o`yinchi ham mos ravishda  $n$ -ta sof  $(V_1 V_2 \dots V_j \dots V_n)$  strategiyaga ega bo`lsinlar. Bunday o`yin  $m \times n$  o`lchovli o`yin deyiladi. Agar  $A$  va  $V$

o'yinchilar faqat o'zlarini sof strategiyalarini tanlasalar unda ular aij yutuqqa ega bo'lishadi, qaysiki bu A o'yinchini yutug'ini va V o'yinchini yutqazish miqdorini bildiradi. Shuning uchun aij ham musbat va ham manfiy bo'lishi mumkin. Agar  $a_{ij} > 0$  bo'lsa unda A o'yinchi aij miqdorni yutadi va V o'yinchi uni yutqazadi. Agar  $a_{ij} < 0$  bo'lsa u holda V o'yinchi aij miqdorni yutadi va A o'yinchi o'shancha miqdorni V o'yinchiga yutqazadi. Bunday holda A o'yinchini yutqazadi deb emas balki manfiy yutuqqa erishdi deyish ham mumkin bo'ladi.

Agar o'yinda tasodifiy yo'l tutilsa unda  $A_i$  va  $V_j$  strategiyalarning yutug'i ham tasodifiy bo'ladi. Bunday holda kutilayotgan yutuq uchun uning matematik kutilishi olinadi.

Faraz qilamiz, bizga  $m \times n$  o'lchovli matritsali o'yinda aij ning hamma qiymatlari ma'lum va qulaylik uchun u qiymatlarning to'lov matritsasini quyidagi jadval ko'rinishida yozamiz:

Bj		V-o'yinchini strategiyalari					$\alpha = \max_{i,j} a_{ij}$
		$B_1$	...	$B_j$	...	$B_n$	
$A_i$							
A- o'yin chini stra- teg.	$A_1$	$a_{11}$	...	$a_{ij}$	...	$a_{1n}$	$\alpha_i$
	...	...	...	...	...	...	...
	$A_i$	$a_{i1}$	...	$a_{ij}$	...	$a_{in}$	$\alpha_i$
	...	...	...	...	...	...	...
	$A_m$	$a_{m1}$	...	$a_{mj}$	...	$a_{mn}$	$\alpha_m$
$\beta = \min_{j,i} \max_{i,j} a_{ij}$		$\beta_1$	...	$\beta_2$	...	$\beta_n$	$\beta \quad \alpha$

Bu jadvalda satrlar A o'yinchini  $A_i$  strategiyalariga mos keladi, ustunlar V o'yinchini  $V_j$  strategiyalariga mos keladi. Odatda istalgan  $m \times n$  o'lchovli o'yinni tuzishda uning yechimi sof strategiyada mavjud deb faraz qilamiz. So'ng V o'yinchining javob strategiyalarini hisobga olgan holda A o'yinchining  $A_1 A_2 \dots A_i \dots A_m$  strategiyalaridan eng yaxshisini tanlab olamiz. Bu holda albatta istalgan  $A_i$  strategiyaga V o'yinchi  $V_j$  strategiya bilan javob qaytarishligini va A o'yinchini yutug'i uning (V) uchun eng kichik bo'lishligini e'tiborga olishimiz kerak. Ana shu  $V_j$  strategiyani topish uchun to'lov matritsasining  $A_i$  strategiyaga mos (i-nomerli satrda) aij ning eng kichigini topish kerak. Uni  $\alpha_i = \min_{j} a_{ij}$  deb belgilaymiz. Bu yerda aij ning eng kichigi barcha ustunlar nomerlari bo'yicha tanlash bilan amalga oshiriladi.



A-o'yinchining strategiyasi o'zgarishi bilan unga mos  $\alpha_i$  soni ham o'zgarib boradi. Albatta tabiiyki, A o'yinchi uchun Shunday  $A_i$  strategiyaga to'xtash lozimki qaysiki unda  $\alpha_i$  -ning qiymati eng katta bo'lsin. Ana shu eng katta qiymatni  $\alpha_i$  - bilan belgilaymiz va u qo'yidagicha yoziladi:

$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$  yoki bu yerda  $\alpha_i = \min_j a_{ij}$  ligini e'tiborga olsak,  
u holda

$$\alpha_{ij} = \max_i \min_j a_{ij} = v \quad \text{bo'ladi.} \quad (1)$$

Odatda  $\alpha$  - miqdorni o'yinning quyi bahosi deb qabul qilingan yoki uni maksminli yutuq ham deb aytiladi. A-o'yinchining maksminga mos keluvchi strategiyasi maksminli strategiya deb aytiladi.

Agar A-o'yinchi maksmin strategiyaga tayangan holda o'yinni olib borsa u holda unga  $V$  o'yinchining qanday strategiya bilan javob qaytarishidan qat'iy nazar A-o'yinchiga hech bo'lmaganda  $\alpha$  - dan kichik bo'lmagan yutuq kafolatlanadi. Shuning uchun ham  $\alpha$  - o'yinning quyi bahosi deyiladi va u A o'yinchining shu o'yinda olishi kerak bo'lgan kafolatli eng kichik yutuq hisoblanadi.

Xuddi shunga o'xshash ravishda  $V$  o'yinchining startegiyalaridan ham eng yaxshisini aniqlash mumkin.  $V$ -o'yinchi A-o'yinchini yutuq miqdorini eng kichik bo'lishiga intiladi. Buning uchun  $V$  o'yinchi o'zining har bir  $V_j$  strategiyasi bo'yicha A o'yinchi qanday strategiyasini qarshi qo'yishidan qat'iy nazar eng katta yutuqqa (kam yutqazishga) erishishiga harakat qiladi, ya'ni u  $\beta_j$  ni  $\beta_j = \max_i a_{ij}$  qiymatiga erishishiga harakat qiladi. Biroq  $V$  o'yinchi unga A o'yinchi  $\beta_j$  - yutuqlardan istalganini yutishga erishishiga imkon bermaslikka harakat qiladi qarshilik ko'rsatadi. Shuning uchun  $V$  o'yinchi faqat eng ko'p yutuq (kam yutqazishlarini)  $\beta$ -miqdordan kichik bo'lmagan eng kichigiga erishishni o'z oldiga maqsad qilib qo'yadi.

$\beta$  - miqdor qo'yidagicha topiladi

$$\beta_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = v \quad (2)$$

Shunday qilib  $\beta$  - miqdor o'yinning yuqori chegarasi deb yoki minmaksli yutuq deb aytiladi.  $V$  o'yinchining minmaksga mos keluvchi strategiyasi minmaksli strategiya deb ataladi. Bu esa  $V$  o'yinchi uchun har qanday holda ham  $\beta$  - dan ko'p bo'lmagan boy berish va mos ravishda A o'yinchi uchun  $\beta$  - dan ko'p bo'lmagan yutuqlarga erishtiruvchi eng ehtiyotli strategiyadir.

O'yinlar nazariyasida o'yinchilar uchun maksmin va minmaks strategiyalarni tavsiya etuvchi ehtiyotkorlik prinsipi minmaks prinsipi deb aytiladi. Bu esa o'yinlarni ehtiyotkorlik yoki qarama-qarshi situatsiyalarni har ikkala o'yinchi uchun ham eng yaxshi yechimini topishdagi istaklaridan kelib chiqadi.

Hamma vaqt  $\alpha \leq \beta$ . Ammo

$$\alpha_{ij} = \max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = \beta_{ij} = v \quad (3)$$

bo'lsa u holda A o'yinchining yutuq'i to'la aniqlangan son, o'yin esa to'la aniqlangan o'yin va v-yutuq o'yini bahosi deyiladi hamda to'lov matritsasini  $a_{i_0j_0}$  elementiga teng bo'ladi. To'la aniqlangan o'yin gohida egar no'qtali o'yin deyiladi. Ushbu o'yin matritsasida  $a_{i_0j_0}$  element bir vaqtni o'zida  $i_0$  - satrda eng kichik (minimum),  $j_0$  - ustunda eng katta (maksimal) hisoblanib o'yinni egar nuqtasi deyiladi. Egari nuqtaga o'yinchilarni optimal strategiyalari mos keladi va ularni to'plami o'yinni yechimi bo'lib quyidagi xossaga ega bo'ladi. Agar o'yinchilardan biri o'zini optimal strategiyasiga amal qilsa u holda boshqa o'yinchiga oldingi o'yinchini strategiyasidan chetlanishi foydali bo'lmaydi.

*Misol:* qo'yidagi yutuq matritsasi bilan berilgan o'yin yechilsin:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -4 \\ -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

*Yechish:* A o'yinchi o'yinda o'zining istalgan strategiyasini - satrini tanlar ekan biroq V o'yinchi qanday strategiya bilan javob qaytarishini bilmaydi, lekin shu narsa ayonki V o'yinchi iloji boricha kamroq yutqazish (ko'proq yutish) uchun qarshilik ko'rsatishga harakat qiladi. Shuning uchun A o'yinchi o'zini tegishli strategiyasini qo'llaganda eng kichik yutuqqa umid qiladi, ya'ni:

$$\alpha_1 = \min_{i=1} \{1, 2, 3\} = 1; \quad \alpha_2 = \min_{i=2} \{0, 3, -4\} = -4; \quad \alpha_3 = \min_{i=3} \{-2, -1, 5\} = -2$$

So'ng shu eng kichik yutuqlarni eng kattasini tanlaydi, ya'ni:

$$\alpha = \max_{i=1,2,3} \alpha_i = \max\{1; -4; -2\} = 1 = \underline{v}$$

va  $\underline{v}$  o'yinni qo'yi chegarasiga ega bo'ladi. Shunday qilib A o'yinchi V o'yinchini ko'rsatgan qarshiligiga qaramasdan kafolatli eng katta yutuq  $\alpha = 1 = \underline{v}$  ga erishadi.

O'z navbatida V o'yinchi A o'yinchini mos strategiyalariga o'z strategiyalarini qarshi qo'yib iloji boricha kam yutqazishga (ko'p yutishga) harakat qiladi, ya'ni:

$$\beta_1 = \max_{j=1} \{1, 0, -2\} = 1; \quad \beta_2 = \max_{j=2} \{2, 3, -1\} = 3; \quad \beta_3 = \max_{j=3} \{3, -4, 5\} = -5$$

Hamda shu katta yutuq (yutqazishlarni) eng kichigiga to'xtaladi, ya'ni:

$$\beta = \min_{i=1,2,3} \beta = \min\{1; 3; 5\} = 1 = \bar{v}$$

va o'yinni yuqori chegarasi  $\bar{v}$  ga erishadi.

Shunday qilib agar o'yin matritsasi egar nuqtaga ega bo'lsa, u holda o'yinni yechimga egaligi aniq bo'ladi.

Ammo o'yin matritsasi egar nuqtaga ega bo'lmagan o'yinni yechimini topish masalasini qanday hal qilish kerak degan savol tug'iladi. Bunday o'yinlarda  $\alpha < \beta$  bo'lib har bir o'yinchi uchun minmaksli strategiyasini qo'llash  $\alpha$  dan ko'p bo'lmagan yutuq va  $\beta$  dan kam bo'lmagan yutqazishga erishishni ta'minlaydi. Har bir o'yinchi uchun yutuqni ko'paytirish (yutqazishni kamaytirish) masalasi tug'iladi. Bunday yechimni topishga o'yinchilar bittadan emas, balki bir necha strategiyalarini qo'llash orqali erishishlari mumkin. Buning ustiga qaysi strategiyani qo'llash tasodifiy ravishda amalga oshiriladi. O'z navbatida o'yinchilarni o'z startegiyalarini tasodifiy ravishda tanlashiga aralash strategiya deb aytiladi.

### 14.3-§. O'yinlarni optimal aralash strategiyani qo'llab yechish

**Ta'rif.** Komponentlari  $X_i^* \geq 0$  va  $\sum X_i^* = 1$  shartlarni qanoatlantiruvchi  $\bar{X}_A^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$  vektor qator A o'yinchining aralash strategiyasi deyiladi hamda, komponentlari  $U_j^* \geq 0$ ,  $\sum U_j^* = 1$  shartlarni qanoatlantiruvchi  $\bar{V}_B^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$  vektor ustun V o'yinchining aralash strategiyasi deyiladi.

$X_i^*$  va  $U_j^*$  mos ravishda A o'yinchini o'zining i-yurishini (qatorini) va V o'yinchining j-yurishini (ustunini) tanlash chastotalarini bildiradi.

Ushbu strategiyalar o'yin sharti bo'yicha uni A va V o'yinchi qo'llashi mumkin bo'lgan barcha sof strategiyalarini tashkil etganligi uchun ular to'la hodisalar guruhini tashkil etadi va  $X_i^*$  hamda  $U_j^*$  ehtimollar uchun  $\sum X_i^* = 1$ ,  $\sum U_j^* = 1$  o'rinli bo'ladi.

Odatda sof strategiyalar birlik vektori bilan beriladigan aralash strategiyalarni xususiy holi hisoblanadi.

**Ta'rif.** Agar  $P = \| a_{ij} \|$  matritsali o'yinda A o'yinchi  $\bar{X}_A^*$  aralash strategiyasini V o'yinchi  $\bar{V}_B^*$  aralash strategiyasini qo'llaganda

Ao`yinchining yutuq (to`lov) funksiyasi yoki boshqacha aytganda uning yutug`ini matematik kutilishi  $f(x, y)$  qo`yidagi formula bilan topiladi:

$$f(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{X}_A \Pi \bar{Y}_B = \sum_i \sum_j X_i a_{ij} Y_j \quad (4)$$

Bu yerda  $\bar{X}_A = (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_m)$  A o`yinchining va  $\bar{Y}_B = (U^*_1, U^*_2, \dots, U^*_n)$  V o`yinchining ixtiyoriy aralash strategiyalaridir.

**Ta`rif.** Matritsali o`yinning yechimi deb  $\bar{x}^* = (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_m)$  va  $\bar{y}^* = (U^*_1, U^*_2, \dots, U^*_n)$  juft aralash strategiyalarga aytiladi, agarda  $j=1, 2, \dots, n$  va  $i = 1, 2, \dots, m$  strategiyalar uchun qo`yidagi tengsizlik bajarilsa:

$$f(\bar{x}, \bar{y}^*) < f(\bar{x}^*, \bar{y}^*) < f(\bar{x}^*, \bar{y}) \quad (5)$$

bu yerda  $\bar{x}^*$  va  $\bar{y}^*$  strategiyalarga optimal strategiyalar deyiladi. Ularni qo`llanilishi A o`yinchi uchun X strategiyani qo`llagandan kam bo`lmagan o`rtacha yutuq, V o`yinchi uchun esa U strategiyani qo`llagandagi yutqazishdan ko`p bo`lmagan o`rtacha yutqazish (yutuq)larga erishishni ta`minlaydi.

Optimal strategiyalar to`plami  $(\bar{x}^*, \bar{y}^*)$  optimal yechim deb, to`lov funksiyasini qiymati  $v = f(\bar{x}^*, \bar{y}^*)$  o`yinning bahosi deb aytiladi.

O`z navbatida o`yinlar nazariyasining quyidagi asosiy fundamental F.Neyman teoremasini eslab o`tish o`rinli bo`ladi:

1. Har qanday chekli nol yig`indili matritsali o`yin aralash strategiyada kamida bitta yechimga ega bo`ladi.

2. Agar o`yinchilardan biri o`zining optimal aralash strategiyasini qo`llasa ikkinchi o`yinchini o`z strategiyasini qay chastotada qo`llashidan qat`iy nazar birinchi o`yinchi yutug`ini bahosi  $v$  ga teng bo`ladi.

**Misol:** Quyidagi  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  to`lov matritsasi bilan berilgan o`yinni tekshirilsin va yechimi topilsin.

*Yechish:* Avvalambor ushbu o`yinni optimal sof strategiyasini qo`llab egar nuqtaga egami yoki yo`qmi ekanligini tekshiramiz:

$$\alpha_1 = -1, \alpha_2 = 1, \alpha = 1$$

$$\beta_1 = 3, \beta_2 = 2, \beta = 2$$

O`z navbatida  $\alpha \neq \beta$  ekanligi berilgan o`yinda optimal sof strategiyani qo`llaganda mazkur o`yin yechimga ega emasligi, ya`ni unda egar nuqta mavjud emasligini ko`rdik. Ushbu o`yinni yechish uchun aralash strategiyani qo`llash kerak. Faraz qilamiz A o`yinchi uchun uning aralash strategiyasi  $\bar{X}_A = (x_1, x_2)$  vektori bilan berilayapti va

o'yinni bahosi  $v$ -ga teng bo'lsin. U holda yuqoridagi teoremaga asosan  $V$  o'yinchi o'zini  $V_1$  va  $V_2$  strategiyalarini qo'llaganda  $A$  o'yinchi o'yinning bahosi  $V$ -ga teng bo'lgan o'rtacha yutuqqa erishadi, ya'ni:

$$\begin{cases} -X_1^* + 3X_2^* = An & \text{(Agar } V \text{ o'yinchi } V_1 \text{ strategiyasini qo'llasa)} \\ 2X_1^* + X_2^* = An & \text{(Agar } V \text{ o'yinchi } V_2 \text{ strategiyani qo'llasa)} \\ X_1^* + X_2^* = 1 & \text{chastotalar uchun} \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini yechib  $X_1^* = 2/5$ ;  $X_2^* = 3/5$ ;  $v = 7/5$  larga ega bo'lamiz.

Endi xuddi shunga mos ravishda  $V$  o'yinchini optimal strategiyasini topamiz, ya'ni  $A$  o'yinchi o'zini  $A_1$  va  $A_2$  strategiyalarini qo'llaganda  $V$  o'yinchi o'yinning bahosi  $V$  ga teng bo'lgan o'rtacha yutuqqa erishadi, ya'ni:

$$\begin{cases} U_1^* + 2U_2^* = An & \text{(Agar } A \text{ o'yinchi o'zini } A_1 \text{ strategiyasini qo'llaganda)} \\ 3U_1^* + U_2^* = An & \text{(Agar } A \text{ o'yinchi o'zini } A_2 \text{ strategiyasini qo'llaganda)} \\ U_1^* + U_2^* = 1 & \text{chastotalar uchun} \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini yechib  $U_1^* = 1/5$ ;  $U_2^* = 4/5$ ;  $An = 7/5$  larga ega bo'lamiz.

Shunday qilib mazkur o'yin yechimga ega bo'lish uchun  $A$  o'yinchi  $\bar{X}_A^* = (2/5; 3/5)$  va  $V$  o'yinchi  $\bar{V}_B^* = (1/5; 4/5)$  aralash strategiyalarni qo'llashi kerak ekan. O'shanda har ikkala o'yinchi ham eng katta yutuqqa erishib o'yinning bahosi  $An = 7/5$  ga teng bo'lar ekan.

14.4. O'yinlarni chiziqli programmashtirishning masalasiga keltirib ikkilangan simpleks usuli bilan yechish.

Istalgan  $m \times n$  o'lchovli chekli o'yinni chiziqli programmashtirish masalasiga keltirib yechishni qarab chiqamiz.

O'yinni to'lov matritsasi aij (jadvali) bizga ma'lum deb hisoblaymiz. O'yinni yechimini ya'ni  $A$  va  $V$  o'yinchilarni aralash strategiyalari  $\bar{X}_A^* = (X_1, X_2, \dots, X_m)$  va  $\bar{V}_B^* = (U_1, U_2, \dots, U_n)$  larni topamiz.

Buning uchun eng avvalo  $\bar{X}_A^*$  aralash strategiyani topamiz. Ushbu strategiya  $A$  o'yinchiga  $V$  o'yinchini qanday strategiyasini qo'llashidan qat'iy nazar  $AAn$  dan kam bo'lmagan yutuqqa hamda  $V$  o'yinchiga u optimal strategiyani tanlaganda  $An$  ga teng bo'lgan yutuqni ta'minlashi kerak.

Faraz qilaylik o'yinning bahosi  $An > 0$  bo'lsin. Buning uchun esa aij to'lov matritsasini barcha elementlari musbat bo'lishi kerak. Bunga





Shuning uchun  $Lx=1/v$  ni minimallashtirish o`rniga  $Ly=1/v$  ni maksimallashtirishga harakat qilinayapti. Mazkur masalani yechilib

$$y_i = \frac{y_i^*}{v} \quad (16)$$

va  $Ly_{(\max)} = 1/v$  munosabatlardan  $v$  hamda  $U_i^*$  lar topiladi.

Misol: Quyidagi  $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 7 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

to`lov matritsasi bilan berilgan o`yinni yechimi topilsin:

*Yechish:* A o`yinchini optimal strategiyasini topish uchun chiziqli programmalashning qo`yidagi masalasiga ega bo`lamiz:

$$\begin{aligned} 6 X_1^* + 4 X_2^* + 5 X_3^* &\geq 1 \\ 4 X_1^* + 3 X_2^* + 7 X_3^* &\geq 1 \\ 5 X_1^* + 7 X_2^* + 6 X_3^* &\geq 1 \\ X_1^* \geq 0, X_2^* \geq 0, X_3^* &\geq 0 \end{aligned}$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $T_{\min} = X_1^* + X_2^* + X_3^*$  topilsin.

V o`yinchini optimal strategiyasini topish uchun quyidagi ikkilamchi masalaga ega bo`lamiz:

$$\begin{aligned} 6 U_1^* + 2 U_2^* + 5 U_3^* &\leq 1 \\ 4 U_1^* + 3 U_2^* + 7 U_3^* &\leq 1 \\ 5 U_1^* + 5 U_2^* + 6 U_3^* &\leq 1 \\ U_1^* \geq 0, U_2^* \geq 0, U_3^* &\geq 0 \end{aligned}$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $Z_{\max} = Y_1^* + Y_2^* + Y_3^*$  topilsin:

Ushbu ikki masaladan Simpleks usuli bilan ikkinchisini yechish qulay va indeks satridan bir vaqtning o`zida birinchi masalani yechimini ham topish mumkin. Buning uchun avval  $Y_4, Y_5, Y_6$ . Qo`shimcha o`zgaruvchilar yordamida tengsizlikni tenglamaga aylantirib olingan deb yechimini qo`yidagi jadvalda keltiramiz:

Bazisli O`zgaruv Chilar Koeff.	Bazisli o`zgaruvchilar	Ozod koefitsientlar	1	1	1	Balans o`zgaruvchilari		
			$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$
0	$U_4$	1	6	2	5	1	0	0
0	$U_5$	1	4	3	7	0	1	0



0	U <sub>6</sub>	1	5	5	6	0	0	1
Z		0	-1	-1	-1	0	0	0
0	U <sub>4</sub>	3/5	4	0	13/5	1	0	-2/5
0	U <sub>5</sub>	2/5	1	0	17/5	0	0	-3/5
1	U <sub>2</sub>	1/5	1	1	6/5	0	0	1/5
Z		1/5	0	0	1/5	0	0	1/5

Simpleks usulini 1-chi iteratsiyasidan so`ng quyidagi yechimga ega bo`lamiz:

$$y_1^* = 0; \quad y_2^* = \frac{1}{5}; \quad y_3^* = 0; \quad \text{va} \quad z_{\max} = \frac{1}{v} = 5$$

$$v = \frac{1}{z_{\max}} = 5 \quad \text{hamda} \quad y_i^* = v y^*; \quad \text{ga asosan} \quad y_1^* = 0; \quad y_2^* = 1; \quad y_3^* = 0;$$

Shunday qilib V o`yinchi uchun aralash strategiya  $\bar{y}_B^* = (0,1,0)$  ekan.

Indeks satridan Y<sub>4</sub>, Y<sub>5</sub>, Y<sub>6</sub>. o`zgaruvchilarga mos ravishda birinchi masalani yechimini topamiz:

$$v = \frac{1}{T_{\min}} = 5 \quad x_1^* = 0; \quad x_2^* = 0; \quad x_3^* = \frac{1}{5};$$

$$\text{ammo} \quad x_i^* = v x^*; \quad \text{ga asosan} \quad x_1^* = 0; \quad x_2^* = 0; \quad x_3^* = 1;$$

O`z navbatida  $x_A^* = (0, 0, 1)$  A-o`yinchini yutuqqa erishtiruvchi aralash strategiya hisoblanadi.

Shunday qilib mazkur o`yinda o`yinchilar yutuqqa erishishi uchun A o`yinchi o`zini  $x_A^* = (0,0,1)$  aralash strategiyasini, V-o`yinchi esa  $y_B^* = (0, 1, 0)$  aralash strategiyasini qo`llashi kerkak ekan. Aynan shu holda A-o`yinchi eng ko`p yutuqqa, V-o`yinchi esa eng kam yutqazishga (eng ko`p yutuqqa) erishadilar va uyinnning yutug`i  $v=5$  teng bo`ladi.

### Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Masala 1-14. Quyidagi matritsalar bilan berilgan o`yinlarni yechimlari topilsin.

$$1. \quad A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A_2 = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 9 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 6 & 3 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A_4 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5. A_5 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6. A_6 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$7. A_7 = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 5 & 4 \\ 1 & 5 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8. A_8 = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 3 \\ 0 & 6 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9. A_9 = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 3 \\ 3 & 6 \\ 1 & 8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$10. A_{10} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$11. A_{12} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 9 & 3 \\ 5 & 9 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$12. A_{13} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$13. A_{14} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 7 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \\ 5 & 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$14. A_{11} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 8 \end{pmatrix}$$

Masala 15-18. Quyidagi juft simmetrik masalalar uchun matritsalar bilan aniqlangan o'yinni tuzing va optimal strategiyalarini toping:

$$15. \begin{cases} 30x_1 + 10x_2 \leq 1, \\ 20x_1 + 50x_2 \leq 1, \\ 25x_1 + 25x_2 \leq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30y_1 + 20y_2 + 25y_3 \geq 1, \\ 10y_1 + 50y_2 + 25y_3 \geq 1. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

$$y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad y_3 \geq 0.$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$Z(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min$$

$$16. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 1, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 + 5y_3 \geq 1, \\ 4y_1 + 6y_2 + y_3 \geq 1, \\ 2y_1 + 5y_2 + 3y_3 \geq 1. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0.$$

$$y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad y_3 \geq 0.$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$Z(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 14, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 16. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y_1 - y_2 + 3y_3 \geq 3, \\ 3y_1 + y_2 + 4y_3 \geq 4, \\ -4y_1 + y_2 + y_3 \geq 1, \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0.$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$Z(y_1, y_2, y_3) = 12y_1 + 14y_2 + 16y_3 \rightarrow \min$$

$$18. \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 18, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 + 4y_3 \geq 5, \\ y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 7, \\ 5y_1 + y_2 + y_3 \geq 8. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0.$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 \rightarrow \max$$

$$Z(y_1, y_2, y_3) = 18y_1 + 16y_2 + 24y_3 \rightarrow \min$$

### Tayanch iboralar

O`yinlar nazariyasi, o`yin, strategiya, optimal strategiya, aralash strategiya, partiya, yutuq, o`yinning yutug`i, o`yining bahosi, to`lov matritsasi, nol yig`indili o`yin, matritsali o`yin, chekli va cheksiz o`yin, maxmin va minmax qoidalari, to`lov funksiyasi.

### Takrorlash uchun savollar

1. O`yinlar nazariyasining predmeti nimadan iborat?
2. Juftlik o`yin nima?
3. Sof strategiyani izohlab bering?
4. O`yinning qanday turlari mavjud?
5. Aralash strategiyani tushuntirib bering.
6. Matritsali o`yinlarni chiziqli dasturlash usuliga keltirishni izohlab bering?
7. Yutuqlar matritsasi qanday ma`noga ega?
8. Tabiat bilan o`yin deganda qanday o`yinlar tushuniladi?
9. Sevidj mezonining mohiyatini izohlang.
10. O`yinning yuqori bahosi qanday aniqlanadi?
11. Gurvits mezonining mohiyatini izohlang.
12. Vald mezonining mohiyatini tushuntirib bering.
13. To`lovlar matritsasi nima? Uni qanday hisoblash mumkin?
14. 0 summali o`yinning ma`nosini tushuntirib bering?

## ADABIYOTLAR RO'YXATI

### Asosiy adabiyotlar

1. Nasritdinov G'. "Iqtisodiy-matematik usullar va modellar". Darslik.-T.: 2011.
2. Shodiyev T.Sh. va бошқалар. "Iqtisodiy-matematik usullar va modellar". O`quv qo`llanma. T.: TDIU, 2010.
3. Shodmonova G. "Iqtisodiy-matematik usullar va modellar". O`quv qo`llanma. T.: 2007.
4. Abdullayev O.M. Iqtisodiy matematika. O`quv qo`llanma. –T.: TDIU, 2007.
5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник. –М.: ИНФРА-М, 2009.
6. Федосеев В.В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие. –М.: ЮНИТИ, 2007. – 395 с.
7. Nasritdinov G. Ekonometrika. O`quv qo`llanma. T.: 2008.

### Qo`shimcha adabiyotlar

1. O`zbekiston Respublikasi Prezidentining "Matematika sohasidagi ta`lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to`g`risida"gi PQ-4708-sonli Qarori. 2020 yil 7 may.
2. Baltaeva L.R., Ishnazarov A.I. "Iqtisodiy-matematik usullar va modellar" fanidan o`quv-uslubiy majmua. –T.: TDIU, 2012. -451 b.
3. Дубина И.Н. Математико-статистическое методы в эмпирических социально-экономических исследованиях. Учебное пособие. –М.: ИНФРА-М, 2010. – 381 с.
4. Еддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решения. Учебник. – М.: ЮНИТИ, 2008. – 317 с.
5. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемних Ю.Н. Математические методы в экономике. Учебник. –М.: Дело и Сервис, 2007. – 419 с.

### Internet saytlari

1. [www.gov.uz](http://www.gov.uz) – O`zbekiston Respublikasi hukumat portali
2. [www.lex.uz](http://www.lex.uz) – O`zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari ma`lumotlari milliy bazasi
3. [www.worldeconomics.com](http://www.worldeconomics.com)
4. [www.tradingeconomics.com](http://www.tradingeconomics.com)
5. [www.ereport.ru](http://www.ereport.ru) – Обзорная информация по мировой экономике
6. [www.stplan.ru](http://www.stplan.ru) – экономика и управление.

## MUNDARIJA

<b>KIRISH.....</b>	<b>3</b>
<b>I-BOB. Iqtisodiyotni modernizatsiyalash sharoitida fanning ahamiyati.....</b>	<b>7</b>
1.1-§ Iqtisodiyotda modellashtirish tushunchasi. «Iqtisodiy-matematik usullar va modellar» fanining predmeti va vazifalari.....	7
1.2-§ Iqtisodiy-matematik modellarning tasnifi.....	9
1.3-§ Iqtisodiy-matematik modellashtirishning bosqichlari.....	11
<b>II-BOB. Ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar va ularni ifodalash usullari.....</b>	<b>14</b>
2.1-§ Ijtimoiy-iqtisodiy tizimlarning ierarxik tuzilishi.....	14
<b>III- BOB. Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo`llash. Chiziqli dasturlash usulining asosiy masalasini qo`yilishi.....</b>	<b>18</b>
3.1-§ Bozor iqtisodiyoti sharoitida modellashtirishning ahamiyati.....	18
3.2-§ Chiziqli programmalash masalasini yechishda grafik usuli.....	22
3.3-§ Chiziqli programmalash masalasini yechishda Simpleks usuli.....	24
3.4-§ Chiziqsiz dasturlash masalalarining turlari va ularning qo`llanishi.	32
<b>IV-BOB. Cheklangan resurslarni samarali taqsimlash masalasini yechishda ikkilanganlik nazariyasi.....</b>	<b>39</b>
4.1-§ Ikkilanma masalalar.....	39
4.2-§. Ikkilangan simpleks usul.....	45
<b>V-BOB. Xomashyo va materiallardan optimal foydalanish modellari.....</b>	<b>51</b>
5.1-§ Korxonada vositalaridan optimal foydalanish masalasi.....	51
5.2-§ Mutaxassislar o`rtasida turli xildagi ishlarni taqsimlash masalasi...	53
<b>VI-BOB. Iqtisodiy sub`ektlar o`rtasida xo`jalik aloqalarini optimallashtirish modellari. Transport masalasi.....</b>	<b>60</b>
6.1-§ Transport masalasini iqtisodiy qo`yilishi va turlari.....	60
6.2-§ Transport masalasida optimal baholarning qo`llanishi.....	62
6.3-§ Transport masalasining xususiyatlari.....	70
6.4-§ Transport masalasining optimal yechimini topish uchun potentsiallar usuli.....	82
<b>VII-BOB. Ishlab chiqarishni rivojlantirish va joylashtirish modellari hamda ekspert baholash usullari.....</b>	<b>96</b>
7.1-§ Xalq xo`jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va uning turlari.....	96
7.2-§ Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari.....	97
7.3-§ Ko`p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari.....	99
7.4-§ Ekspert baholash usullari.....	100
<b>VIII-BOB. Iste`molchi tanlovini modellashtirish.....</b>	<b>103</b>

8.1-§	Iste`molchining tanlash erkinligi.....	103
8.2-§	Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo`lmagan dasturlash usullari bilan yechish.....	106
8.3-§	Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo`lmagan dasturlash usullari bilan yechish.....	112
	<b>IX-BOB. Milliy iqtisodiyotning tarmoqlararo balans modeli...</b>	117
9.1-§	Tarmoqlararo balans usulining ahamiyati, mazmuni va vazifalari..	117
9.2-§	Tarmoqlararo hisobot balansining statistik modellari.....	118
9.3-§	Tarmoqlararo rejali balansining dinamik modellari.....	122
	<b>X-BOB. Dinamik dasturlashning amaliy masalalari.....</b>	130
10.1-§	Dinamik modellashtirish to`g`risida tushuncha.....	130
	<b>XI-BOB. Korrelyatsion-regression taxlil modellari.....</b>	151
11.1-§	Ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarda bog`liklar turlarini o`rganish. Chiziqsiz regressiya.....	151
11.2-§	Ko`p omilli regressiya va korrelyatsiya .....	172
	<b>XII-BOB. Zaxiralarni boshqarish modellari.....</b>	194
12.1-§	Tovar zaxiralarini boshqarishning ahamiyati va vazifalari.....	194
12.2-§	Bir turdagi joriy tovar zaxiralarini boshqarish modellari. Vilson formulasi.....	196
12.3-§	Ko`p turdagi tovar zaxiralarini boshqarishning matematik modellari.....	199
12.4-§	Sug`urtali tovar zaxiralarini boshqarish modellari.....	202
	<b>XIII-BOB. Tarmoqli rejalashtirish.....</b>	206
13.1-§	Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish modellari. Tarmoqli modellarni qo`llash sohalari .....	206
13.2-§	Tarmoqli grafikni qurishning asosiy qoidalari va elementlari.....	207
13.3-§	Tarmoqli grafikni asosiy ko`rsatkichlari va ularni hisoblash qoidalari.....	209
13.4-§	Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish.....	214
	<b>XIV BOB. Bozordagi noaniqlik sharoitida o`yinlar nazariyasi yordamida qarorlar qabul qilish.....</b>	236
14.1-§	O`yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari.....	236
14.2-§	To`lovlar va yutuqlar matritsasi. O`yinning quyi va yuqori bahosi. Maksmin va minmaks strategiyalar.....	238
14.3-§	O`yinlarni optimal aralash strategiyani qo`llab yechish.....	242
	<b>Adabiyotlar ro`yxati.....</b>	251

*X.Q.Qarshiboyev, B.I.Ashurov, E.H.Salimov*

***IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR***

*O'quv qo'llanma*

**Muharrir:** Bobodustov Z.N.

**Musahhah:** Meliyev Z.

**Sahifalovchi:** M. Mardiyeva

O'quv qo'llanma SamISI Kengashining 2022 yil 28 yanvardagi 6-son majlisida muhokama qilingan, chop etishga va o'quv jarayonida foydalanishga tavsiya etgan.

**«FAN BULOG'I» nashriyoti, Samarqand – 2022 y.**

**ISBN: 978-9943-8516-3-4**

Nashriyot lisenziyasi:

№ 4341-5160-642c-944b-ab74-5062-3969

Chop etishga ruxsat etildi: 15.10.2022 y.

© «FAN BULOG'I» nashriyoti, Samarqand sh.

S.Buhoriy ko'chasi, 1-11 uy.

10.11.2022 yilda chop etildi.

**Qog'oz bichimi A5, 60x84<sup>1/16</sup>, Ofset qog'oz.**

**“Times New Roman” garnituras.**

**Nashr bosma tabog'i 17,5**

**Buyurtma № 0146A. Adadi 100 nusxa**

---

**Samarqand iqtisodiyot va servis institutining  
matbaa bo'limida chop etildi.**

**11.04.2022 yil. LICENSE № 025316**

**REESTR № X-119112**

**Manzil:** Samarqand shahar, Shoxrux ko'chasi 60-uy.

34800



34800

22.11



ISBN 978-9943-8516-3-4



9 789943 851634